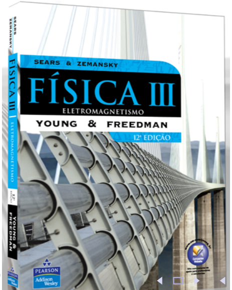
Capítulo 30 - Indutância

RODRIGO ALVES DIAS

Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

Livro texto: Física 3 - Eletromagnetismo
Autores: Sears e Zemansky
Edição: 12ª
Editora: Pearson - Addisson and Wesley

8 de novembro de 2011



Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Como uma corrente variável em uma bobina pode induzir uma fem em outra bobina desconectada.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Como uma corrente variável em uma bobina pode induzir uma fem em outra bobina desconectada.
- Como relacionar a fem induzida em um circuito à taxa de variação de corrente no mesmo circuito.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Como uma corrente variável em uma bobina pode induzir uma fem em outra bobina desconectada.
- Como relacionar a fem induzida em um circuito à taxa de variação de corrente no mesmo circuito.
- Como calcular a energia armazenada em um campo magnético.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Como uma corrente variável em uma bobina pode induzir uma fem em outra bobina desconectada.
- Como relacionar a fem induzida em um circuito à taxa de variação de corrente no mesmo circuito.
- Como calcular a energia armazenada em um campo magnético.
- Como analisar circuitos que incluem tanto um resistor quando um indutor.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Como uma corrente variável em uma bobina pode induzir uma fem em outra bobina desconectada.
- Como relacionar a fem induzida em um circuito à taxa de variação de corrente no mesmo circuito.
- Como calcular a energia armazenada em um campo magnético.
- Como analisar circuitos que incluem tanto um resistor quando um indutor.
- Por que ocorrem oscilações elétricas em circuitos que possuem tanto um indutor quanto um capacitor.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Como uma corrente variável em uma bobina pode induzir uma fem em outra bobina desconectada.
- Como relacionar a fem induzida em um circuito à taxa de variação de corrente no mesmo circuito.
- Como calcular a energia armazenada em um campo magnético.
- Como analisar circuitos que incluem tanto um resistor quando um indutor.
- Por que ocorrem oscilações elétricas em circuitos que possuem tanto um indutor quanto um capacitor.
- Por que as oscilações diminuem em circuitos com um indutor, um resistor e um capacitor.

1. Uma corrente variável em uma bobina induz uma fem em outra bobina adjacente.

1. Uma corrente variável em uma bobina induz uma fem em outra bobina adjacente.
2. O acoplamento entre as duas bobinas é descrita pela indutância mútua.

1. Uma corrente variável em uma bobina induz uma fem em outra bobina adjacente.
2. O acoplamento entre as duas bobinas é descrita pela indutância mútua.
3. Uma corrente variável em uma bobina induz uma fem na propria bobina.

1. Uma corrente variável em uma bobina induz uma fem em outra bobina adjacente.
2. O acoplamento entre as duas bobinas é descrita pela indutância mútua.
3. Uma corrente variável em uma bobina induz uma fem na propria bobina.
4. A relação entre a corrente e a fem na propria bobina depende da indutância(auto-indutância).

- Considere duas bobinas de tamanho $\mathtt{L}$ e raios $R_1 < R_2$ cada uma com N_1 e N_2 voltas, uma dentro da outra.

- Considere duas bobinas de tamanho $\mathtt{L}$ e raios $R_1 < R_2$ cada uma com N_1 e N_2 voltas, uma dentro da outra.

- Se passarmos uma corrente $\mathtt{I}_1$ na bobina 1 o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\begin{aligned} \vec{B}_1 &= \mu_0 \frac{N_1}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_1 \ \ \hat{k} \ \ 0 \leq r \leq R_1 \\ \vec{B}_1 &= 0 \ \ \hat{k} \qquad\qquad 0 r > R_1 \end{aligned}$$

- Considere duas bobinas de tamanho $\mathtt{L}$ e raios $R_1 < R_2$ cada uma com N_1 e N_2 voltas, uma dentro da outra.

- Se passarmos uma corrente $\mathtt{I}_1$ na bobina 1 o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\begin{aligned}\vec{B}_1 &= \mu_0 \frac{N_1}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_1 \;\; \hat{k} \;\; 0 \leq r \leq R_1 \\ \vec{B}_1 &= 0 \;\; \hat{k} \qquad\qquad 0 r > R_1\end{aligned}$$

- Seja $\Phi_{2(1)}$ $\rightarrow$ O fluxo magnético produzido por $\vec{B}_1$ sobre as N_2 espiras de 2(Não nulo dentro de R_1).

$$\Phi_{2(1)} = N_2 \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_2 B_1 (\pi R_1^2)$$

- Considere duas bobinas de tamanho $\mathtt{L}$ e raios $R_1 < R_2$ cada uma com N_1 e N_2 voltas, uma dentro da outra.

- Se passarmos uma corrente $\mathtt{I}_1$ na bobina 1 o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\begin{aligned} \vec{B}_1 &= \mu_0 \frac{N_1}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_1 \;\; \hat{k} \;\; 0 \leq r \leq R_1 \\ \vec{B}_1 &= 0 \;\; \hat{k} \qquad\qquad\quad 0 r > R_1 \end{aligned}$$

- Seja $\Phi_{2(1)}$ $\rightarrow$ O fluxo magnético produzido por $\vec{B}_1$ sobre as N_2 espiras de 2(Não nulo dentro de R_1).

$$\begin{aligned} \Phi_{2(1)} &= N_2 \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_2 B_1 (\pi R_1^2) \\ \Phi_{2(1)} &= \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1 \end{aligned}$$

- Considere duas bobinas de tamanho L e raios $R_1 < R_2$ cada uma com N_1 e N_2 voltas, uma dentro da outra.

- Se passarmos uma corrente $\mathtt{I}_1$ na bobina 1 o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\vec{B}_1 = \mu_0 \frac{N_1}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_1 \;\; \hat{k} \;\; 0 \leq r \leq R_1$$
$$\vec{B}_1 = 0 \;\; \hat{k} \qquad\qquad 0 r > R_1$$

- Seja $\Phi_{2(1)} \rightarrow$ O fluxo magnético produzido por $\vec{B}_1$ sobre as N_2 espiras de 2(Não nulo dentro de R_1).

$$\Phi_{2(1)} = N_2 \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_2 B_1 (\pi R_1^2)$$
$$\Phi_{2(1)} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1$$
$$\Phi_{2(1)} = L_{21} \mathtt{I}_1 \quad ; \quad L_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)$$

- Considere duas bobinas de tamanho $\mathtt{L}$ e raios $R_1 < R_2$ cada uma com N_1 e N_2 voltas, uma dentro da outra.

- Se passarmos uma corrente $\mathtt{I}_1$ na bobina 1 o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\begin{aligned}\vec{B}_1 &= \mu_0 \frac{N_1}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_1 \;\; \hat{k} \;\; 0 \leq r \leq R_1 \\ \vec{B}_1 &= 0 \;\; \hat{k} \qquad\qquad 0 r > R_1\end{aligned}$$

- Se invertermos e passarmos uma corrente $\mathtt{I}_2$ na bobina 2 temos que o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\begin{aligned}\vec{B}_2 &= \mu_0 \frac{N_2}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_2 \;\; \hat{k} \;\; 0 \leq r \leq R_2 \\ \vec{B}_2 &= 0 \;\; \hat{k} \qquad\qquad 0 r > R_2\end{aligned}$$

- Seja $\Phi_{2(1)} \rightarrow$ O fluxo magnético produzido por $\vec{B}_1$ sobre as N_2 espiras de 2(Não nulo dentro de R_1).

$$\begin{aligned}\Phi_{2(1)} &= N_2 \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_2 B_1 (\pi R_1^2) \\ \Phi_{2(1)} &= \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1 \\ \Phi_{2(1)} &= L_{21} \mathtt{I}_1 \quad ; \quad L_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)\end{aligned}$$

- Considere duas bobinas de tamanho $\mathtt{L}$ e raios $R_1 < R_2$ cada uma com N_1 e N_2 voltas, uma dentro da outra.

- Se passarmos uma corrente $\mathtt{I}_1$ na bobina 1 o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\begin{aligned}\vec{B}_1 &= \mu_0 \frac{N_1}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_1 \quad \hat{k} \quad 0 \leq r \leq R_1 \\ \vec{B}_1 &= 0 \quad \hat{k} \qquad\qquad 0 r > R_1\end{aligned}$$

- Se invertermos e passarmos uma corrente $\mathtt{I}_2$ na bobina 2 temos que o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\begin{aligned}\vec{B}_2 &= \mu_0 \frac{N_2}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_2 \quad \hat{k} \quad 0 \leq r \leq R_2 \\ \vec{B}_2 &= 0 \quad \hat{k} \qquad\qquad 0 r > R_2\end{aligned}$$

- Seja $\Phi_{2(1)}$ $\rightarrow$ O fluxo magnético produzido por $\vec{B}_1$ sobre as N_2 espiras de 2(Não nulo dentro de R_1).

$$\begin{aligned}\Phi_{2(1)} &= N_2 \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_2 B_1 (\pi R_1^2) \\ \Phi_{2(1)} &= \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1 \\ \Phi_{2(1)} &= L_{21} \mathtt{I}_1 \quad ; \quad L_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)\end{aligned}$$

$$\Phi_{1(2)} = N_1 \int_{S_1} \vec{B}_2 \cdot \hat{k} dS = N_1 B_2 (\pi R_1^2)$$

- Considere duas bobinas de tamanho $\mathtt{L}$ e raios $R_1 < R_2$ cada uma com N_1 e N_2 voltas, uma dentro da outra.

