

Capítulo 23 - Potencial Elétrico

RODRIGO ALVES DIAS

Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

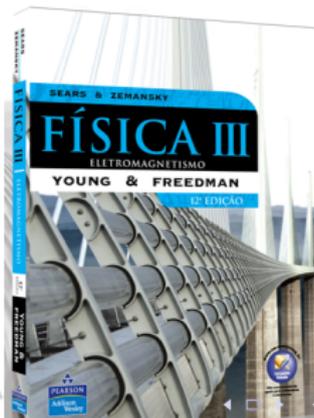
Livro texto: Física 3 - Eletromagnetismo

Autores: Sears e Zemansky

Edição: 12^a

Editora: Pearson - Addison and Wesley

6 de abril de 2011



Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ Como calcular a energia potencial de um conjunto de cargas.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ Como calcular a energia potencial de um conjunto de cargas.
- ▶ O significado e a importância do potencial elétrico.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ Como calcular a energia potencial de um conjunto de cargas.
- ▶ O significado e a importância do potencial elétrico.
- ▶ Como calcular o potencial elétrico que um conjunto de cargas produz em um ponto do espaço.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ Como calcular a energia potencial de um conjunto de cargas.
- ▶ O significado e a importância do potencial elétrico.
- ▶ Como calcular o potencial elétrico que um conjunto de cargas produz em um ponto do espaço.
- ▶ Como usar superfícies equipotenciais para visualizar como o potencial elétrico varia no espaço.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ Como calcular a energia potencial de um conjunto de cargas.
- ▶ O significado e a importância do potencial elétrico.
- ▶ Como calcular o potencial elétrico que um conjunto de cargas produz em um ponto do espaço.
- ▶ Como usar superfícies equipotenciais para visualizar como o potencial elétrico varia no espaço.
- ▶ Como usar o potencial elétrico para calcular o campo elétrico.

Quando uma partícula carregada se desloca em um campo elétrico, o campo exerce uma força que realiza **trabalho** sobre a partícula.

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b F \cos \phi dl$$

onde, $d\vec{l}$ é um deslocamento infinitesimal ao longo da trajetória da partícula e ϕ é o ângulo entre \vec{F} e $d\vec{l}$ em cada ponto da trajetória.

Quando uma partícula carregada se desloca em um campo elétrico, o campo exerce uma força que realiza **trabalho** sobre a partícula.

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b F \cos \phi dl$$

onde, $d\vec{l}$ é um deslocamento infinitesimal ao longo da trajetória da partícula e ϕ é o ângulo entre \vec{F} e $d\vec{l}$ em cada ponto da trajetória.

Esse **trabalho** realizado pode ser expresso em termos da **energia potencial elétrica**.

A energia potencial elétrica depende da posição da partícula carregada no campo elétrico.

Quando uma partícula carregada se desloca em um campo elétrico, o campo exerce uma força que realiza **trabalho** sobre a partícula.

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b F \cos \phi dl$$

onde, $d\vec{l}$ é um deslocamento infinitesimal ao longo da trajetória da partícula e ϕ é o ângulo entre \vec{F} e $d\vec{l}$ em cada ponto da trajetória.

Esse **trabalho** realizado pode ser expresso em termos da **energia potencial elétrica**.

A energia potencial elétrica depende da posição da partícula carregada no campo elétrico.

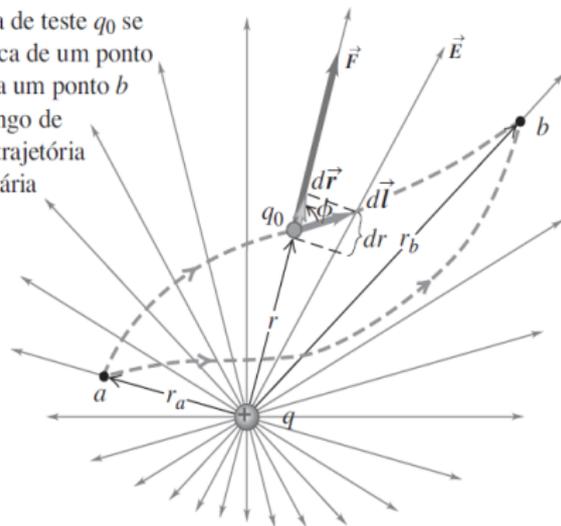
A energia potencial elétrica será descrita pelo conceito de **potencial elétrico** ou simplesmente **potencial**.

A diferença de potencial entre dois pontos é, geralmente, chamada de **voltagem**.

Energia potencial elétrica de duas cargas puntiformes

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r}$$

Carga de teste q_0 se desloca de um ponto a para um ponto b ao longo de uma trajetória arbitrária

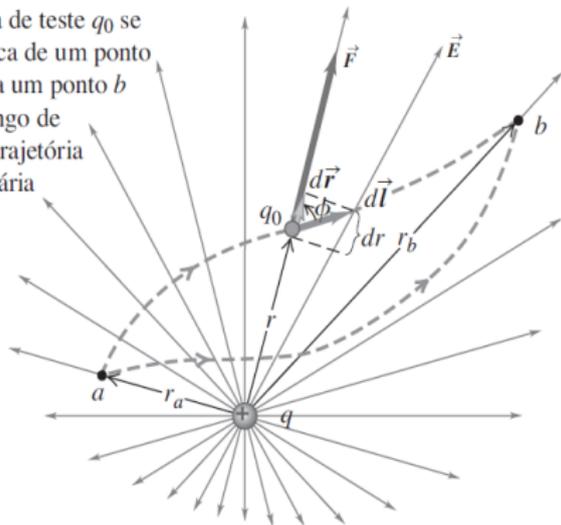


Energia potencial elétrica de duas cargas puntiformes

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r}$$

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{l}$$

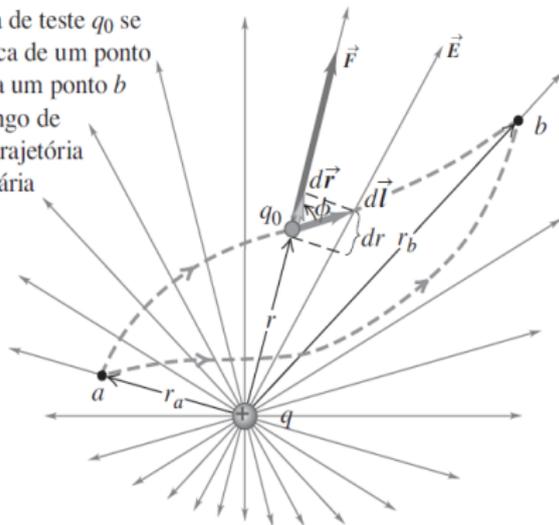
Carga de teste q_0 se desloca de um ponto a para um ponto b ao longo de uma trajetória arbitrária



Energia potencial elétrica de duas cargas puntiformes

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0q}{r^2} \hat{r} \\ W_{a \rightarrow b} &= \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{l} \\ &= \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0q}{r^2} \cos \phi dl \end{aligned}$$

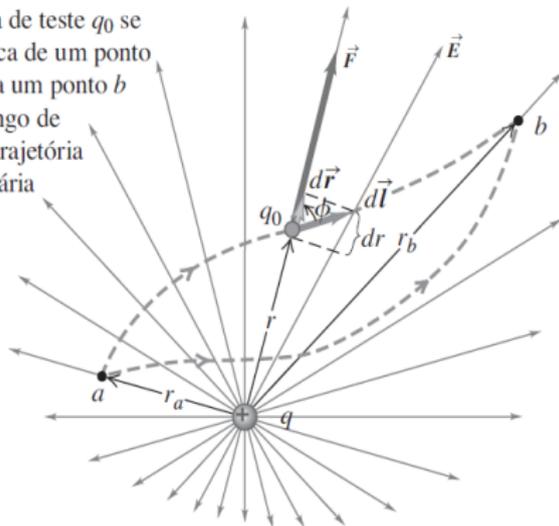
Carga de teste q_0 se desloca de um ponto a para um ponto b ao longo de uma trajetória arbitrária



Energia potencial elétrica de duas cargas puntiformes

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r} \\ W_{a \rightarrow b} &= \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{l} \\ &= \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \cos \phi dl \\ &= \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} r^{-2} dr = -\frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_{r_a}^{r_b} \\ W_{a \rightarrow b} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r_a} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r_b} \end{aligned}$$

Carga de teste q_0 se desloca de um ponto a para um ponto b ao longo de uma trajetória arbitrária



Energia potencial elétrica de duas cargas puntiformes

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r}$$

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{l}$$

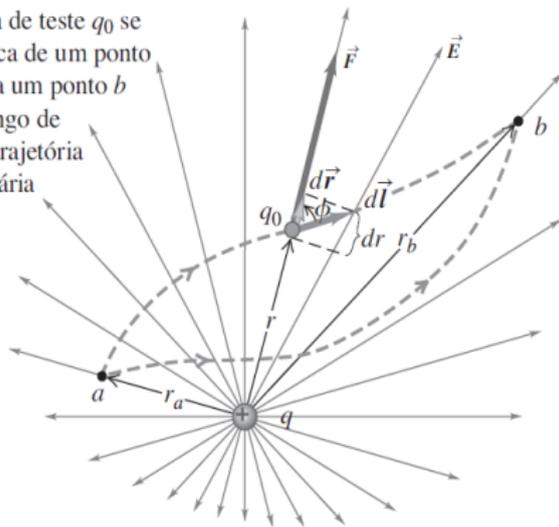
$$= \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \cos \phi dl$$

$$= \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} r^{-2} dr = -\frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_{r_a}^{r_b}$$

$$W_{a \rightarrow b} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r_a} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r_b}$$

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a)$$

Carga de teste q_0 se desloca de um ponto a para um ponto b ao longo de uma trajetória arbitrária



