AQFT, Lista 0 12-08-2010

Ex. 0.1. (Convergência.) Dá um exemplo de uma sequência ψ_n de vetores num espaço de Hilbert que converge fracamente para zero, mas não converge fortemente. (Demostre as duas afirmaçãoes.)

Ex. 0.2. (Subespaço denso.) Seja $\mathcal{H}$ um espaço de Hilbert e $D \subset \mathcal{H}$ um subespaço linear. Mostre que D é denso em $\mathcal{H}$ se e somente se o complemento ortogonal de D é trivial:

$$D^{-} = \mathcal{H} \quad \Leftrightarrow \quad D^{\perp} = \{0\}.$$

Dica: Para mostrar "$\Leftarrow$", vale a pena usar o "teorema da decomposição ortogonal" e mostrar primeiro que $(D^{-})^{\perp} = D^{\perp}$.

AQFT, Lista 0 12-08-2010

Ex. 0.1. (Convergência.) Dá um exemplo de uma sequência ψ_n de vetores num espaço de Hilbert que converge fracamente para zero, mas não converge fortemente. (Demostre as duas afirmaçãoes.)

Ex. 0.2. (Subespaço denso.) Seja $\mathcal{H}$ um espaço de Hilbert e $D \subset \mathcal{H}$ um subespaço linear. Mostre que D é denso em $\mathcal{H}$ se e somente se o complemento ortogonal de D é trivial:

$$D^{-} = \mathcal{H} \quad \Leftrightarrow \quad D^{\perp} = \{0\}.$$

Dica: Para mostrar "$\Leftarrow$", vale a pena usar o "teorema da decomposição ortogonal" e mostrar primeiro que $(D^{-})^{\perp} = D^{\perp}$.