- Se passarmos uma corrente $\mathtt{I}_1$ na bobina 1 o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\vec{B}_1 = \mu_0 \frac{N_1}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_1 \quad \hat{k} \quad 0 \leq r \leq R_1$$
$$\vec{B}_1 = 0 \quad \hat{k} \qquad 0 r > R_1$$

- Seja $\Phi_{2(1)} \rightarrow$ O fluxo magnético produzido por $\vec{B}_1$ sobre as N_2 espiras de 2(Não nulo dentro de R_1).

$$\Phi_{2(1)} = N_2 \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_2 B_1 (\pi R_1^2)$$
$$\Phi_{2(1)} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1$$
$$\Phi_{2(1)} = L_{21} \mathtt{I}_1 \quad ; \quad L_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)$$

- Se invertermos e passarmos uma corrente $\mathtt{I}_2$ na bobina 2 temos que o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\vec{B}_2 = \mu_0 \frac{N_2}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_2 \quad \hat{k} \quad 0 \leq r \leq R_2$$
$$\vec{B}_2 = 0 \quad \hat{k} \qquad 0 r > R_2$$

$$\Phi_{1(2)} = N_1 \int_{S_1} \vec{B}_2 \cdot \hat{k} dS = N_1 B_2 (\pi R_1^2)$$
$$\Phi_{1(2)} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_2$$

- Considere duas bobinas de tamanho $\mathtt{L}$ e raios $R_1 < R_2$ cada uma com N_1 e N_2 voltas, uma dentro da outra.

- Se passarmos uma corrente $\mathtt{I}_1$ na bobina 1 o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\begin{aligned}\vec{B}_1 &= \mu_0 \frac{N_1}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_1 \quad \hat{k} \quad 0 \leq r \leq R_1 \\ \vec{B}_1 &= 0 \quad \hat{k} \qquad\qquad 0 r > R_1\end{aligned}$$

- Se invertermos e passarmos uma corrente $\mathtt{I}_2$ na bobina 2 temos que o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\begin{aligned}\vec{B}_2 &= \mu_0 \frac{N_2}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_2 \quad \hat{k} \quad 0 \leq r \leq R_2 \\ \vec{B}_2 &= 0 \quad \hat{k} \qquad\qquad 0 r > R_2\end{aligned}$$

- Seja $\Phi_{2(1)} \rightarrow$ O fluxo magnético produzido por $\vec{B}_1$ sobre as N_2 espiras de 2(Não nulo dentro de R_1).

$$\begin{aligned}\Phi_{2(1)} &= N_2 \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_2 B_1 (\pi R_1^2) \\ \Phi_{2(1)} &= \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1 \\ \Phi_{2(1)} &= L_{21} \mathtt{I}_1 \quad ; \quad L_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Phi_{1(2)} &= N_1 \int_{S_1} \vec{B}_2 \cdot \hat{k} dS = N_1 B_2 (\pi R_1^2) \\ \Phi_{1(2)} &= \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_2 \\ \Phi_{1(2)} &= L_{12} \mathtt{I}_2 \quad ; \quad L_{12} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)\end{aligned}$$

- Considere duas bobinas de tamanho L e raios $R_1 < R_2$ cada uma com N_1 e N_2 voltas, uma dentro da outra.

- Se passarmos uma corrente $\mathtt{I}_1$ na bobina 1 o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\begin{aligned}\vec{B}_1 &= \mu_0 \frac{N_1}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_1 \quad \hat{k} \quad 0 \leq r \leq R_1 \\ \vec{B}_1 &= 0 \quad \hat{k} \qquad\qquad\quad 0 r > R_1\end{aligned}$$

- Se invertermos e passarmos uma corrente $\mathtt{I}_2$ na bobina 2 temos que o campo magnético gerado por essa bobina será:

$$\begin{aligned}\vec{B}_2 &= \mu_0 \frac{N_2}{\mathtt{L}} \mathtt{I}_2 \quad \hat{k} \quad 0 \leq r \leq R_2 \\ \vec{B}_2 &= 0 \quad \hat{k} \qquad\qquad\quad 0 r > R_2\end{aligned}$$

- Seja $\Phi_{2(1)} \ \rightarrow$ O fluxo magnético produzido por $\vec{B}_1$ sobre as N_2 espiras de 2(Não nulo dentro de R_1).

$$\begin{aligned}\Phi_{2(1)} &= N_2 \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_2 B_1 (\pi R_1^2) \\ \Phi_{2(1)} &= \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1 \\ \Phi_{2(1)} &= L_{21} \mathtt{I}_1 \quad ; \quad L_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Phi_{1(2)} &= N_1 \int_{S_1} \vec{B}_2 \cdot \hat{k} dS = N_1 B_2 (\pi R_1^2) \\ \Phi_{1(2)} &= \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_2 \\ \Phi_{1(2)} &= L_{12} \mathtt{I}_2 \quad ; \quad L_{12} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)\end{aligned}$$

- Veja que $L_{12} = L_{21}$ é a indutância mútua.
- No S.I. a unidade de indutância mútua $1 Henry = \frac{Wb}{A}$.

- A corrente I_1 produz campo em 2 e também em 1 assim:

- A corrente I_1 produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\Phi_{1(1)} = N_1 \int_{S_1} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_1 B_1 (\pi R_1^2)$$

- A corrente $\mathtt{I}_1$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$
\begin{aligned}
\Phi_{1(1)} &= N_1 \int_{S_1} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_1 B_1 (\pi R_1^2) \\
\Phi_{1(1)} &= \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1
\end{aligned}
$$

- A corrente $\mathtt{I}_1$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\begin{aligned}
\Phi_{1(1)} &= N_1 \int_{S_1} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_1 B_1 (\pi R_1^2) \\
\Phi_{1(1)} &= \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1 \\
\Phi_{1(1)} &= L_{11} \mathtt{I}_1 \quad ; \quad L_{11} = \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)
\end{aligned}$$

- L_{11} é a auto-indutância da bobina 1.

- A corrente $\mathtt{I}_1$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\Phi_{1(1)} = N_1 \int_{S_1} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_1 B_1 (\pi R_1^2)$$

$$\Phi_{1(1)} = \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1$$

$$\Phi_{1(1)} = L_{11} \mathtt{I}_1 \quad ; \quad L_{11} = \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)$$

- L_{11} é a auto-indutância da bobina 1.

- Analogamente, a corrente $\mathtt{I}_2$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\Phi_{2(2)} = N_2 \int_{S_2} \vec{B}_2 \cdot \hat{k} dS = N_2 B_2 (\pi R_2^2)$$

- A corrente $\mathtt{I}_1$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\Phi_{1(1)} = N_1 \int_{S_1} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_1 B_1 (\pi R_1^2)$$

$$\Phi_{1(1)} = \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1$$

$$\Phi_{1(1)} = L_{11} \mathtt{I}_1 \quad ; \quad L_{11} = \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)$$

- L_{11} é a auto-indutância da bobina 1.

- Analogamente, a corrente $\mathtt{I}_2$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\Phi_{2(2)} = N_2 \int_{S_2} \vec{B}_2 \cdot \hat{k} dS = N_2 B_2 (\pi R_2^2)$$

$$\Phi_{2(2)} = \mu_0 \frac{N_2^2}{\mathtt{L}} (\pi R_2^2) \mathtt{I}_2$$

- A corrente $\mathtt{I}_1$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\begin{aligned}\Phi_{1(1)} &= N_1 \int_{S_1} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_1 B_1 (\pi R_1^2) \\ \Phi_{1(1)} &= \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1 \\ \Phi_{1(1)} &= L_{11} \mathtt{I}_1 \quad ; \quad L_{11} = \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)\end{aligned}$$

- L_{11} é a auto-indutância da bobina 1.

- Analogamente, a corrente $\mathtt{I}_2$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\begin{aligned}\Phi_{2(2)} &= N_2 \int_{S_2} \vec{B}_2 \cdot \hat{k} dS = N_2 B_2 (\pi R_2^2) \\ \Phi_{2(2)} &= \mu_0 \frac{N_2^2}{\mathtt{L}} (\pi R_2^2) \mathtt{I}_2 \\ \Phi_{2(2)} &= L_{22} \mathtt{I}_2 \quad ; \quad L_{22} = \mu_0 \frac{N_2^2}{\mathtt{L}} (\pi R_2^2)\end{aligned}$$

- L_{22} é a auto-indutância da bobina 2.

- A corrente $\mathtt{I}_1$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\Phi_{1(1)} = N_1 \int_{S_1} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_1 B_1 (\pi R_1^2)$$
$$\Phi_{1(1)} = \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1$$
$$\Phi_{1(1)} = L_{11} \mathtt{I}_1 \quad ; \quad L_{11} = \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)$$

- L_{11} é a auto-indutância da bobina 1.

- Analogamente, a corrente $\mathtt{I}_2$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\Phi_{2(2)} = N_2 \int_{S_2} \vec{B}_2 \cdot \hat{k} dS = N_2 B_2 (\pi R_2^2)$$
$$\Phi_{2(2)} = \mu_0 \frac{N_2^2}{\mathtt{L}} (\pi R_2^2) \mathtt{I}_2$$
$$\Phi_{2(2)} = L_{22} \mathtt{I}_2 \quad ; \quad L_{22} = \mu_0 \frac{N_2^2}{\mathtt{L}} (\pi R_2^2)$$

- L_{22} é a auto-indutância da bobina 2.

$$L_1 L_2 = \mu_0^2 \frac{N_1^2 N_2^2}{\mathtt{L}^2} (\pi^2 R_1^2 R_2^2)$$

- A corrente $\mathtt{I}_1$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\begin{aligned}
\Phi_{1(1)} &= N_1 \int_{S_1} \vec{B}_1 \cdot \hat{k} dS = N_1 B_1 (\pi R_1^2) \\
\Phi_{1(1)} &= \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1 \\
\Phi_{1(1)} &= L_{11} \mathtt{I}_1 \quad ; \quad L_{11} = \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathtt{L}} (\pi R_1^2)
\end{aligned}$$

- L_{11} é a auto-indutância da bobina 1.