Energia potencial elétrica de duas cargas puntiformes

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r}$$

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \cos \phi dl$$

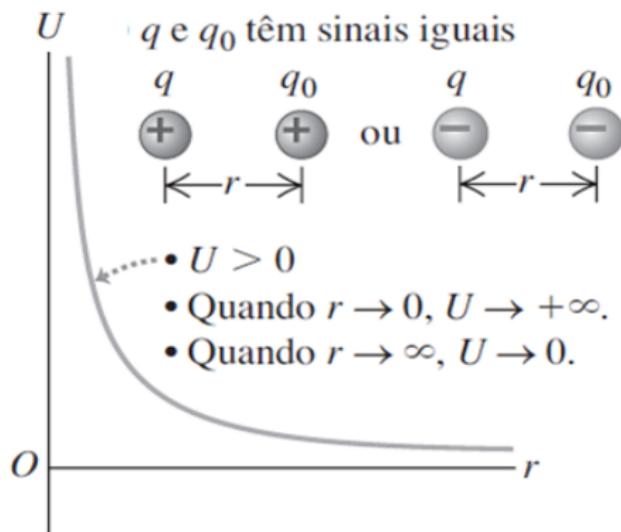
$$= \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} r^{-2} dr = -\frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_{r_a}^{r_b}$$

$$W_{a \rightarrow b} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r_a} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r_b}$$

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a)$$

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r}$$



Energia potencial elétrica de duas cargas puntiformes

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r}$$

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \cos \phi dl$$

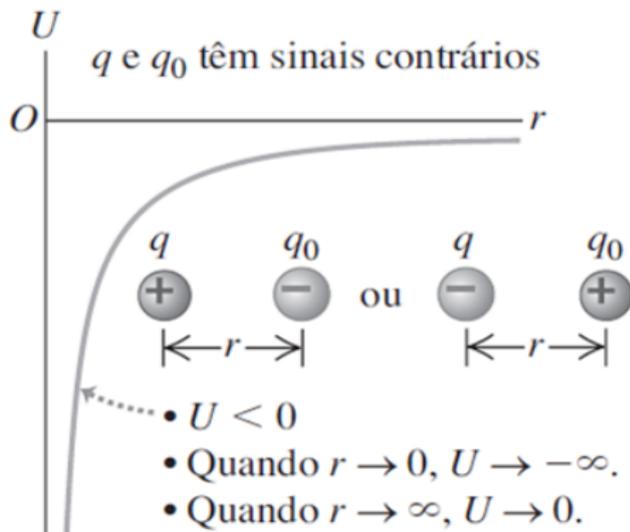
$$= \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} r^{-2} dr = -\frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_{r_a}^{r_b}$$

$$W_{a \rightarrow b} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r_a} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r_b}$$

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a)$$

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r}$$



Teorema trabalho energia

$$\vec{F}_R = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad e \quad \vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$$

Teorema trabalho energia

$$\vec{F}_R = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad e \quad \vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$$
$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b m\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{l}$$

Teorema trabalho energia

$$\begin{aligned}\vec{F}_R &= m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad e \quad \vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt} \\ W_{a \rightarrow b} &= \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b m\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{l} \\ W_{a \rightarrow b} &= \int_a^b m\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \int_a^b mv \, dv\end{aligned}$$

Teorema trabalho energia

$$\vec{F}_R = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad e \quad \vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$$

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b m\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{l}$$

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b m\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \int_a^b mv \, dv$$

$$W_{a \rightarrow b} = \left. \frac{mv^2}{2} \right|_{v_a}^{v_b} = K_b - K_a$$

$$W_{a \rightarrow b} = \Delta K$$

$$K = \frac{mv^2}{2}$$

Conservação da energia

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U$$

$$W_{a \rightarrow b} = \Delta K$$

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$K_b - K_a = -(U_b - U_a)$$

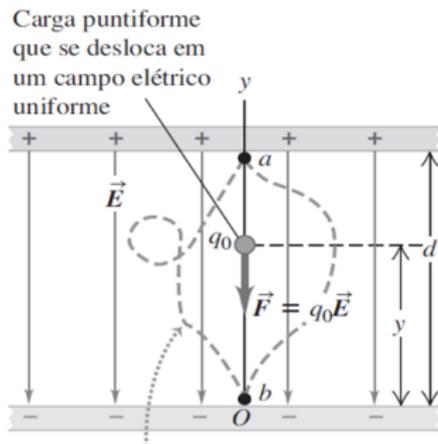
$$K_a + U_a = K_b + U_b$$

$$E_a^{mec} = E_b^{mec}$$

$$E^{mec} = K + U = \text{Cont.}$$

Energia potencial eléctrica de um campo uniforme

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} = -q_0 E \hat{j}$$



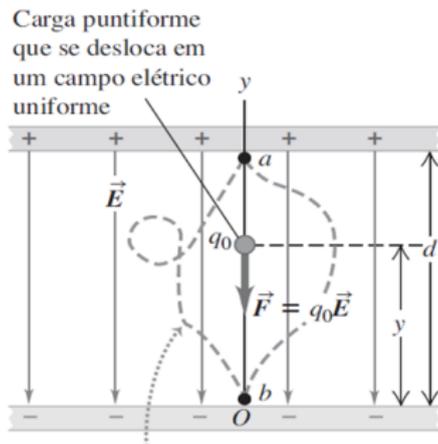
O trabalho realizado pela força eléctrica é o mesmo para qualquer trajetória de a para b :

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U = q_0 E d$$

Energia potencial elétrica de um campo uniforme

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} = -q_0 E \hat{j}$$

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = -q_0 E \int_a^b \hat{j} \cdot d\vec{l}$$

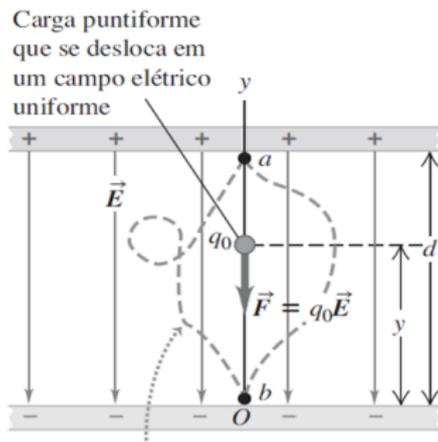


O trabalho realizado pela força elétrica é o mesmo para qualquer trajetória de a para b :

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U = q_0 E d$$

Energia potencial elétrica de um campo uniforme

$$\begin{aligned}\vec{F} &= q_0 \vec{E} = -q_0 E \hat{j} \\ W_{a \rightarrow b} &= \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = -q_0 E \int_a^b \hat{j} \cdot d\vec{l} \\ &= -q_0 E \int_{y_a}^{y_b} dy\end{aligned}$$



O trabalho realizado pela força elétrica é o mesmo para qualquer trajetória de a para b :

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U = q_0 E d$$

Energia potencial elétrica de um campo uniforme

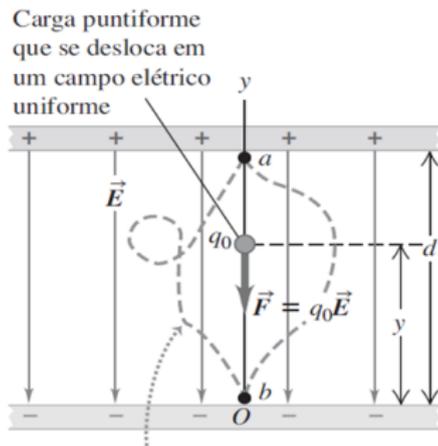
$$\vec{F} = q_0 \vec{E} = -q_0 E \hat{j}$$

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = -q_0 E \int_a^b \hat{j} \cdot d\vec{l}$$

$$= -q_0 E \int_{y_a}^{y_b} dy$$

$$W_{a \rightarrow b} = q_0 E (y_a - y_b)$$

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a)$$



Energia potencial elétrica de um campo uniforme

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} = -q_0 E \hat{j}$$

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = -q_0 E \int_a^b \hat{j} \cdot d\vec{l}$$

$$= -q_0 E \int_{y_a}^{y_b} dy$$

$$W_{a \rightarrow b} = q_0 E (y_a - y_b)$$

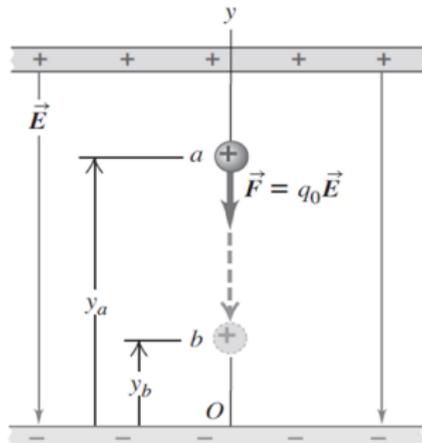
$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a)$$

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U$$

$$U = q_0 E y$$

A carga positiva se move no sentido de \vec{E} :

- O campo realiza trabalho *positivo* sobre a carga.
- U *diminui*.



Energia potencial elétrica de um campo uniforme

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} = -q_0 E \hat{j}$$

$$\begin{aligned} W_{a \rightarrow b} &= \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = -q_0 E \int_a^b \hat{j} \cdot d\vec{l} \\ &= -q_0 E \int_{y_a}^{y_b} dy \end{aligned}$$

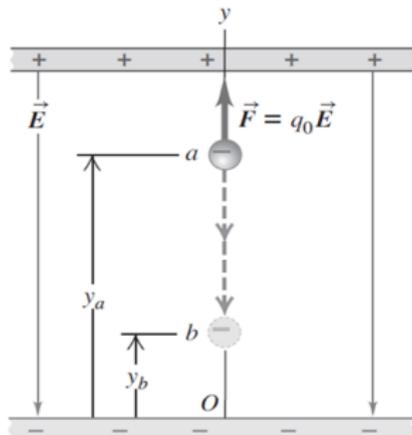
$$W_{a \rightarrow b} = q_0 E (y_a - y_b)$$

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a)$$

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U$$

$$U = q_0 E y$$

- A carga negativa se move no sentido de \vec{E} :
- O campo realiza trabalho *negativo* sobre a carga.
 - U aumenta.