- Analogamente, a corrente $\mathtt{I}_2$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\begin{aligned}
\Phi_{2(2)} &= N_2 \int_{S_2} \vec{B}_2 \cdot \hat{k} dS = N_2 B_2 (\pi R_2^2) \\
\Phi_{2(2)} &= \mu_0 \frac{N_2^2}{\mathtt{L}} (\pi R_2^2) \mathtt{I}_2 \\
\Phi_{2(2)} &= L_{22} \mathtt{I}_2 \quad ; \quad L_{22} = \mu_0 \frac{N_2^2}{\mathtt{L}} (\pi R_2^2)
\end{aligned}$$

- L_{22} é a auto-indutância da bobina 2.

$$\begin{aligned}
L_1 L_2 &= \mu_0^2 \frac{N_1^2 N_2^2}{\mathtt{L}^2} (\pi^2 R_1^2 R_2^2) \\
\sqrt{L_1 L_2} &= \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathtt{L}} (\pi R_1 R_2) = L_{12} \frac{R_2}{R_1}
\end{aligned}$$

- A corrente $\mathtt{I}_1$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\begin{aligned}\Phi_{1(1)} &= N_1 \int_{S_1} \vec{B}_1 \cdot \hat{k}\, dS = N_1 B_1 (\pi R_1^2) \\ \Phi_{1(1)} &= \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathrm{L}} (\pi R_1^2) \mathtt{I}_1 \\ \Phi_{1(1)} &= L_{11} \mathtt{I}_1 \quad ; \quad L_{11} = \mu_0 \frac{N_1^2}{\mathrm{L}} (\pi R_1^2)\end{aligned}$$

- L_{11} é a auto-indutância da bobina 1.

- Analogamente, a corrente $\mathtt{I}_2$ produz campo em 2 e também em 1 assim:

$$\begin{aligned}\Phi_{2(2)} &= N_2 \int_{S_2} \vec{B}_2 \cdot \hat{k}\, dS = N_2 B_2 (\pi R_2^2) \\ \Phi_{2(2)} &= \mu_0 \frac{N_2^2}{\mathrm{L}} (\pi R_2^2) \mathtt{I}_2 \\ \Phi_{2(2)} &= L_{22} \mathtt{I}_2 \quad ; \quad L_{22} = \mu_0 \frac{N_2^2}{\mathrm{L}} (\pi R_2^2)\end{aligned}$$

- L_{22} é a auto-indutância da bobina 2.

$$\begin{aligned}L_1 L_2 &= \mu_0^2 \frac{N_1^2 N_2^2}{\mathrm{L}^2} (\pi^2 R_1^2 R_2^2) \\ \sqrt{L_1 L_2} &= \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\mathrm{L}} (\pi R_1 R_2) = L_{12} \frac{R_2}{R_1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}} &= \frac{R_1}{R_2} = K < 1 \quad p/R_1 < R_2 \\ \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}} &= \frac{R_1}{R_2} = K = 1 \quad p/R_1 = R_2 \\ \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}} &= \frac{R_1}{R_2} = K > 1 \quad p/R_1 > R_2\end{aligned}$$

- Se existir corrente $\mathtt{I}_1$ na bobina 1 e $\mathtt{I}_2$ na bobina 2 então:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= L_{11}\mathtt{I}_1 + L_{12}\mathtt{I}_2 \\ \Phi_2 &= L_{21}\mathtt{I}_1 + L_{22}\mathtt{I}_2 \end{aligned}$$

- Se existir corrente $\mathtt{I}_1$ na bobina 1 e $\mathtt{I}_2$ na bobina 2 então:

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= L_{11}\mathtt{I}_1 + L_{12}\mathtt{I}_2 \\ \Phi_2 &= L_{21}\mathtt{I}_1 + L_{22}\mathtt{I}_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= -\frac{d\Phi_1}{dt} \\ \varepsilon_2 &= -\frac{d\Phi_2}{dt}\end{aligned}$$

- Se existir corrente I_1 na bobina 1 e I_2 na bobina 2 então:

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= L_{11}\mathrm{I}_1 + L_{12}\mathrm{I}_2\\ \Phi_2 &= L_{21}\mathrm{I}_1 + L_{22}\mathrm{I}_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= -\frac{d\Phi_1}{dt}\\ \varepsilon_2 &= -\frac{d\Phi_2}{dt}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= -L_{11}\frac{d\mathrm{I}_1}{dt} - L_{12}\frac{d\mathrm{I}_2}{dt}\\ \varepsilon_2 &= -L_{21}\frac{d\mathrm{I}_1}{dt} - L_{22}\frac{d\mathrm{I}_2}{dt}\end{aligned}$$

- Se existir corrente I_1 na bobina 1 e I_2 na bobina 2 então:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= L_{11}\mathrm{I}_1 + L_{12}\mathrm{I}_2 \\ \Phi_2 &= L_{21}\mathrm{I}_1 + L_{22}\mathrm{I}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= -\frac{d\Phi_1}{dt} \\ \varepsilon_2 &= -\frac{d\Phi_2}{dt} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= -L_{11}\frac{d\mathrm{I}_1}{dt} - L_{12}\frac{d\mathrm{I}_2}{dt} \\ \varepsilon_2 &= -L_{21}\frac{d\mathrm{I}_1}{dt} - L_{22}\frac{d\mathrm{I}_2}{dt} \end{aligned}$$

- Vemos que conhecendo a auto-indutância, a indutância-mutua e as correntes sabemos qual será a fem induzidas em cada bobina.

- Se existir corrente I_1 na bobina 1 e I_2 na bobina 2 então:

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= L_{11}\mathrm{I}_1 + L_{12}\mathrm{I}_2 \\ \Phi_2 &= L_{21}\mathrm{I}_1 + L_{22}\mathrm{I}_2\end{aligned}$$

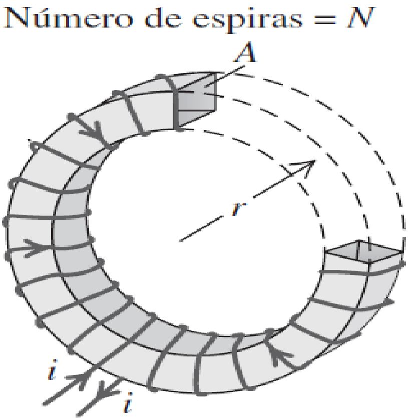
$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= -\frac{d\Phi_1}{dt} \\ \varepsilon_2 &= -\frac{d\Phi_2}{dt}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= -L_{11}\frac{d\mathrm{I}_1}{dt} - L_{12}\frac{d\mathrm{I}_2}{dt} \\ \varepsilon_2 &= -L_{21}\frac{d\mathrm{I}_1}{dt} - L_{22}\frac{d\mathrm{I}_2}{dt}\end{aligned}$$

- Vemos que conhecendo a auto-indutância, a indutância-mutua e as correntes sabemos qual será a fem induzidas em cada bobina.
- A auto-indutância e a indutância-mutua só depende de fatores geométricos, ou seja, é independente das correntes.

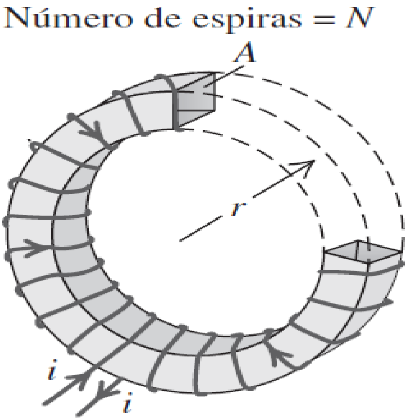
Auto-Indutância L de um Solenóide Toroidal Ideal

- **Nesse sistema, o campo magnético fica completamente confinado no seu núcleo de área A.**



Auto-Indutância L de um Solenóide Toroidal Ideal

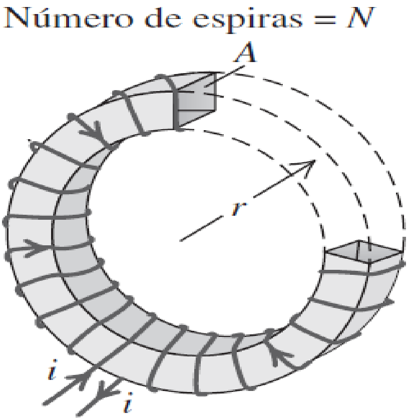
- **Nesse sistema, o campo magnético fica completamente confinado no seu núcleo de área A.**
- **Iremos supor que a área A é pequena o suficiente, tal que o campo será constante nesta superfície.**



Auto-Indutância L de um Solenóide Toroidal Ideal

- **Nesse sistema, o campo magnético fica completamente confinado no seu núcleo de área A.**
- **Iremos supor que a área A é pequena o suficiente, tal que o campo será constante nesta superfície.**
- **Da lei de ampere temos que o campo magnético é dado por:**

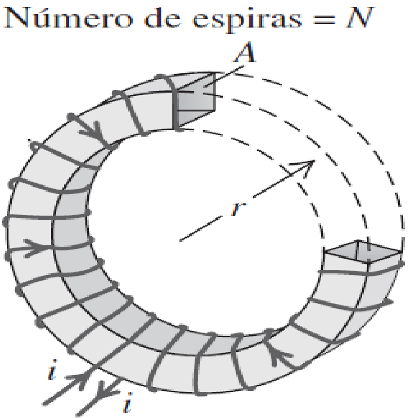
$$B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}$$



Auto-Indutância L de um Solenóide Toroidal Ideal

- **Nesse sistema, o campo magnético fica completamente confinado no seu núcleo de área A.**
- **Iremos supor que a área A é pequena o suficiente, tal que o campo será constante nesta superfície.**
- **Da lei de ampere temos que o campo magnético é dado por:**

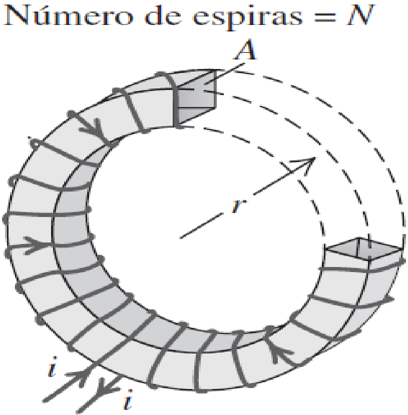
$$
\begin{aligned}
B &= \frac{\mu_0 N i}{2\pi r} \\
\Phi_B &= N\int \vec{B}\cdot\vec{A} = NBA = \frac{\mu_0 N^2 i A}{2\pi r}
\end{aligned}
$$



Auto-Indutância L de um Solenóide Toroidal Ideal

- **Nesse sistema, o campo magnético fica completamente confinado no seu núcleo de área A.**
- **Iremos supor que a área A é pequena o suficiente, tal que o campo será constante nesta superfície.**
- **Da lei de ampere temos que o campo magnético é dado por:**

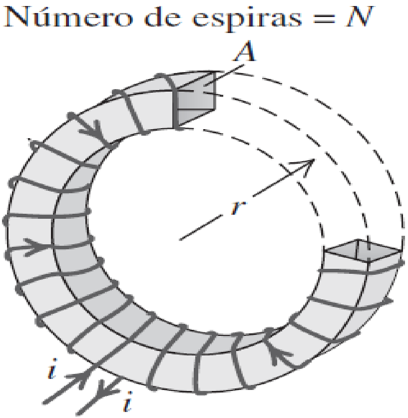
$$
\begin{aligned}
B &= \frac{\mu_0 N i}{2\pi r} \\
\Phi_B &= N\int \vec{B}\cdot\vec{A} = NBA = \frac{\mu_0 N^2 i A}{2\pi r} \\
L &= \frac{d\Phi_B}{di}
\end{aligned}
$$



Auto-Indutância L de um Solenóide Toroidal Ideal

- **Nesse sistema, o campo magnético fica completamente confinado no seu núcleo de área A.**
- **Iremos supor que a área A é pequena o suficiente, tal que o campo será constante nesta superfície.**
- **Da lei de ampere temos que o campo magnético é dado por:**

$$
\begin{aligned}
B &= \frac{\mu_0 N i}{2\pi r} \\
\Phi_B &= N\int \vec{B}\cdot\vec{A} = NBA = \frac{\mu_0 N^2 i A}{2\pi r} \\
L &= \frac{d\Phi_B}{di} \\
L &= \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}
\end{aligned}
$$



Energia armazenada em um indutor

- **Vamos calcular a energia total U necessária para estabelecer uma corrente final $\mathrm{I}_f = \mathrm{I}$ em um indutor com indutância L.**

Energia armazenada em um indutor

- **Vamos calcular a energia total U necessária para estabelecer uma corrente final $\mathrm{I}_f = \mathrm{I}$ em um indutor com indutância L.**
- **Vamos supor que a corrente inicial seja zero**$(I_0 = 0)$.

$$
\begin{aligned}
P &= V_{ab} i \\
V_{ab} &= L \frac{di}{dt}
\end{aligned}
$$

Energia armazenada em um indutor

- **Vamos calcular a energia total U necessária para estabelecer uma corrente final $\mathrm{I}_f = \mathrm{I}$ em um indutor com indutância L.**
- **Vamos supor que a corrente inicial seja zero$(I_0 = 0)$.**
- **A potência em um indutor sera dada por:**

$$\begin{aligned} P &= V_{ab} i \\ V_{ab} &= L\frac{di}{dt} \\ P &= Li\frac{di}{dt} = \frac{dU}{dt} \end{aligned}$$

Energia armazenada em um indutor

- **Vamos calcular a energia total U necessária para estabelecer uma corrente final $\mathrm{I}_f = \mathrm{I}$ em um indutor com indutância L.**
- **Vamos supor que a corrente inicial seja zero$(I_0 = 0)$.**
- **A potência em um indutor sera dada por:**

$$
\begin{aligned}
P &= V_{ab} i \\
V_{ab} &= L\frac{di}{dt} \\
P &= Li\frac{di}{dt} = \frac{dU}{dt} \\
dU &= Pdt = Li\frac{di}{dt}dt
\end{aligned}
$$

Energia armazenada em um indutor

- **Vamos calcular a energia total U necessária para estabelecer uma corrente final $\mathrm{I}_f = \mathrm{I}$ em um indutor com indutância L.**
- **Vamos supor que a corrente inicial seja zero$(I_0 = 0)$.**
- **A potência em um indutor sera dada por:**

$$
\begin{aligned}
P &= V_{ab} i \\
V_{ab} &= L\frac{di}{dt} \\
P &= Li\frac{di}{dt} = \frac{dU}{dt} \\
dU &= Pdt = Li\frac{di}{dt}dt \\
dU &= Lidi \\
U &= L\int_0^{\mathrm{I}} idi \\
U &= \frac{1}{2}L\mathrm{I}^2
\end{aligned}
$$

Densidade de Energia Magnética

- **A energia em um indutor é, na realidade, armazenada no campo magnético no interior da bobina.**

Densidade de Energia Magnética

- **A energia em um indutor é, na realidade, armazenada no campo magnético no interior da bobina.**
- **Da mesma forma, que a energia elétrica é armazenada no campo elétrico no interior de um capacitor.**

Densidade de Energia Magnética

- **A energia em um indutor é, na realidade, armazenada no campo magnético no interior da bobina.**
- **Da mesma forma, que a energia elétrica é armazenada no campo elétrico no interior de um capacitor.**
- **Para um solenóide toroidal ideal temos que:**

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}$$

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

Densidade de Energia Magnética

- **A energia em um indutor é, na realidade, armazenada no campo magnético no interior da bobina.**
- **Da mesma forma, que a energia elétrica é armazenada no campo elétrico no interior de um capacitor.**
- **Para um solenóide toroidal ideal temos que:**

$$
\begin{aligned}
L &= \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} \\
U &= \frac{1}{2} L \mathrm{I}^2 \\
U &= \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} \mathrm{I}^2
\end{aligned}
$$

Densidade de Energia Magnética

- **A energia em um indutor é, na realidade, armazenada no campo magnético no interior da bobina.**
- **Da mesma forma, que a energia elétrica é armazenada no campo elétrico no interior de um capacitor.**
- **Para um solenóide toroidal ideal temos que:**

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}$$

$$U = \frac{1}{2} L \mathrm{I}^2$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} \mathrm{I}^2$$

- **O campo magnético e a energia estão armazenados em um volume $V = 2\pi r A$.**

Densidade de Energia Magnética

- **A energia em um indutor é, na realidade, armazenada no campo magnético no interior da bobina.**
- **Da mesma forma, que a energia elétrica é armazenada no campo elétrico no interior de um capacitor.**
- **Para um solenóide toroidal ideal temos que:**

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}$$

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} I^2$$

- **O campo magnético e a energia estão armazenados em um volume $V = 2\pi r A$.**
- **A densidade de energia magnética será dada por:**

$$u = \frac{U}{V}$$

$$u = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} I^2 \frac{1}{2\pi r A}$$

Densidade de Energia Magnética

- **A energia em um indutor é, na realidade, armazenada no campo magnético no interior da bobina.**
- **Da mesma forma, que a energia elétrica é armazenada no campo elétrico no interior de um capacitor.**
- **Para um solenóide toroidal ideal temos que:**

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}$$

$$U = \frac{1}{2} L\mathrm{I}^2$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}\mathrm{I}^2$$

- **O campo magnético e a energia estão armazenados em um volume $V = 2\pi r A$.**
- **A densidade de energia magnética será dada por:**

$$u = \frac{U}{V}$$

$$u = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}\mathrm{I}^2 \frac{1}{2\pi r A}$$

$$u = \frac{1}{2}\mu_0 \frac{N^2 \mathrm{I}^2}{(2\pi r)^2}$$

Densidade de Energia Magnética

- **A energia em um indutor é, na realidade, armazenada no campo magnético no interior da bobina.**
- **Da mesma forma, que a energia elétrica é armazenada no campo elétrico no interior de um capacitor.**
- **Para um solenóide toroidal ideal temos que:**

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}$$

$$U = \frac{1}{2} L \mathrm{I}^2$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} \mathrm{I}^2$$

- **O campo magnético e a energia estão armazenados em um volume $V = 2\pi r A$.**
- **A densidade de energia magnética será dada por:**

$$u = \frac{U}{V}$$

$$u = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} \mathrm{I}^2 \frac{1}{2\pi r A}$$

$$u = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2 \mathrm{I}^2}{(2\pi r)^2}$$

$$\frac{B^2}{\mu_0^2} = \frac{N^2 \mathrm{I}^2}{(2\pi r)^2}$$

Densidade de Energia Magnética

- **A energia em um indutor é, na realidade, armazenada no campo magnético no interior da bobina.**
- **Da mesma forma, que a energia elétrica é armazenada no campo elétrico no interior de um capacitor.**
- **Para um solenóide toroidal ideal temos que:**

$$
\begin{aligned}
L &= \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} \\
U &= \frac{1}{2} L \mathrm{I}^2 \\
U &= \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} \mathrm{I}^2
\end{aligned}
$$

- **O campo magnético e a energia estão armazenados em um volume $V = 2\pi r A$.**
- **A densidade de energia magnética será dada por:**

$$
\begin{aligned}
u &= \frac{U}{V} \\
u &= \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} \mathrm{I}^2 \frac{1}{2\pi r A} \\
u &= \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2 \mathrm{I}^2}{(2\pi r)^2} \\
\frac{B^2}{\mu_0^2} &= \frac{N^2 \mathrm{I}^2}{(2\pi r)^2} \\
u &= \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}
\end{aligned}
$$

Densidade de Energia Magnética e Elétrica

- **A densidade de energia elétrica é dada por:**

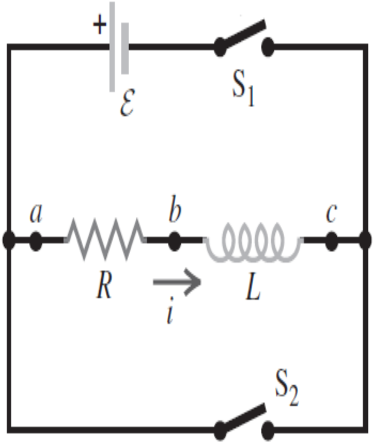
$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

- **A densidade de energia magnética é dada por:**

$$u = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

Aumento da corrente em um circuito R-L

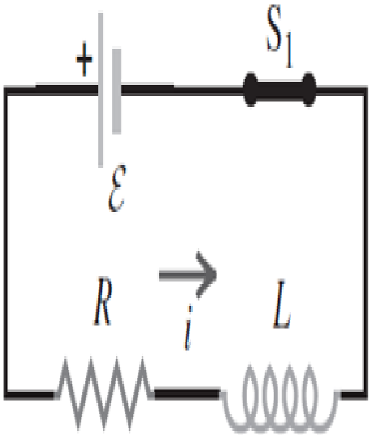
- **Considere o circuito R-L.**



Aumento da corrente em um circuito R-L

- **Considere o circuito R-L.**
- **Fechando a chave S_1 em $t = 0$ temos:**

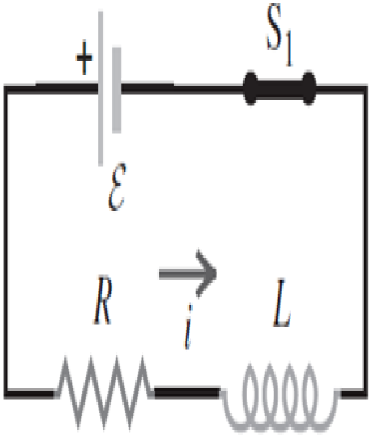
$$0 = \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt}$$