Energia potencial elétrica de um campo uniforme

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} = -q_0 E \hat{j}$$

$$\begin{aligned} W_{a \rightarrow b} &= \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = -q_0 E \int_a^b \hat{j} \cdot d\vec{l} \\ &= -q_0 E \int_{y_a}^{y_b} dy \end{aligned}$$

$$W_{a \rightarrow b} = q_0 E (y_a - y_b)$$

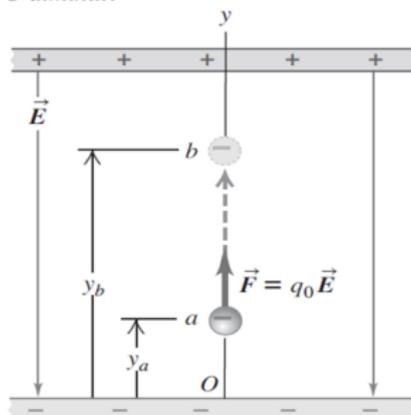
$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a)$$

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U$$

$$U = q_0 E y$$

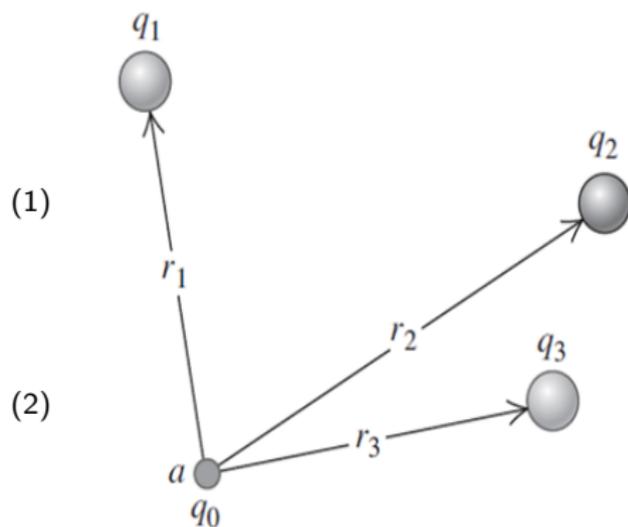
A carga negativa se move no sentido contrário ao de \vec{E} :

- O campo realiza trabalho *positivo* sobre a carga.
- U *diminui*.



Energia potencial elétrica com diversas cargas puntiformes

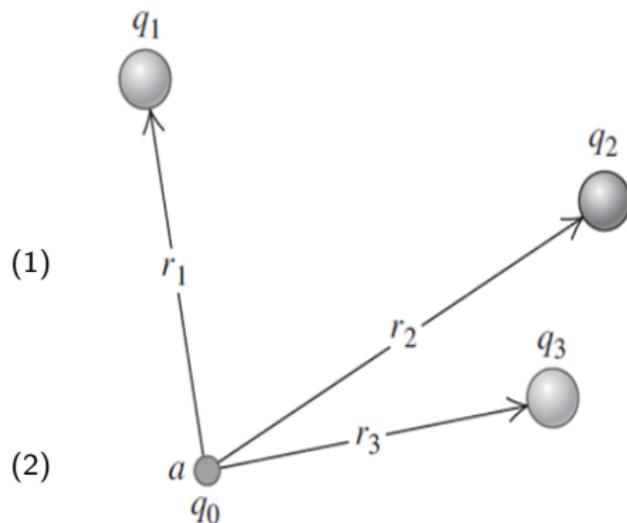
$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \dots \right)$$



Energia potencial elétrica com diversas cargas puntiformes

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \dots \right)$$

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

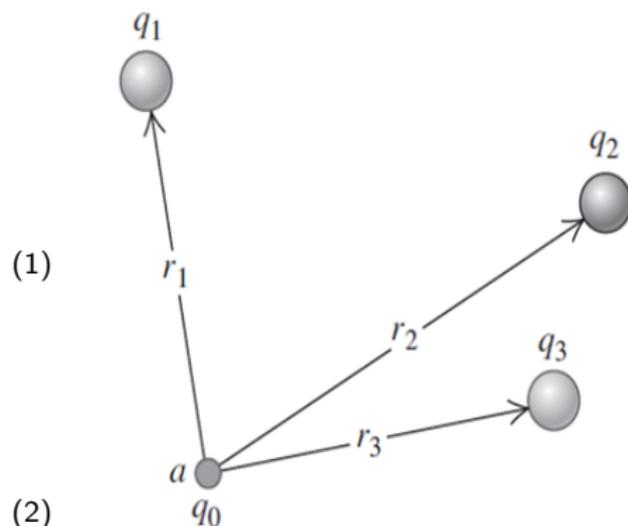


Energia potencial elétrica com diversas cargas puntiformes

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \dots \right)$$

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i < j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$



Interpretação da energia potencial elétrica

Quando uma partícula se desloca de um ponto **a** até um ponto **b**, o trabalho realizado pelo campo elétrico é $W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b$.

Portanto, a diferença de energia potencial $U_a - U_b$ é igual ao **trabalho** realizado pela força elétrica quando a partícula se move de **a** até **b**.

Interpretação da energia potencial elétrica

Quando uma partícula se desloca de um ponto **a** até um ponto **b**, o trabalho realizado pelo campo elétrico é $W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b$.

Portanto, a diferença de energia potencial $U_a - U_b$ é igual ao **trabalho** realizado pela força elétrica quando a partícula se move de **a** até **b**.

Potencial elétrico

Denomina-se **potencial elétrico** a energia potencial por unidade de carga.

$$V = \frac{U}{q_0} \text{ ou } U = q_0 V$$

No S.I. $[v]=1\text{J}/\text{C}=1\text{volt}$.

Potencial elétrico

Denomina-se **potencial elétrico** a energia potencial por unidade de carga.

$$V = \frac{U}{q_0} \text{ ou } U = q_0 V$$

No S.I. $[v]=1\text{J}/\text{C}=1\text{volt}$. A diferença de potencial elétrico será dada por:

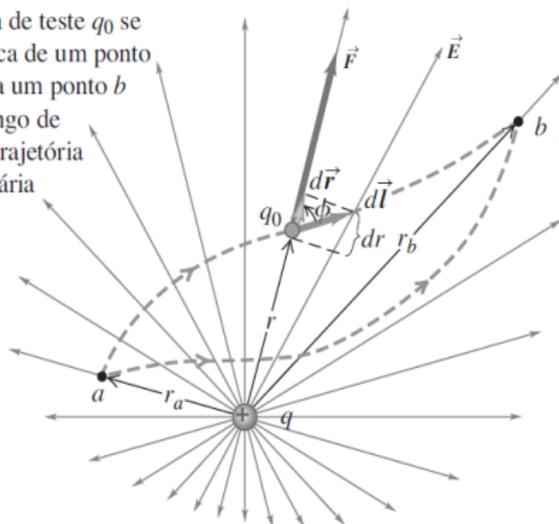
$$\begin{aligned} \frac{W_{a \rightarrow b}}{q_0} &= -\frac{\Delta U}{q_0} = -\left(\frac{U_b}{q_0} - \frac{U_a}{q_0}\right) = -(V_b - V_a) \\ \frac{W_{a \rightarrow b}}{q_0} &= V_a - V_b = V_{ab} \end{aligned}$$

Calculo do potencial elétrico

A energia potencial entre duas cargas puntiformes, q e q_0 é dada por:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r}$$

Carga de teste q_0 se desloca de um ponto a para um ponto b ao longo de uma trajetória arbitrária



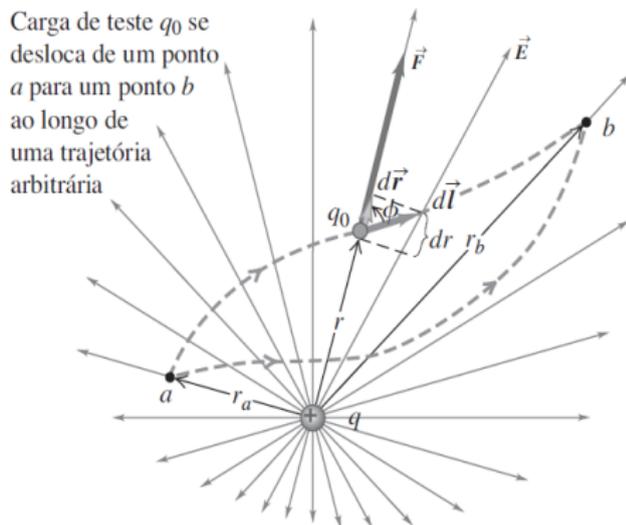
Calculo do potencial elétrico

A energia potencial entre duas cargas puntiformes, q e q_0 é dada por:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r}$$

O potencial V para uma única carga q será:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$



Calculo do potencial elétrico

A energia potencial entre duas cargas puntiformes, q e q_0 é dada por:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r}$$

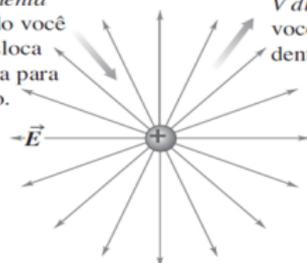
O potencial V para uma única carga q será:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

- ▶ r é a distância entre q e o ponto onde o potencial está sendo calculado.
- ▶ $q > 0 \rightarrow V > 0$.
- ▶ $q < 0 \rightarrow V < 0$.
- ▶ $r = \infty \rightarrow V = 0$.
- ▶ V é independente da carga q_0 .

Uma carga puntiforme positiva

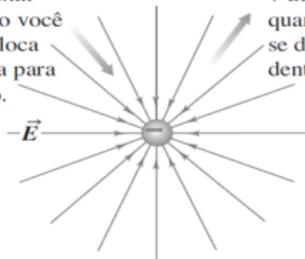
V aumenta
quando você
se desloca
de fora para
dentro.



V diminui quando
você se desloca de
dentro para fora.

Uma carga puntiforme negativa

V diminui
quando você
se desloca
de fora para
dentro.

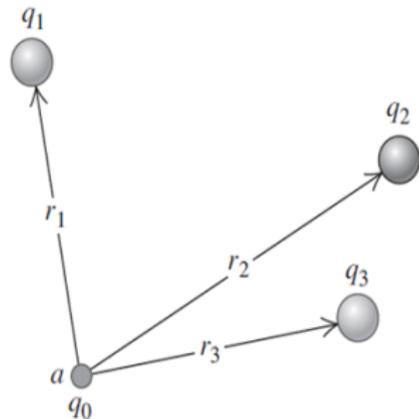


V aumenta
quando você
se desloca de
dentro para fora.

Calculo do potencial elétrico

A energia potencial entre um conjunto de cargas puntiformes, é dada por:

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$



Calculo do potencial elétrico

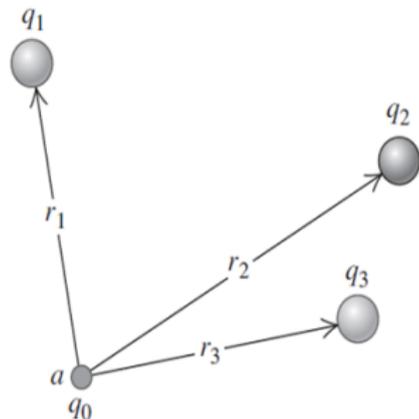
A energia potencial entre um conjunto de cargas puntiformes, é dada por:

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

O potencial V para um conjunto de carga será:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

r_i é a distância entre q_i e o ponto onde o potencial está sendo calculado.