Aumento da corrente em um circuito R-L

- **Considere o circuito R-L.**
- **Fechando a chave S_1 em $t = 0$ temos:**

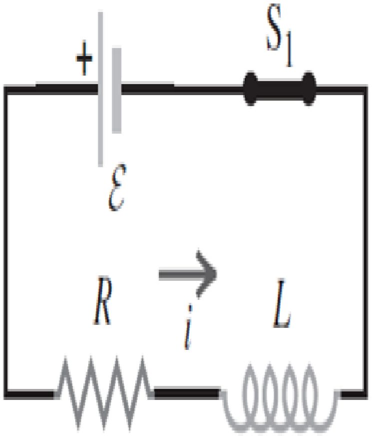
$$
\begin{aligned}
0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
u(t) &= \varepsilon - Ri(t)
\end{aligned}
$$



Aumento da corrente em um circuito R-L

- **Considere o circuito R-L.**
- **Fechando a chave S_1 em $t = 0$ temos:**

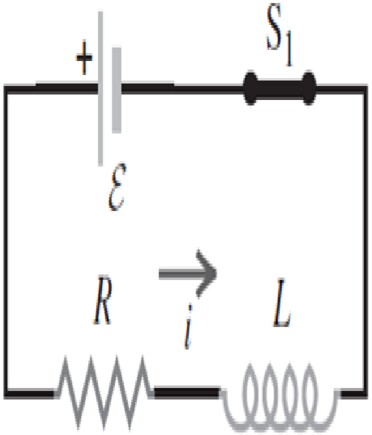
$$
\begin{aligned}
0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
u(t) &= \varepsilon - Ri(t) \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt}
\end{aligned}
$$



Aumento da corrente em um circuito R-L

- **Considere o circuito R-L.**
- **Fechando a chave S_1 em $t = 0$ temos:**

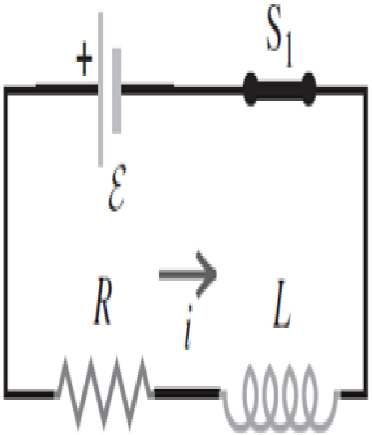
$$
\begin{aligned}
0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
u(t) &= \varepsilon - Ri(t) \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
0 &= u(t) + \frac{L}{R}\frac{du(t)}{dt}
\end{aligned}
$$



Aumento da corrente em um circuito R-L

- **Considere o circuito R-L.**
- **Fechando a chave S_1 em $t = 0$ temos:**

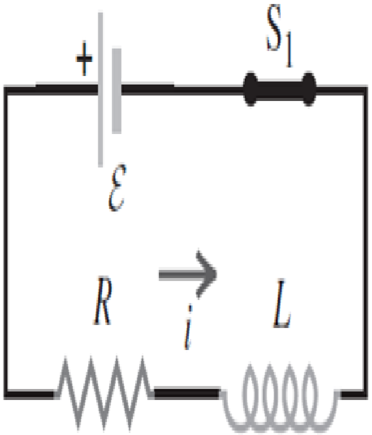
$$\begin{aligned} 0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\ u(t) &= \varepsilon - Ri(t) \\ \frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt} \\ 0 &= u(t) + \frac{L}{R}\frac{du(t)}{dt} \\ \frac{du(t)}{u(t)} &= -\frac{R}{L}dt \end{aligned}$$



Aumento da corrente em um circuito R-L

- **Considere o circuito R-L.**
- **Fechando a chave S_1 em $t = 0$ temos:**

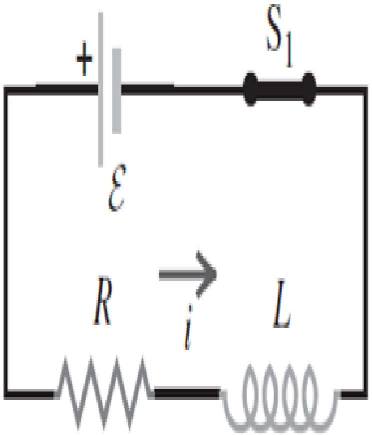
$$
\begin{aligned}
0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
u(t) &= \varepsilon - Ri(t) \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
0 &= u(t) + \frac{L}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
\frac{du(t)}{u(t)} &= -\frac{R}{L}dt \\
\int \frac{du(t)}{u(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt
\end{aligned}
$$



Aumento da corrente em um circuito R-L

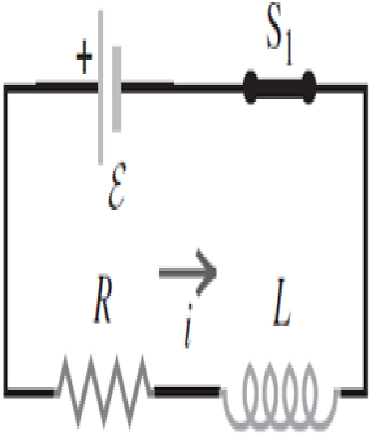
- **Considere o circuito R-L.**
- **Fechando a chave S_1 em $t = 0$ temos:**

$$
\begin{aligned}
0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
u(t) &= \varepsilon - Ri(t) \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
0 &= u(t) + \frac{L}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
\frac{du(t)}{u(t)} &= -\frac{R}{L}dt \\
\int \frac{du(t)}{u(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[u(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R}
\end{aligned}
$$



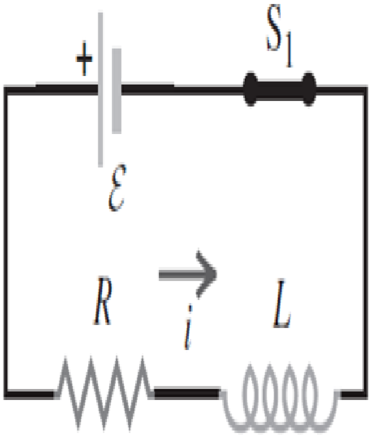
Aumento da corrente em um circuito R-L

$$
\begin{aligned}
0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
u(t) &= \varepsilon - Ri(t) \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
0 &= u(t) + \frac{L}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
\frac{du(t)}{u(t)} &= -\frac{R}{L}dt \\
\int \frac{du(t)}{u(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[u(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R} \\
u(t) &= A\exp[-t/\tau_L] = \varepsilon - Ri(t)
\end{aligned}
$$



Aumento da corrente em um circuito R-L

$$
\begin{aligned}
0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
u(t) &= \varepsilon - Ri(t) \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
0 &= u(t) + \frac{L}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
\frac{du(t)}{u(t)} &= -\frac{R}{L}dt \\
\int \frac{du(t)}{u(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[u(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R} \\
u(t) &= A\exp[-t/\tau_L] = \varepsilon - Ri(t) \\
i(t) &= \frac{1}{R}(\varepsilon - Ae^{-t/\tau_L})
\end{aligned}
$$



Aumento da corrente em um circuito R-L

$$
\begin{aligned}
0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
u(t) &= \varepsilon - Ri(t) \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
0 &= u(t) + \frac{L}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
\frac{du(t)}{u(t)} &= -\frac{R}{L}dt \\
\int \frac{du(t)}{u(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[u(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R} \\
u(t) &= A\exp[-t/\tau_L] = \varepsilon - Ri(t) \\
i(t) &= \frac{1}{R}(\varepsilon - Ae^{-t/\tau_L})
\end{aligned}
$$

- **Em** $t = 0$ $\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} \neq 0$ **e** $i(0) = 0$**,**

Aumento da corrente em um circuito R-L

$$
\begin{aligned}
0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
u(t) &= \varepsilon - Ri(t) \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
0 &= u(t) + \frac{L}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
\frac{du(t)}{u(t)} &= -\frac{R}{L}dt \\
\int \frac{du(t)}{u(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[u(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R} \\
u(t) &= A\exp[-t/\tau_L] = \varepsilon - Ri(t) \\
i(t) &= \frac{1}{R}(\varepsilon - Ae^{-t/\tau_L})
\end{aligned}
$$

- **Em $t = 0$ $\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} \neq 0$ e $i(0) = 0$,**

Aumento da corrente em um circuito R-L

$$
\begin{aligned}
0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
u(t) &= \varepsilon - Ri(t) \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
0 &= u(t) + \frac{L}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
\frac{du(t)}{u(t)} &= -\frac{R}{L}dt \\
\int \frac{du(t)}{u(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[u(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R} \\
u(t) &= A\exp[-t/\tau_L] = \varepsilon - Ri(t) \\
i(t) &= \frac{1}{R}(\varepsilon - Ae^{-t/\tau_L})
\end{aligned}
$$

- **Em** $t = 0$ $\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} \neq 0$ **e** $i(0) = 0$**,**

$$
\begin{aligned}
\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} &= \frac{\varepsilon}{L} \\
\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} &= \frac{1}{R}\left[\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{A}{\tau_L}e^{-t/\tau_L}\right]_{t=0}
\end{aligned}
$$

Aumento da corrente em um circuito R-L

$$
\begin{aligned}
0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
u(t) &= \varepsilon - Ri(t) \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
0 &= u(t) + \frac{L}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
\frac{du(t)}{u(t)} &= -\frac{R}{L}dt \\
\int \frac{du(t)}{u(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[u(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R} \\
u(t) &= A\exp[-t/\tau_L] = \varepsilon - Ri(t) \\
i(t) &= \frac{1}{R}(\varepsilon - Ae^{-t/\tau_L})
\end{aligned}
$$