Calculo do potencial elétrico

A energia potencial entre um conjunto de cargas puntiformes, é dada por:

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

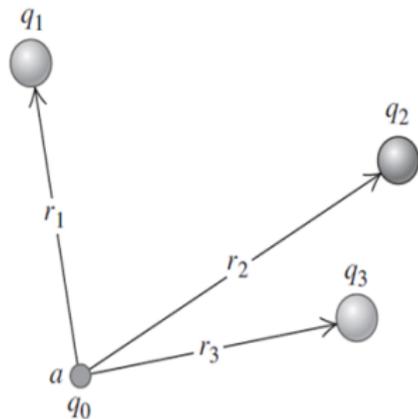
O potencial V para um conjunto de carga será:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

r_i é a distância entre q_i e o ponto onde o potencial está sendo calculado.

Para um distribuição contínua de cargas o somatório se torna uma integral,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$



Como determinar o potencial elétrico a partir do campo elétrico

Quando conhecemos \vec{E} e não a distribuição de cargas podemos calcular o potencial elétrico a partir do campo elétrico. Como $\vec{F} = q_0\vec{E}$, então:

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Como determinar o potencial elétrico a partir do campo elétrico

Quando conhecemos \vec{E} e não a distribuição de cargas podemos calcular o potencial elétrico a partir do campo elétrico. Como $\vec{F} = q_0\vec{E}$, então:

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\frac{W_{a \rightarrow b}}{q_0} = \frac{\int_a^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}}{q_0} = V_a - V_b$$

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b E \cos \phi dl$$

Como determinar o potencial elétrico a partir do campo elétrico

Quando conhecemos \vec{E} e não a distribuição de cargas podemos calcular o potencial elétrico a partir do campo elétrico. Como $\vec{F} = q_0\vec{E}$, então:

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

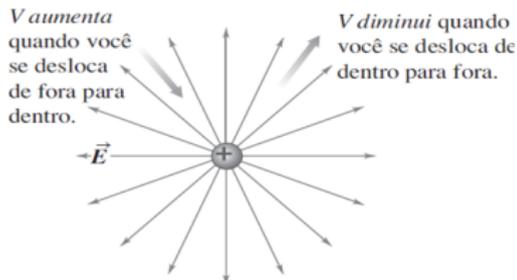
$$\frac{W_{a \rightarrow b}}{q_0} = \frac{\int_a^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}}{q_0} = V_a - V_b$$

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b E \cos \phi dl$$

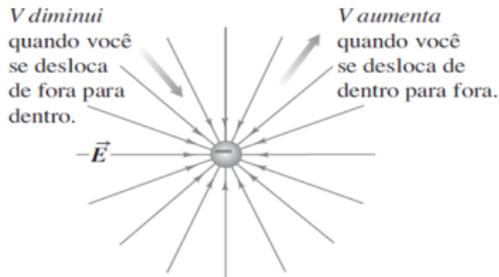
- ▶ Ao se mover no **sentido** de \vec{E} , você se desloca para valores **decrescentes** de V .
- ▶ Ao se mover no **sentido oposto** de \vec{E} , você se desloca para valores **crecentes** de V .

No S.I. a unidade de campo elétrico pode ser:
 $1N/C = 1V/m$.

Uma carga puntiforme positiva



Uma carga puntiforme negativa



Elétron-volt

Elétron-volt é uma unidade de energia.

$$U_a - U_b = q(V_a - V_b) = qV_{ab}$$

Quando q possui modulo igual a $e = 1,602 \times 10^{-19} C$ a carga do elétron e $V_{ab} = 1 Volt$, então:

$$1eV = (1,602 \times 10^{-19} C)(1 Volt) = 1,602 \times 10^{-19} J$$

Gradiente de potencial

Conhecendo $\vec{E}(x, y, z)$ obtemos o potencial eléctrico, $V(x, y, z)$. $V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$

Como obter \vec{E} a partir de V ?

Gradiente de potencial

Conhecendo $\vec{E}(x, y, z)$ obtemos o potencial elétrico, $V(x, y, z)$. $V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$

Como obter \vec{E} a partir de V ?

$$V_a - V_b = \int_b^a dV = - \int_a^b dV$$
$$- \int_a^b dV = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \rightarrow dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Gradiente de potencial

Conhecendo $\vec{E}(x, y, z)$ obtemos o potencial elétrico, $V(x, y, z)$. $V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$

Como obter \vec{E} a partir de V ?

$$V_a - V_b = \int_b^a dV = - \int_a^b dV$$
$$- \int_a^b dV = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \rightarrow dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Dado que, $\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$, $d\vec{l} = dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k}$ e $V = V(x, y, z)$ então,

Gradiente de potencial

Conhecendo $\vec{E}(x, y, z)$ obtemos o potencial elétrico, $V(x, y, z)$. $V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$

Como obter \vec{E} a partir de V ?

$$V_a - V_b = \int_b^a dV = - \int_a^b dV$$

$$- \int_a^b dV = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \rightarrow dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Dado que, $\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$, $d\vec{l} = dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k}$ e $V = V(x, y, z)$ então,

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -E_x dx - E_y dy - E_z dz$$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} ; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} ; E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Gradiente de potencial

Conhecendo $\vec{E}(x, y, z)$ obtemos o potencial elétrico, $V(x, y, z)$. $V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$

Como obter \vec{E} a partir de V ?

$$V_a - V_b = \int_b^a dV = - \int_a^b dV$$

$$- \int_a^b dV = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \rightarrow dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Dado que, $\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$, $d\vec{l} = dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k}$ e $V = V(x, y, z)$ então,

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -E_x dx - E_y dy - E_z dz$$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} ; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} ; E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\vec{E}(x, y, z) = - \left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \right) = -\vec{\nabla} V(x, y, z)$$

Superfícies Equipotenciais

Uma **superfície equipotencial** é uma superfície em três dimensões, sobre a qual o **potencial elétrico** V permanece constantes em todos os pontos.

Superfícies Equipotenciais

Uma **superfície equipotencial** é uma superfície em três dimensões, sobre a qual o **potencial elétrico** V permanece constantes em todos os pontos.

Se uma carga de teste q_0 se desloca de um ponto a outro sobre essa superfície, a energia potencial $q_0 V$ permanece constante, assim, **o campo elétrico** \vec{E} **não realiza trabalho**.

Superfícies Equipotenciais

Uma **superfície equipotencial** é uma superfície em três dimensões, sobre a qual o **potencial elétrico** V permanece constantes em todos os pontos.

Se uma carga de teste q_0 se desloca de um ponto a outro sobre essa superfície, a energia potencial $q_0 V$ permanece constante, assim, **o campo elétrico \vec{E} não realiza trabalho.**

Portanto, **\vec{E} deve ser perpendicular à superfície** em todos os pontos, de modo que a força \vec{F} seja perpendicular ao deslocamento de uma carga que se mova sobre essa superfície.

Superfícies Equipotenciais

Uma **superfície equipotencial** é uma superfície em três dimensões, sobre a qual o **potencial elétrico** V permanece constantes em todos os pontos.

Se uma carga de teste q_0 se desloca de um ponto a outro sobre essa superfície, a energia potencial $q_0 V$ permanece constante, assim, **o campo elétrico \vec{E} não realiza trabalho.**

Portanto, **\vec{E} deve ser perpendicular à superfície** em todos os pontos, de modo que a força \vec{F} seja perpendicular ao deslocamento de uma carga que se mova sobre essa superfície.

As linhas de campo elétrico e as superfícies equipotenciais são sempre mutuamente perpendiculares.

Superfícies Equipotenciais

Uma **superfície equipotencial** é uma superfície em três dimensões, sobre a qual o **potencial elétrico** V permanece constantes em todos os pontos.

Se uma carga de teste q_0 se desloca de um ponto a outro sobre essa superfície, a energia potencial $q_0 V$ permanece constante, assim, **o campo elétrico** \vec{E} **não realiza trabalho**.

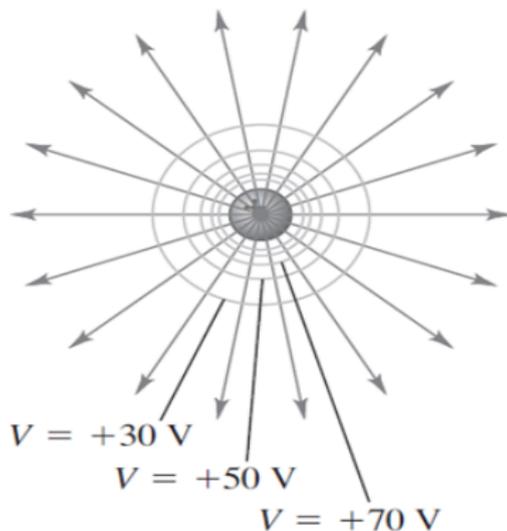
Portanto, \vec{E} **deve ser perpendicular à superfície** em todos os pontos, de modo que a força \vec{F} seja perpendicular ao deslocamento de uma carga que se mova sobre essa superfície.

As linhas de campo elétrico e as superfícies equipotenciais são sempre mutuamente perpendiculares.

Em regiões onde o **módulo de** \vec{E} **é grande**, as superfícies equipotenciais ficam agrupadas mais **compactamente**.

Em regiões onde o **módulo de** \vec{E} **é fraco**, as superfícies equipotenciais ficam agrupadas mais

Uma única carga positiva



Superfícies Equipotenciais

Uma **superfície equipotencial** é uma superfície em três dimensões, sobre a qual o **potencial elétrico** V permanece constantes em todos os pontos.

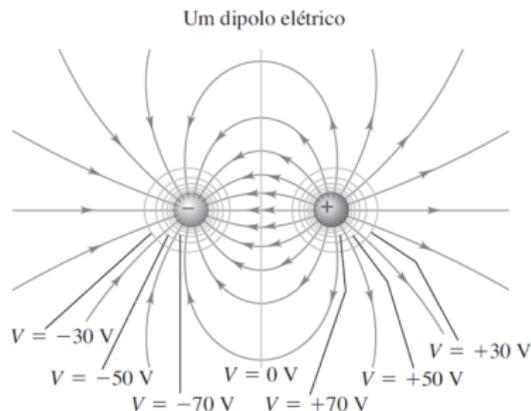
Se uma carga de teste q_0 se desloca de um ponto a outro sobre essa superfície, a energia potencial $q_0 V$ permanece constante, assim, **o campo elétrico** \vec{E} **não realiza trabalho**.