- **Em** $t = 0$ $\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} \neq 0$ **e** $i(0) = 0$**,**

$$
\begin{aligned}
\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} &= \frac{\varepsilon}{L} \\
\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} &= \frac{1}{R}\left[\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{A}{\tau_L}e^{-t/\tau_L}\right]_{t=0} \\
\frac{\varepsilon}{L} &= \frac{A}{R\tau_L}
\end{aligned}
$$

Aumento da corrente em um circuito R-L

$$\begin{aligned}
0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
u(t) &= \varepsilon - Ri(t) \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
0 &= u(t) + \frac{L}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
\frac{du(t)}{u(t)} &= -\frac{R}{L}dt \\
\int \frac{du(t)}{u(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[u(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R} \\
u(t) &= A\exp[-t/\tau_L] = \varepsilon - Ri(t) \\
i(t) &= \frac{1}{R}(\varepsilon - Ae^{-t/\tau_L})
\end{aligned}$$

- **Em** $t = 0$ $\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} \neq 0$ **e** $i(0) = 0$**,**

$$\begin{aligned}
\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} &= \frac{\varepsilon}{L} \\
\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} &= \frac{1}{R}\left[\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{A}{\tau_L}e^{-t/\tau_L}\right]_{t=0} \\
\frac{\varepsilon}{L} &= \frac{A}{R\tau_L} \\
A &= \frac{\varepsilon R\tau_L}{L} = \frac{\varepsilon R}{L}\frac{L}{R} = \varepsilon
\end{aligned}$$

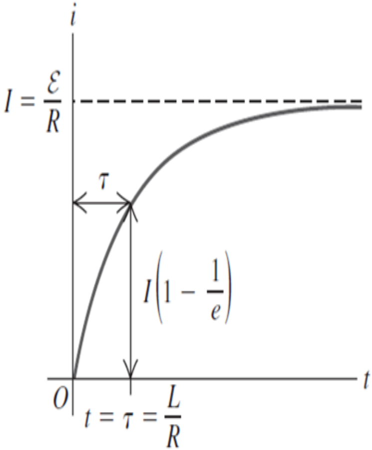
Aumento da corrente em um circuito R-L

$$
\begin{aligned}
0 &= \varepsilon - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
u(t) &= \varepsilon - Ri(t) \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
0 &= u(t) + \frac{L}{R}\frac{du(t)}{dt} \\
\frac{du(t)}{u(t)} &= -\frac{R}{L}dt \\
\int \frac{du(t)}{u(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[u(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R} \\
u(t) &= A\exp[-t/\tau_L] = \varepsilon - Ri(t) \\
i(t) &= \frac{1}{R}(\varepsilon - Ae^{-t/\tau_L})
\end{aligned}
$$

- **Em** $t = 0$ $\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} \neq 0$ **e** $i(0) = 0$,

$$
\begin{aligned}
\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} &= \frac{\varepsilon}{L} \\
\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} &= \frac{1}{R}\left[\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{A}{\tau_L}e^{-t/\tau_L}\right]_{t=0} \\
\frac{\varepsilon}{L} &= \frac{A}{R\tau_L} \\
A &= \frac{\varepsilon R\tau_L}{L} = \frac{\varepsilon R}{L}\frac{L}{R} = \varepsilon \\
i(t) &= \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-t/\tau_L})
\end{aligned}
$$

Aumento da corrente em um circuito R-L

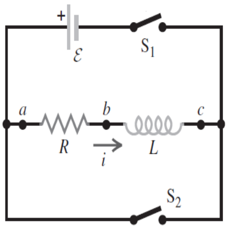


- **Em** $t = 0$ $\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} \neq 0$ **e** $i(0) = 0$**,**

$$
\begin{aligned}
\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} &= \frac{\varepsilon}{L} \\
\left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} &= \frac{1}{R}\left[\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{A}{\tau_L} e^{-t/\tau_L}\right]_{t=0} \\
\frac{\varepsilon}{L} &= \frac{A}{R\tau_L} \\
A &= \frac{\varepsilon R \tau_L}{L} = \frac{\varepsilon R}{L}\frac{L}{R} = \varepsilon \\
i(t) &= \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-t/\tau_L})
\end{aligned}
$$

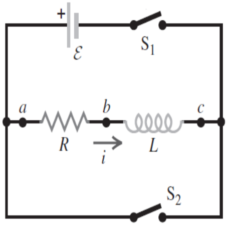
Diminuição da corrente em um circuito R-L

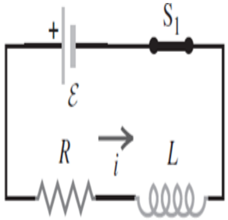
- **Considere o circuito R-L.**



Diminuição da corrente em um circuito R-L

- **Considere o circuito R-L.**
- **Se S_1 está muito tempo fechada $I(\infty) = \frac{\varepsilon}{R}$.**

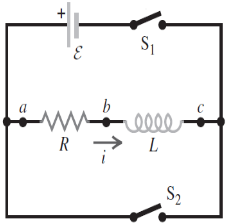


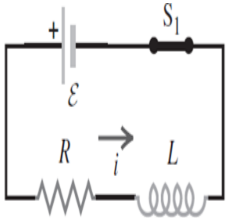


Diminuição da corrente em um circuito R-L

- **Fechando a chave S_2 e abrindo S_1 no novo tempo $t = 0$ temos,**

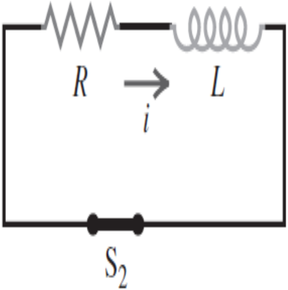
- **Considere o circuito R-L.**
- **Se S_1 está muito tempo fechada $I(\infty) = \frac{\varepsilon}{R}$.**





Diminuição da corrente em um circuito R-L

- **Considere o circuito R-L.**
- **Se S_1 está muito tempo fechada $I(\infty) = \frac{\varepsilon}{R}$.**

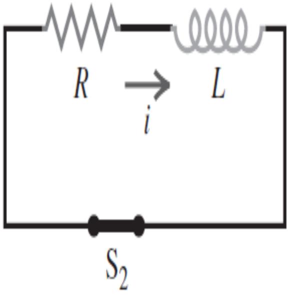


- **Fechando a chave S_2 e abrindo S_1 no novo tempo $t = 0$ temos,**

$$0 = -Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt}$$

Diminuição da corrente em um circuito R-L

- **Considere o circuito R-L.**
- **Se S_1 está muito tempo fechada $I(\infty) = \frac{\varepsilon}{R}$.**

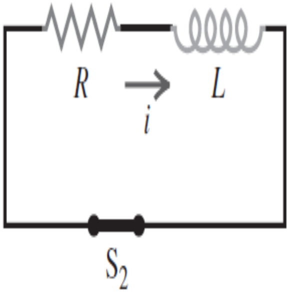


- **Fechando a chave S_2 e abrindo S_1 no novo tempo $t = 0$ temos,**

$$
\begin{aligned}
0 &= -Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{R}{L}i(t)
\end{aligned}
$$

Diminuição da corrente em um circuito R-L

- **Considere o circuito R-L.**
- **Se S_1 está muito tempo fechada $I(\infty) = \frac{\varepsilon}{R}$.**



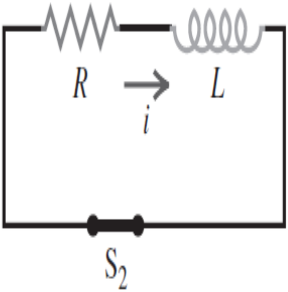
- **Fechando a chave S_2 e abrindo S_1 no novo tempo $t = 0$ temos,**

$$\begin{aligned} 0 &= -Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\ \frac{di(t)}{dt} &= -\frac{R}{L}i(t) \\ \int \frac{di(t)}{i(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \end{aligned}$$

Diminuição da corrente em um circuito R-L

- **Fechando a chave S_2 e abrindo S_1 no novo tempo $t = 0$ temos,**

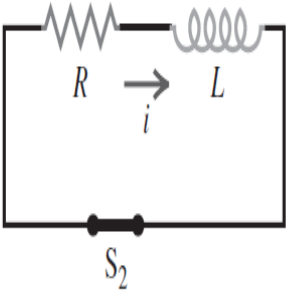
$$
\begin{aligned}
0 &= -Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{R}{L}i(t) \\
\int \frac{di(t)}{i(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[i(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R}
\end{aligned}
$$



Diminuição da corrente em um circuito R-L

- **Fechando a chave S_2 e abrindo S_1 no novo tempo $t = 0$ temos,**

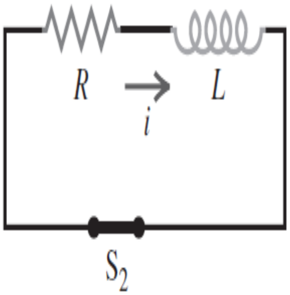
$$\begin{aligned}
0 &= -Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{R}{L}i(t) \\
\int \frac{di(t)}{i(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[i(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R} \\
i(t) &= A\exp[-t/\tau_L]
\end{aligned}$$



Diminuição da corrente em um circuito R-L

- **Fechando a chave S_2 e abrindo S_1 no novo tempo $t = 0$ temos,**

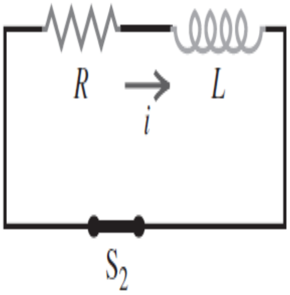
$$\begin{aligned}
0 &= -Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{R}{L}i(t) \\
\int \frac{di(t)}{i(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[i(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R} \\
i(t) &= A\exp[-t/\tau_L] \\
i(\infty) &= i_0 = \frac{\varepsilon}{R} = A
\end{aligned}$$