Portanto, \vec{E} **deve ser perpendicular à superfície** em todos os pontos, de modo que a força \vec{F} seja perpendicular ao deslocamento de uma carga que se mova sobre essa superfície.

As linhas de campo elétrico e as superfícies equipotenciais são sempre mutuamente perpendiculares.

Em regiões onde o **módulo de** \vec{E} **é grande**, as superfícies equipotenciais ficam agrupadas mais **compactamente**.

Em regiões onde o **módulo de** \vec{E} **é fraco**, as superfícies equipotenciais ficam agrupadas mais



Superfícies Equipotenciais

Uma **superfície equipotencial** é uma superfície em três dimensões, sobre a qual o **potencial elétrico** V permanece constantes em todos os pontos.

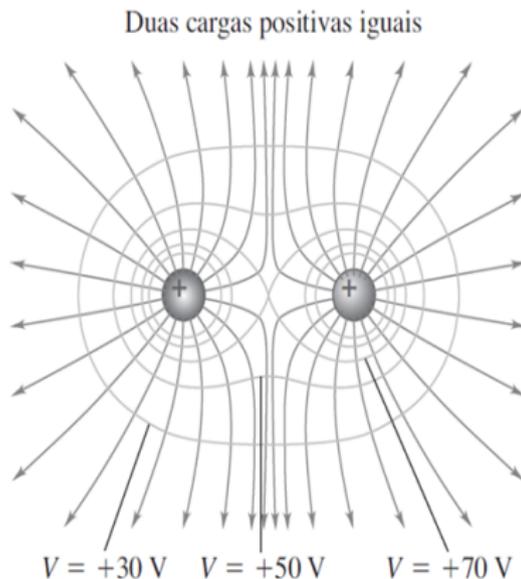
Se uma carga de teste q_0 se desloca de um ponto a outro sobre essa superfície, a energia potencial $q_0 V$ permanece constante, assim, **o campo elétrico** \vec{E} **não realiza trabalho**.

Portanto, \vec{E} **deve ser perpendicular à superfície** em todos os pontos, de modo que a força \vec{F} seja perpendicular ao deslocamento de uma carga que se mova sobre essa superfície.

As linhas de campo elétrico e as superfícies equipotenciais são sempre mutuamente perpendiculares.

Em regiões onde o **módulo de** \vec{E} **é grande**, as superfícies equipotenciais ficam agrupadas mais **compactamente**.

Em regiões onde o **módulo de** \vec{E} **é fraco**, as superfícies equipotenciais ficam agrupadas mais



Superfícies Equipotenciais

Uma **superfície equipotencial** é uma superfície em três dimensões, sobre a qual o **potencial elétrico** V permanece constantes em todos os pontos.

Se uma carga de teste q_0 se desloca de um ponto a outro sobre essa superfície, a energia potencial $q_0 V$ permanece constante, assim, **o campo elétrico** \vec{E} **não realiza trabalho**.

Portanto, \vec{E} **deve ser perpendicular à superfície** em todos os pontos, de modo que a força \vec{F} seja perpendicular ao deslocamento de uma carga que se mova sobre essa superfície.

As linhas de campo elétrico e as superfícies equipotenciais são sempre mutuamente perpendiculares.

Em regiões onde o **módulo de \vec{E} é grande**, as superfícies equipotenciais ficam agrupadas mais **compactamente**.

Em regiões onde o **módulo de \vec{E} é fraco**, as superfícies equipotenciais ficam agrupadas mais

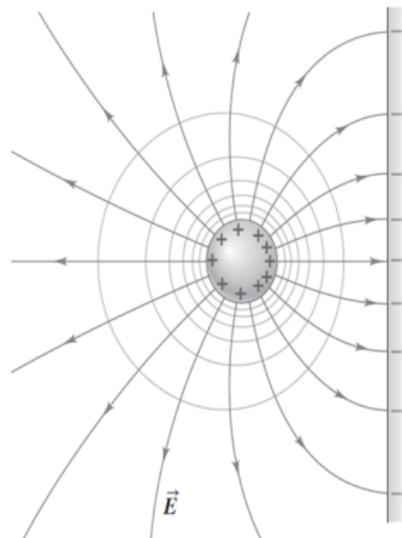
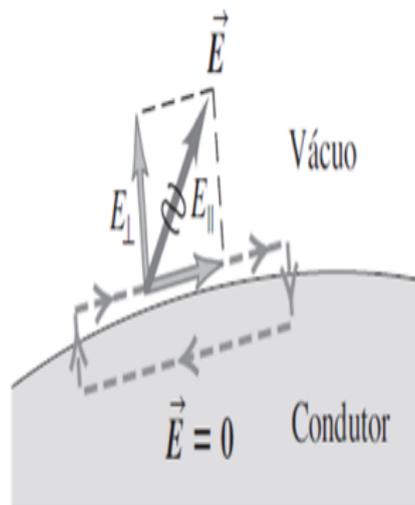


Figura: Esfera próxima a uma superfície.

Condutores e Equipotenciais

Quando todas as cargas estão em repouso, a superfície de um condutor é sempre uma superfície equipotencial.

Quando todas as cargas estão em repouso, o campo elétrico nos pontos próximos da superfície externa de um condutor deve ser sempre perpendicular em todos os pontos da superfície.



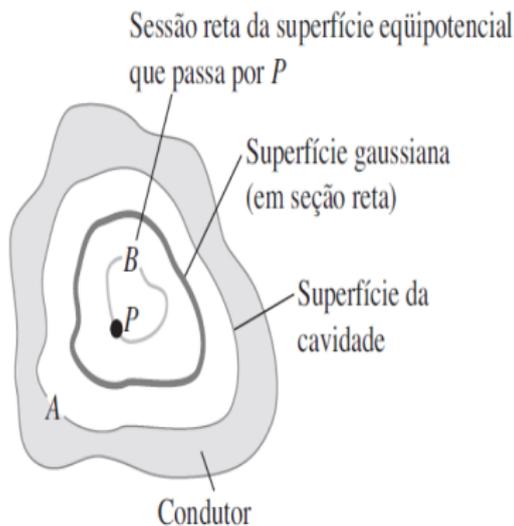
Condutores e Equipotenciais

Quando todas as cargas estão em repouso, a superfície de um condutor é sempre uma superfície equipotencial.

Quando todas as cargas estão em repouso, o campo elétrico nos pontos próximos da superfície externa de um condutor deve ser sempre perpendicular em todos os pontos da superfície.

Todos os pontos no interior de uma cavidade possuem o mesmo potencial.

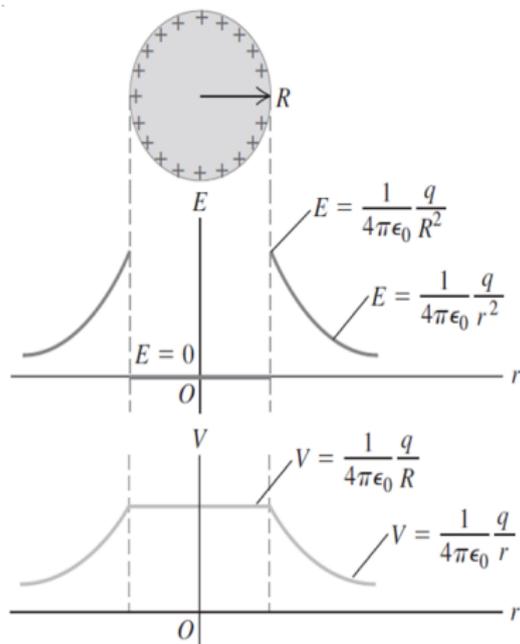
Em equilíbrio eletrostático, se um condutor possui uma cavidade, e se não existe nenhuma carga no interior da cavidade, então não pode existir carga sobre qualquer ponto da superfície da cavidade.



Esfera condutora carregada

Para $r \leq R$ o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = 0$$

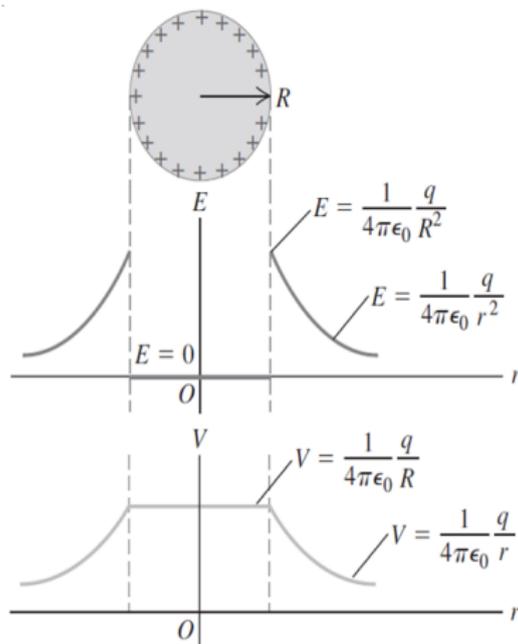


Esfera condutora carregada

Para $r \leq R$ o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = 0$$

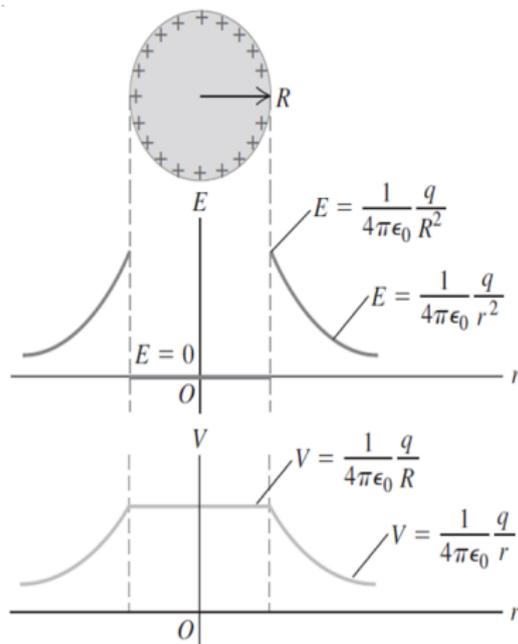
$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$