Diminuição da corrente em um circuito R-L

- **Fechando a chave S_2 e abrindo S_1 no novo tempo $t = 0$ temos,**

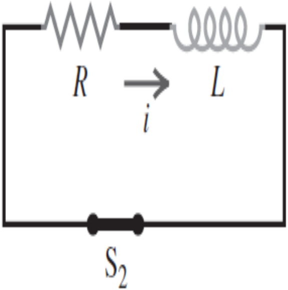
$$
\begin{aligned}
0 &= -Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{R}{L}i(t) \\
\int \frac{di(t)}{i(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[i(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R} \\
i(t) &= A\exp[-t/\tau_L] \\
i(\infty) &= i_0 = \frac{\varepsilon}{R} = A \\
i(t) &= i_0\exp[-t/\tau_L]
\end{aligned}
$$

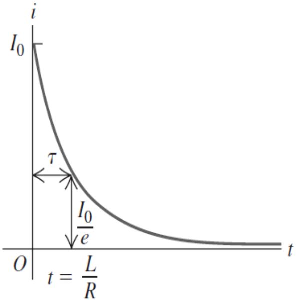


Diminuição da corrente em um circuito R-L

- **Fechando a chave S_2 e abrindo S_1 no novo tempo $t = 0$ temos,**

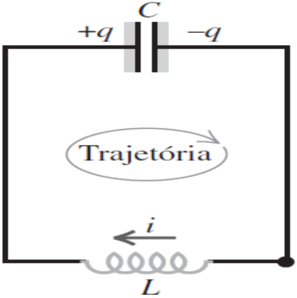
$$
\begin{aligned}
0 &= -Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} \\
\frac{di(t)}{dt} &= -\frac{R}{L}i(t) \\
\int \frac{di(t)}{i(t)} &= -\int \frac{R}{L}dt \\
\ln[i(t)] &= -\frac{R}{L}t + A_1 \quad ; \quad \tau_L = \frac{L}{R} \\
i(t) &= A\exp[-t/\tau_L] \\
i(\infty) &= i_0 = \frac{\varepsilon}{R} = A \\
i(t) &= i_0 \exp[-t/\tau_L]
\end{aligned}
$$





O Circuito L-C

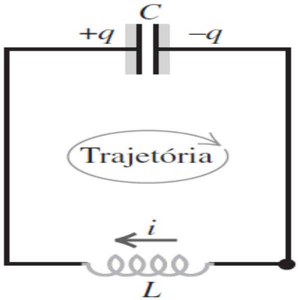
- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t = 0) = q_0$,



O Circuito L-C

- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t=0) = q_0$,

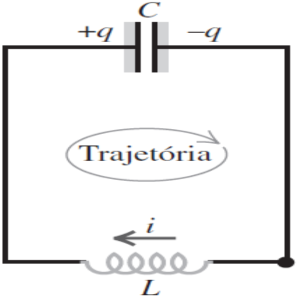
$$0 = -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathrm{di}(t)}{dt}$$



O Circuito L-C

- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t=0) = q_0$,

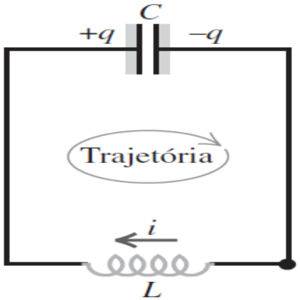
$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} \\ \mathtt{i}(t) &= \frac{dq(t)}{dt} \end{aligned}$$



O Circuito L-C

- **Em $t = 0$ considere $q(t = 0) = q_0$,**

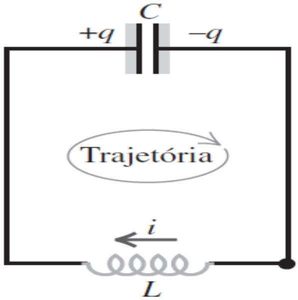
$$
\begin{aligned}
0 &= -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathrm{di}(t)}{dt} \\
\mathrm{i}(t) &= \frac{dq(t)}{dt} \\
\frac{d^2 q(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC}q(t) = -\omega_0^2 q(t)
\end{aligned}
$$



O Circuito L-C

- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t=0) = q_0$,

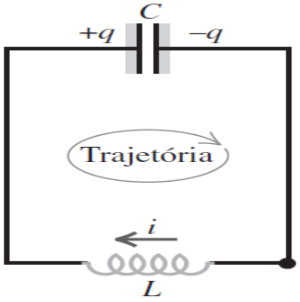
$$\begin{aligned}
0 &= -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} \\
\mathtt{i}(t) &= \frac{dq(t)}{dt} \\
\frac{d^2q(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC}q(t) = -\omega_0^2 q(t) \\
\tilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi}
\end{aligned}$$



O Circuito L-C

- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t=0) = q_0$,

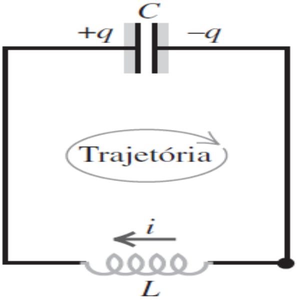
$$
\begin{aligned}
0 &= -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} \\
\mathtt{i}(t) &= \frac{dq(t)}{dt} \\
\frac{d^2q(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC}q(t) = -\omega_0^2 q(t) \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t}
\end{aligned}
$$



O Circuito L-C

- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t=0) = q_0$,

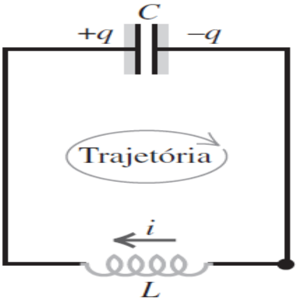
$$
\begin{aligned}
0 &= -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} \\
\mathtt{i}(t) &= \frac{dq(t)}{dt} \\
\frac{d^2q(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC}q(t) = -\omega_0^2 q(t) \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t)
\end{aligned}
$$



O Circuito L-C

- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t=0) = q_0$,

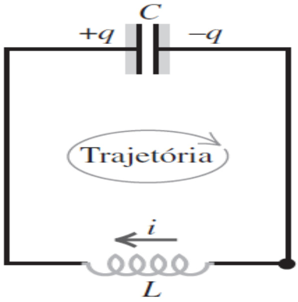
$$
\begin{aligned}
0 &= -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathrm{di}(t)}{dt} \\
\mathrm{i}(t) &= \frac{dq(t)}{dt} \\
\frac{d^2q(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC}q(t) = -\omega_0^2 q(t) \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t) \\
\lambda^2 &= -\omega_0^2 \Rightarrow \lambda = i\omega_0 \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}
\end{aligned}
$$



O Circuito L-C

- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t=0) = q_0$**,**

$$
\begin{aligned}
0 &= -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} \\
\mathtt{i}(t) &= \frac{dq(t)}{dt} \\
\frac{d^2q(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC}q(t) = -\omega_0^2 q(t) \\
\tilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\tilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\tilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\tilde{q}(t) \\
\lambda^2 &= -\omega_0^2 \Rightarrow \lambda = i\omega_0 \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\
\tilde{q}(t) &= Ae^{i\phi}e^{i\omega_0 t} = Ae^{i(\omega_0 t + \phi)}
\end{aligned}
$$



O Circuito L-C

- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t=0) = q_0$,

$$
\begin{aligned}
0 &= -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathtt{i}(t)}{dt} \\
\mathtt{i}(t) &= \frac{dq(t)}{dt} \\
\frac{d^2q(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC}q(t) = -\omega_0^2 q(t) \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t) \\
\lambda^2 &= -\omega_0^2 \Rightarrow \lambda = i\omega_0 \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\
\widetilde{q}(t) &= Ae^{i\phi}e^{i\omega_0 t} = Ae^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= \frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} = Ai\omega_0 e^{i(\omega_0 t+\phi)}
\end{aligned}
$$

O Circuito L-C

$$e^{\pm i\theta} = \cos(\theta) \pm i\sin(\theta)$$

- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t=0) = q_0$,

$$
\begin{aligned}
0 &= -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathtt{i}(t)}{dt} \\
\mathtt{i}(t) &= \frac{dq(t)}{dt} \\
\frac{d^2q(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC}q(t) = -\omega_0^2 q(t) \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t) \\
\lambda^2 &= -\omega_0^2 \Rightarrow \lambda = i\omega_0 \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\
\widetilde{q}(t) &= Ae^{i\phi}e^{i\omega_0 t} = Ae^{i(\omega_0 t + \phi)} \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= \frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} = Ai\omega_0 e^{i(\omega_0 t+\phi)}
\end{aligned}
$$

O Circuito L-C

- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t = 0) = q_0$,

$$
\begin{aligned}
0 &= -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} \\
\mathtt{i}(t) &= \frac{dq(t)}{dt} \\
\frac{d^2q(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC}q(t) = -\omega_0^2 q(t) \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t) \\
\lambda^2 &= -\omega_0^2 \Rightarrow \lambda = i\omega_0 \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\
\widetilde{q}(t) &= Ae^{i\phi}e^{i\omega_0 t} = Ae^{i(\omega_0 t + \phi)} \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= \frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} = Ai\omega_0 e^{i(\omega_0 t + \phi)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
e^{\pm i\theta} &= \cos(\theta) \pm i\sin(\theta) \\
\widetilde{q}(t) &= A[\cos(\omega_0 t + \phi) + i\sin(\omega_0 t + \phi)] \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= A\omega_0[i\cos(\omega_0 t + \phi) - \sin(\omega_0 t + \phi)]
\end{aligned}
$$

O Circuito L-C

- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t = 0) = q_0$,

$$
\begin{aligned}
0 &= -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} \\
\mathtt{i}(t) &= \frac{dq(t)}{dt} \\
\frac{d^2q(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC}q(t) = -\omega_0^2 q(t) \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t) \\
\lambda^2 &= -\omega_0^2 \Rightarrow \lambda = i\omega_0 \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\
\widetilde{q}(t) &= Ae^{i\phi}e^{i\omega_0 t} = Ae^{i(\omega_0 t + \phi)} \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= \frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} = Ai\omega_0 e^{i(\omega_0 t + \phi)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
e^{\pm i\theta} &= \cos(\theta) \pm i\sin(\theta) \\
\widetilde{q}(t) &= A[\cos(\omega_0 t + \phi) + i\sin(\omega_0 t + \phi)] \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= A\omega_0[i\cos(\omega_0 t + \phi) - \sin(\omega_0 t + \phi)] \\
q(t) &= Re[\widetilde{q}(t)] = A\cos(\omega_0 t + \phi) \\
\mathtt{i}(t) &= Re[\widetilde{\mathtt{i}}(t)] = -A\omega_0\sin(\omega_0 t + \phi)
\end{aligned}
$$