Esfera condutora carregada

Para $r \leq R$ o campo elétrico é dado por,

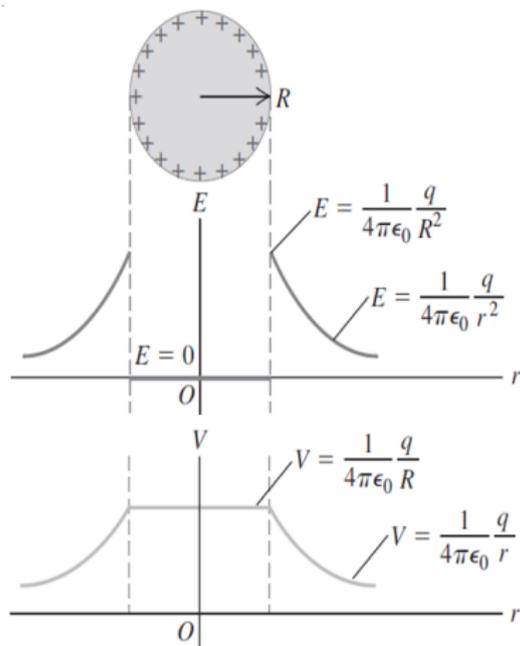
$$\begin{aligned}\vec{E} &= 0 \\ dV &= -\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \int_b^a dV &= V_a - V_b = 0\end{aligned}$$



Esfera condutora carregada

 Para $r \leq R$ o campo elétrico é dado por,

$$\begin{aligned}\vec{E} &= 0 \\ dV &= -\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \int_b^a dV &= V_a - V_b = 0\end{aligned}$$

 Logo o potencial para $r \leq R$ é constante pois, $V_a - V_b = 0$ e igual ao da superfície.


Esfera condutora carregada

Para $r \leq R$ o campo elétrico é dado por,

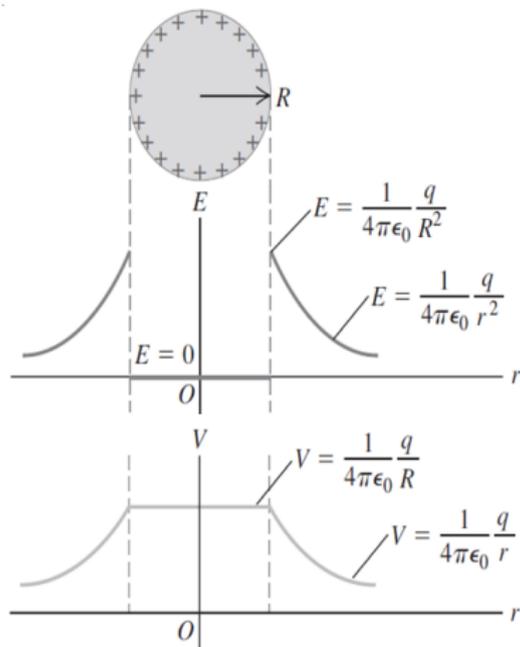
$$\begin{aligned}\vec{E} &= 0 \\ dV &= -\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \int_b^a dV &= V_a - V_b = 0\end{aligned}$$

Logo o potencial para $r \leq R$ é constante pois,

$V_a - V_b = 0$ e igual ao da superfície.

Para $r > R$ o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$



Esfera condutora carregada

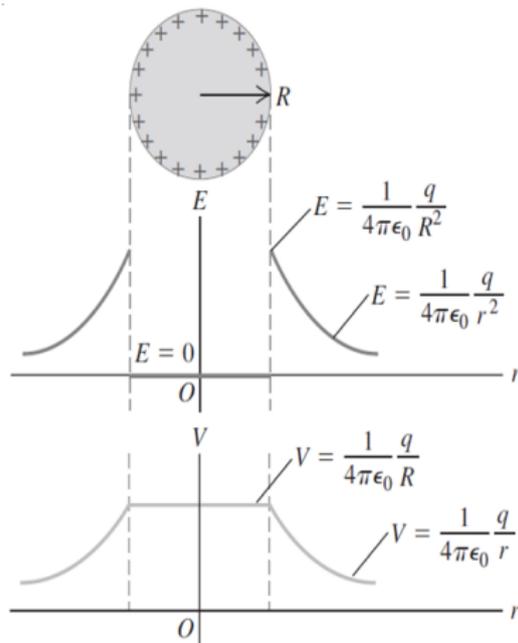
Para $r \leq R$ o campo elétrico é dado por,

$$\begin{aligned}\vec{E} &= 0 \\ dV &= -\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \int_b^a dV &= V_a - V_b = 0\end{aligned}$$

Logo o potencial para $r \leq R$ é constante pois,
 $V_a - V_b = 0$ e igual ao da superfície.

Para $r > R$ o campo elétrico é dado por,

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \\ dV &= -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r} \cdot d\vec{l}}{r^2}\end{aligned}$$



Esfera condutora carregada

Logo o potencial para $r \leq R$ é constante pois,

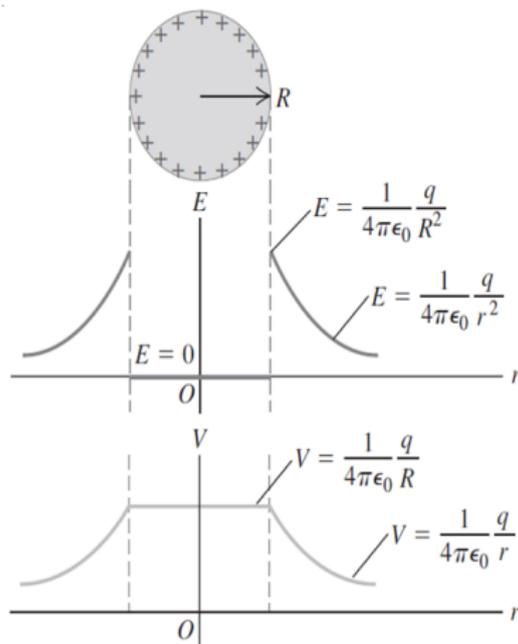
$V_a - V_b = 0$ e igual ao da superfície.

Para $r > R$ o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r} \cdot d\vec{l}}{r^2}$$

$$dV = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} =$$



Esfera condutora carregada

Logo o potencial para $r \leq R$ é constante pois,

$V_a - V_b = 0$ e igual ao da superfície.

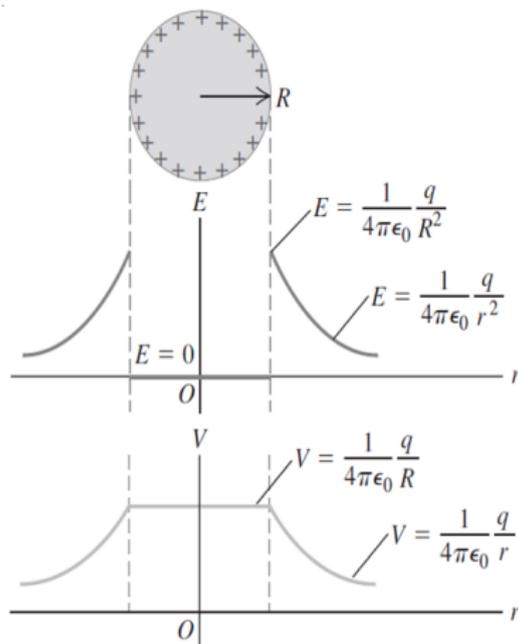
Para $r > R$ o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r} \cdot d\vec{l}}{r^2}$$

$$dV = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} =$$

$$\int_b^a dV = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_b^a r^{-2} dr$$



Esfera condutora carregada

Logo o potencial para $r \leq R$ é constante pois,

$V_a - V_b = 0$ e igual ao da superfície.

Para $r > R$ o campo elétrico é dado por,

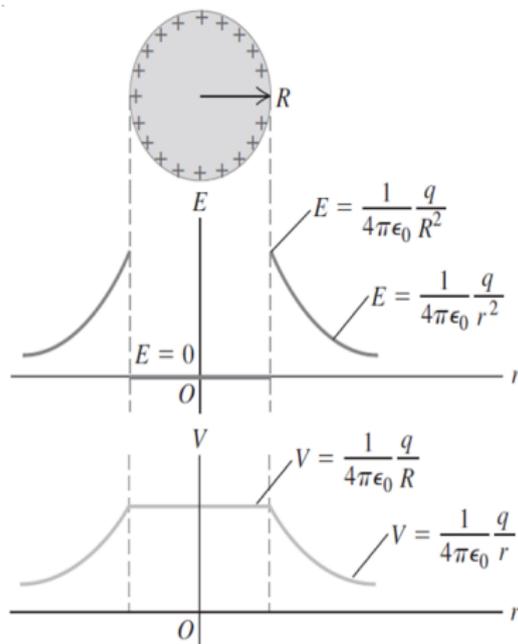
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r} \cdot d\vec{l}}{r^2}$$

$$dV = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} =$$

$$\int_b^a dV = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_b^a r^{-2} dr$$

$$V_a - V_b = V_{ab} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} (r_a^{-1} - r_b^{-1})$$



Esfera condutora carregada

Logo o potencial para $r \leq R$ é constante pois,

$V_a - V_b = 0$ e igual ao da superfície.

Para $r > R$ o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r} \cdot d\vec{l}}{r^2}$$

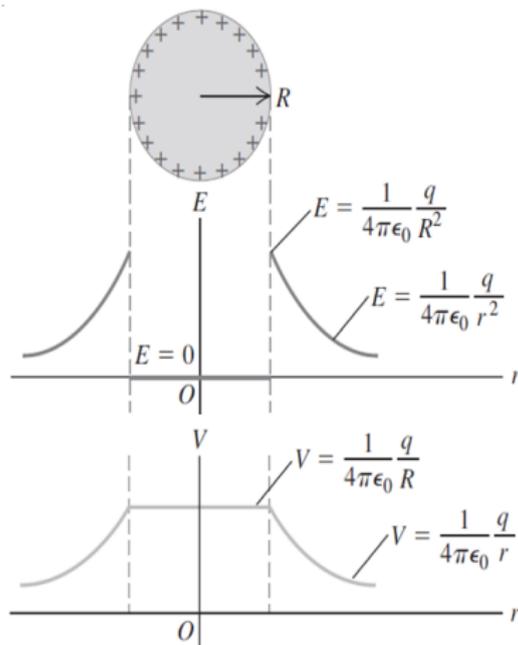
$$dV = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} =$$

$$\int_b^a dV = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_b^a r^{-2} dr$$

$$V_a - V_b = V_{ab} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} (r_a^{-1} - r_b^{-1})$$

Para $r > R$ o potencial elétrico é dado por

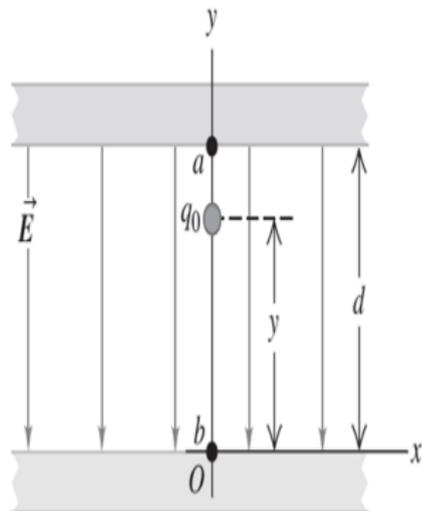
$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$ e na superfície é igual a $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}$



Placas paralelas carregadas com cargas opostas

Como o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = -E\hat{j} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{j}$$

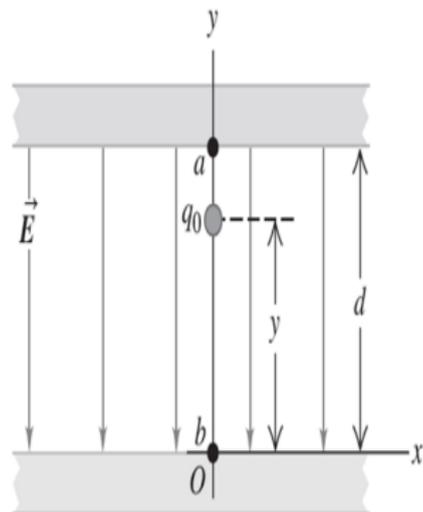


Placas paralelas carregadas com cargas opostas

Como o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = -E\hat{j} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{j}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$



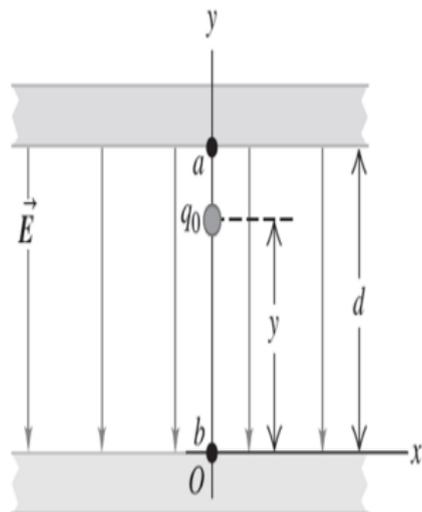
Placas paralelas carregadas com cargas opostas

Como o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = -E\hat{j} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{j}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$dV = \frac{\sigma}{\epsilon_0} dy$$



Placas paralelas carregadas com cargas opostas

Como o campo elétrico é dado por,

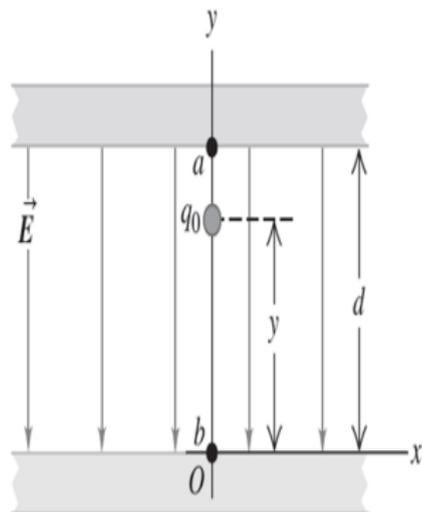
$$\vec{E} = -E\hat{j} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{j}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$dV = \frac{\sigma}{\epsilon_0} dy$$

$$\int_b^a dV = \int_b^a \frac{\sigma}{\epsilon_0} dy$$

$$V_a - V_b = V_{ab} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (y_a - y_b)$$



Placas paralelas carregadas com cargas opostas

Como o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = -E\hat{j} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{j}$$

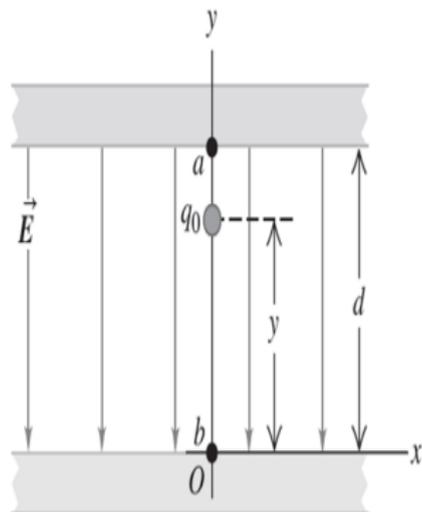
$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$dV = \frac{\sigma}{\epsilon_0} dy$$

$$\int_b^a dV = \int_b^a \frac{\sigma}{\epsilon_0} dy$$

$$V_a - V_b = V_{ab} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (y_a - y_b)$$

Como $y_a = d$ e $y_b = 0 \Rightarrow V_{ab} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = Ed$



Placas paralelas carregadas com cargas opostas

Como o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = -E\hat{j} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{j}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

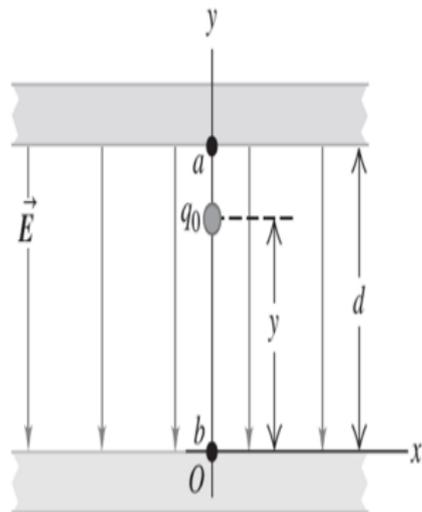
$$dV = \frac{\sigma}{\epsilon_0} dy$$

$$\int_b^a dV = \int_b^a \frac{\sigma}{\epsilon_0} dy$$

$$V_a - V_b = V_{ab} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (y_a - y_b)$$

Como $y_a = d$ e $y_b = 0 \Rightarrow V_{ab} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = Ed$

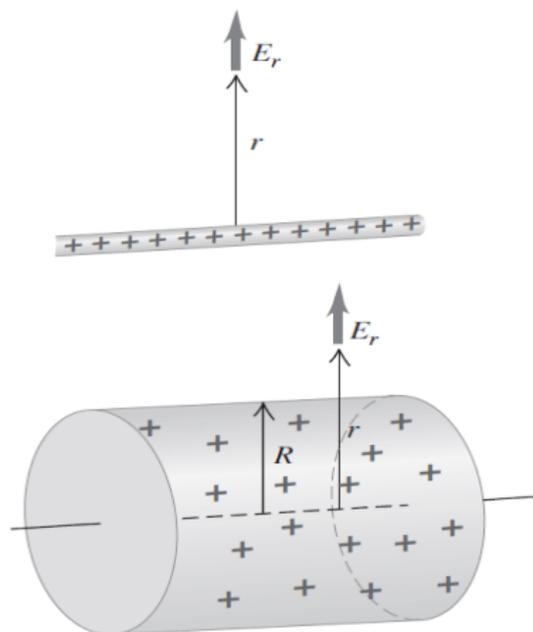
Segue deste resultado que o módulo do campo elétrico no interior de duas placas planas e paralelas (capacitor) é dado por $E = \frac{V_{ab}}{d}$.



Um fio infinito carregado ou cilindro condutor carregado

Para $r \leq R$ o campo elétrico é dado por,

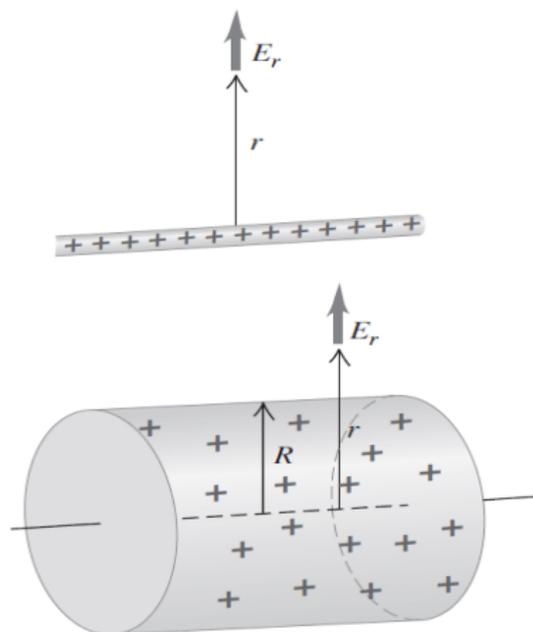
$$\vec{E} = 0$$



Um fio infinito carregado ou cilindro condutor carregado

Para $r \leq R$ o campo elétrico é dado por,

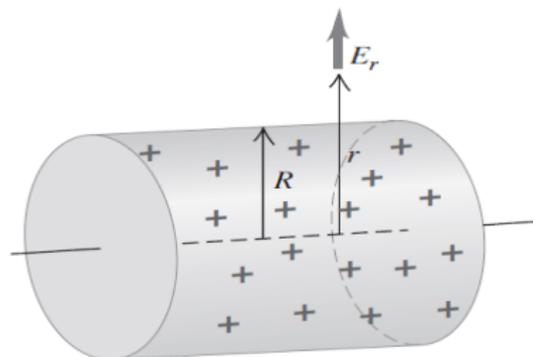
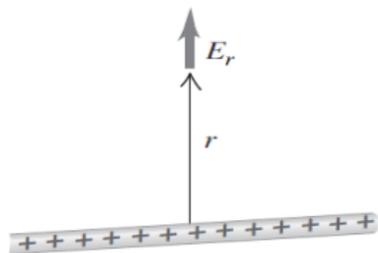
$$\vec{E} = 0$$
$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$



Um fio infinito carregado ou cilindro condutor carregado

Para $r \leq R$ o campo elétrico é dado por,

$$\begin{aligned}\vec{E} &= 0 \\ dV &= -\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \int_b^a dV &= V_a - V_b = 0\end{aligned}$$

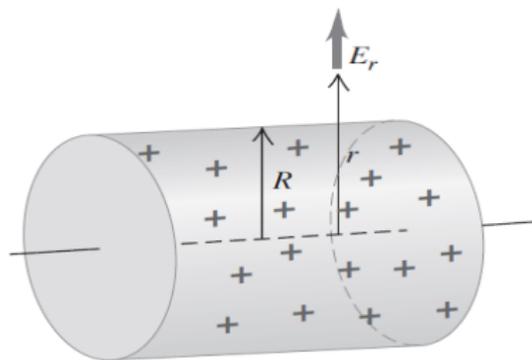
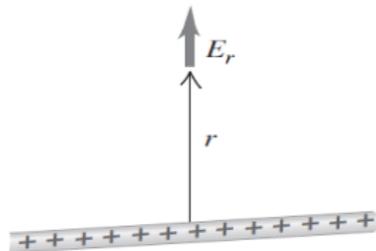


Um fio infinito carregado ou cilindro condutor carregado

Para $r \leq R$ o campo eléctrico é dado por,

$$\begin{aligned}\vec{E} &= 0 \\ dV &= -\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \int_b^a dV &= V_a - V_b = 0\end{aligned}$$

Logo o potencial para $r \leq R$ é constante pois, $V_a - V_b = 0$ e igual ao da superfície.



Um fio infinito carregado ou cilindro condutor carregado

Para $r \leq R$ o campo elétrico é dado por,

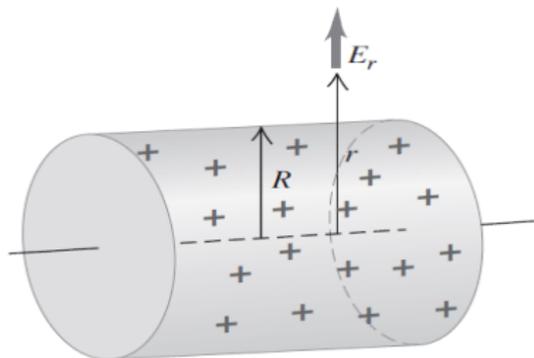
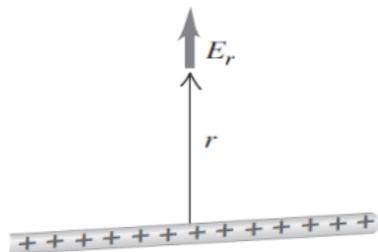
$$\begin{aligned}\vec{E} &= 0 \\ dV &= -\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \int_b^a dV &= V_a - V_b = 0\end{aligned}$$

Logo o potencial para $r \leq R$ é constante pois,

$V_a - V_b = 0$ e igual ao da superfície.

Para $r > R$ o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = \frac{\lambda \hat{r}}{2\pi\epsilon_0 r}$$



Um fio infinito carregado ou cilindro condutor carregado

Logo o potencial para $r \leq R$ é constante pois,

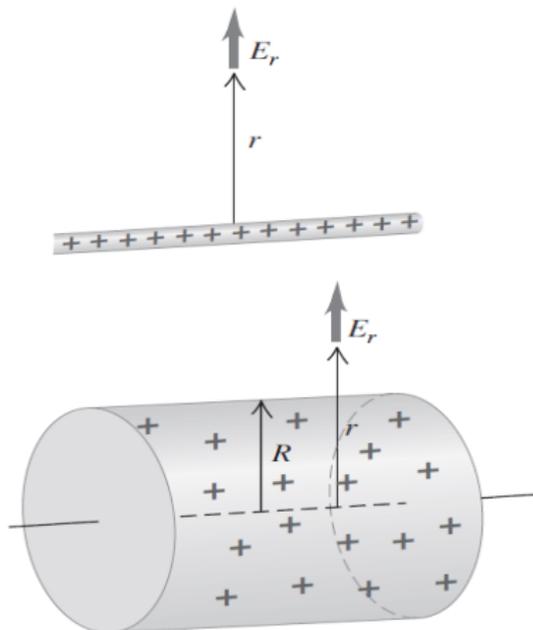
$V_a - V_b = 0$ e igual ao da superfície.

Para $r > R$ o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}}{r}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r} \cdot d\vec{l}}{r}$$

$$dV = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r}$$



Um fio infinito carregado ou cilindro condutor carregado

Logo o potencial para $r \leq R$ é constante pois,

$V_a - V_b = 0$ e igual ao da superfície.

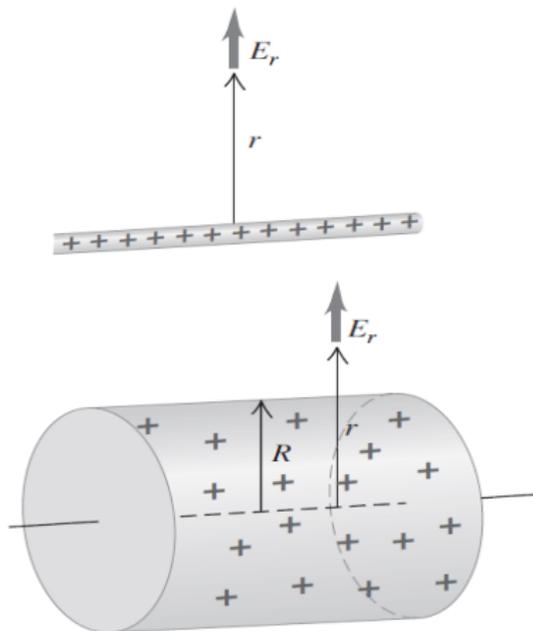
Para $r > R$ o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}}{r}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r} \cdot d\vec{l}}{r}$$

$$dV = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r}$$

$$\int_b^a dV = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_b^a \frac{dr}{r}$$



Um fio infinito carregado ou cilindro condutor carregado

Logo o potencial para $r \leq R$ é constante pois,

$V_a - V_b = 0$ e igual ao da superfície.

Para $r > R$ o campo elétrico é dado por,

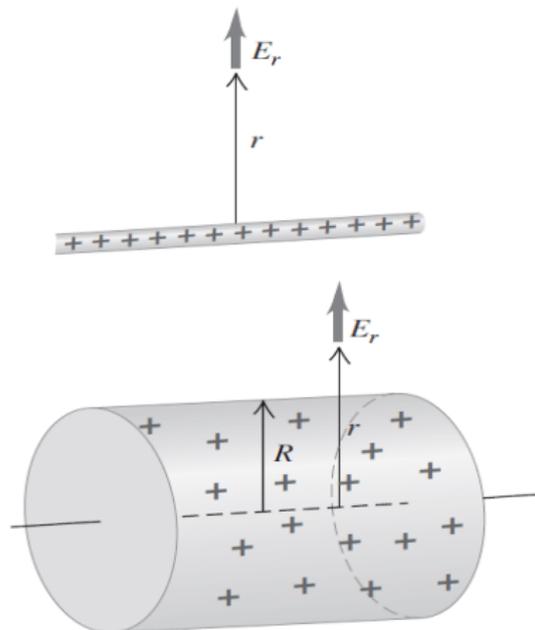
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}}{r}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r} \cdot d\vec{l}}{r}$$

$$dV = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r}$$

$$\int_b^a dV = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_b^a \frac{dr}{r}$$

$$V_a - V_b = V_{ab} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_a}{r_b}\right)$$



Um fio infinito carregado ou cilindro condutor carregado

Logo o potencial para $r \leq R$ é constante pois,

$V_a - V_b = 0$ e igual ao da superfície.

Para $r > R$ o campo elétrico é dado por,

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}}{r}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r} \cdot d\vec{l}}{r}$$

$$dV = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r}$$

$$\int_b^a dV = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_b^a \frac{dr}{r}$$

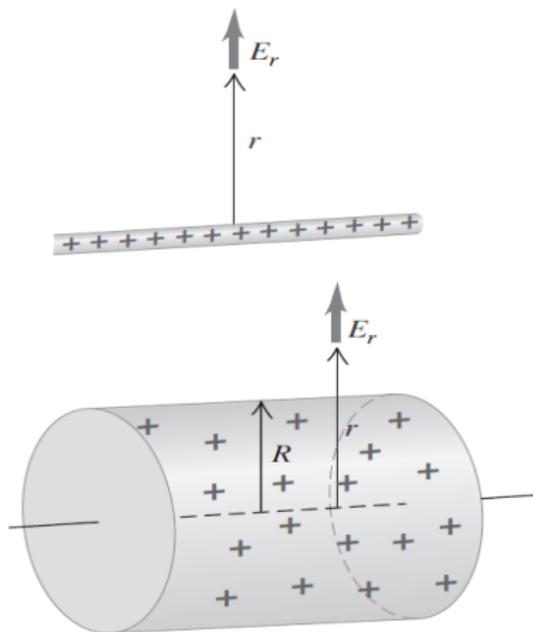
$$V_a - V_b = V_{ab} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_a}{r_b}\right)$$

Para $r > R$ o potencial elétrico é dado por

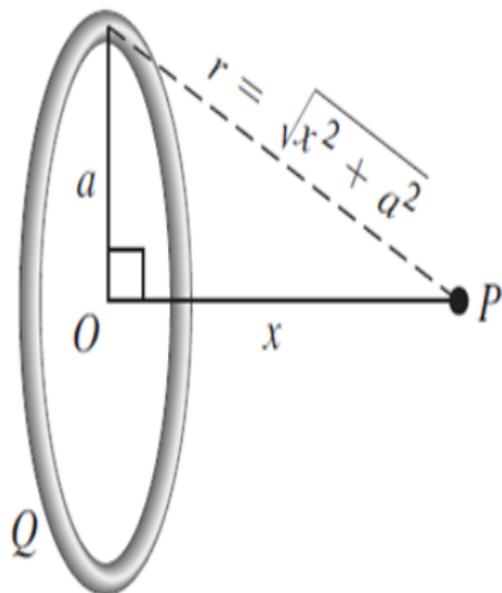
$V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r}{R}\right)$ e na superfície definimos que

$V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R}{R}\right) = 0$ pois o $\ln(x) \rightarrow \infty$ para

$x \rightarrow 0, \infty$.



Um anel carregado



Um fio carregado