O Circuito L-C

- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t=0) = q_0$,

$$
\begin{aligned}
0 &= -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} \\
\mathtt{i}(t) &= \frac{dq(t)}{dt} \\
\frac{d^2q(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC}q(t) = -\omega_0^2 q(t) \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t) \\
\lambda^2 &= -\omega_0^2 \Rightarrow \lambda = i\omega_0 \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\
\widetilde{q}(t) &= Ae^{i\phi}e^{i\omega_0 t} = Ae^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= \frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} = Ai\omega_0 e^{i(\omega_0 t+\phi)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
e^{\pm i\theta} &= \cos(\theta) \pm i\sin(\theta) \\
\widetilde{q}(t) &= A[\cos(\omega_0 t+\phi) + i\sin(\omega_0 t+\phi)] \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= A\omega_0[i\cos(\omega_0 t+\phi) - \sin(\omega_0 t+\phi)] \\
q(t) &= Re[\widetilde{q}(t)] = A\cos(\omega_0 t+\phi) \\
\mathtt{i}(t) &= Re[\widetilde{\mathtt{i}}(t)] = -A\omega_0\sin(\omega_0 t+\phi) \\
q(t=0) &= q_0 = A\cos(\phi) \\
\mathtt{i}(t=0) &= \mathtt{i}_0 = -A\omega_0\sin(\phi)
\end{aligned}
$$

O Circuito L-C

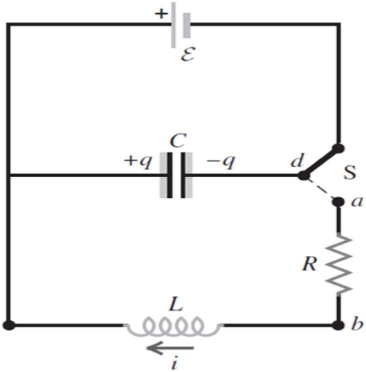
- **Em** $t = 0$ **considere** $q(t=0) = q_0$,

$$
\begin{aligned}
0 &= -\frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} \\
\mathtt{i}(t) &= \frac{dq(t)}{dt} \\
\frac{d^2q(t)}{dt^2} &= -\frac{1}{LC}q(t) = -\omega_0^2 q(t) \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t) \\
\lambda^2 &= -\omega_0^2 \Rightarrow \lambda = i\omega_0 \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\
\widetilde{q}(t) &= Ae^{i\phi}e^{i\omega_0 t} = Ae^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= \frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} = Ai\omega_0 e^{i(\omega_0 t+\phi)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
e^{\pm i\theta} &= \cos(\theta) \pm i\sin(\theta) \\
\widetilde{q}(t) &= A[\cos(\omega_0 t+\phi) + i\sin(\omega_0 t+\phi)] \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= A\omega_0[i\cos(\omega_0 t+\phi) - \sin(\omega_0 t+\phi)] \\
q(t) &= Re[\widetilde{q}(t)] = A\cos(\omega_0 t+\phi) \\
\mathtt{i}(t) &= Re[\widetilde{\mathtt{i}}(t)] = -A\omega_0\sin(\omega_0 t+\phi) \\
q(t=0) &= q_0 = A\cos(\phi) \\
\mathtt{i}(t=0) &= \mathtt{i}_0 = -A\omega_0\sin(\phi) \\
A &= \sqrt{q_0^2 + (\mathtt{i}_0/\omega_0)^2} \\
\phi &= \arctan\left[-\frac{\mathtt{i}_0}{q_0\omega_0}\right]
\end{aligned}
$$

O Circuito R-L-C em série

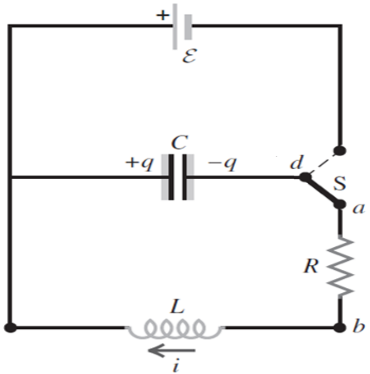
- **Em** $-\infty \leq t < 0$, $q(t = -\infty) = \varepsilon C$,



O Circuito R-L-C em série

- **Em** $-\infty \leq t < 0$, $q(t = -\infty) = \varepsilon C$,
- **Em** $t = 0$ **temos** $q(t = 0) = q_0 = \varepsilon C$,

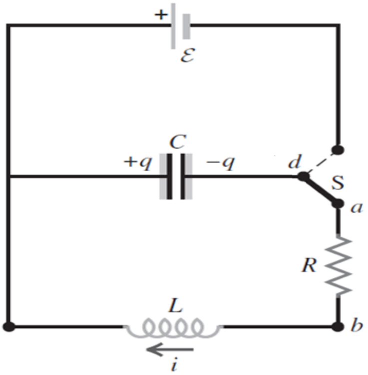
$$0 = -L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} - R\mathtt{i}(t) - \frac{q(t)}{C}$$



O Circuito R-L-C em série

- **Em** $-\infty \leq t < 0$, $q(t = -\infty) = \varepsilon C$,
- **Em** $t = 0$ **temos** $q(t = 0) = q_0 = \varepsilon C$,

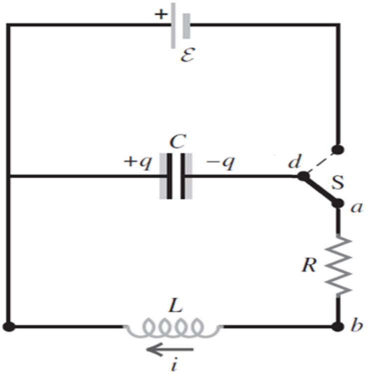
$$
\begin{aligned}
0 &= -L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} - R\mathtt{i}(t) - \frac{q(t)}{C} \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{LC}q(t) \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq(t)}{dt} + \omega_0^2 q(t) \\
\omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad \gamma = \frac{R}{2L}
\end{aligned}
$$



O Circuito R-L-C em série

- **Em** $-\infty \leq t < 0$, $q(t=-\infty) = \varepsilon C$,
- **Em** $t = 0$ **temos** $q(t=0) = q_0 = \varepsilon C$,

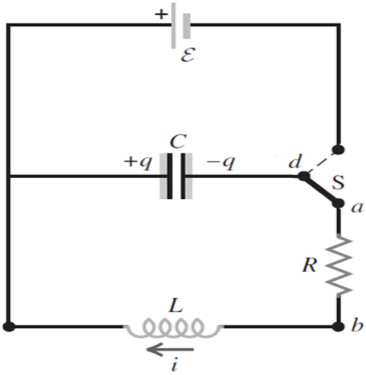
$$
\begin{aligned}
0 &= -L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} - R\mathtt{i}(t) - \frac{q(t)}{C} \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{LC}q(t) \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq(t)}{dt} + \omega_0^2 q(t) \\
\omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad \gamma = \frac{R}{2L} \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t)
\end{aligned}
$$



O Circuito R-L-C em série

- **Em** $-\infty \leq t < 0$, $q(t = -\infty) = \varepsilon C$,
- **Em** $t = 0$ **temos** $q(t = 0) = q_0 = \varepsilon C$,

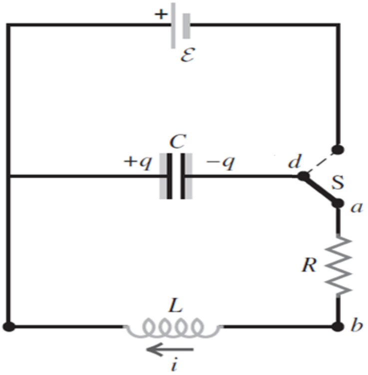
$$
\begin{aligned}
0 &= -L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} - R\mathtt{i}(t) - \frac{q(t)}{C} \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{LC}q(t) \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq(t)}{dt} + \omega_0^2 q(t) \\
\omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad \gamma = \frac{R}{2L} \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t)
\end{aligned}
$$



O Circuito R-L-C em série

- **Em** $-\infty \leq t < 0$, $q(t=-\infty) = \varepsilon C$,
- **Em** $t = 0$ **temos** $q(t=0) = q_0 = \varepsilon C$,

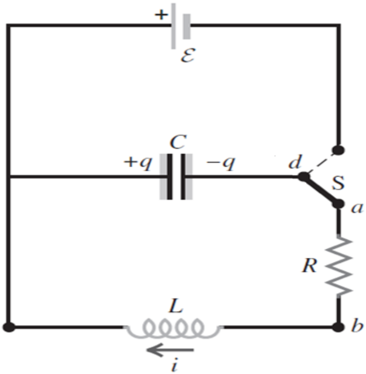
$$
\begin{aligned}
0 &= -L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} - R\mathtt{i}(t) - \frac{q(t)}{C} \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{LC}q(t) \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq(t)}{dt} + \omega_0^2 q(t) \\
\omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad \gamma = \frac{R}{2L} \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t)
\end{aligned}
$$



O Circuito R-L-C em série

- **Em** $-\infty \leq t < 0$, $q(t=-\infty) = \varepsilon C$,
- **Em** $t=0$ **temos** $q(t=0) = q_0 = \varepsilon C$,

$$
\begin{aligned}
0 &= -L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} - R\mathtt{i}(t) - \frac{q(t)}{C} \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{LC}q(t) \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq(t)}{dt} + \omega_0^2 q(t) \\
\omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad \gamma = \frac{R}{2L} \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t) \\
0 &= \lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2
\end{aligned}
$$



O Circuito R-L-C em série

- **Em** $-\infty \leq t < 0$, $q(t = -\infty) = \varepsilon C$,
- **Em** $t = 0$ **temos** $q(t = 0) = q_0 = \varepsilon C$,

$$\begin{aligned}
0 &= -L\frac{\mathtt{di}(t)}{dt} - R\mathtt{i}(t) - \frac{q(t)}{C} \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{LC}q(t) \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq(t)}{dt} + \omega_0^2 q(t) \\
\omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad \gamma = \frac{R}{2L} \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t) \\
0 &= \lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2
\end{aligned}$$

$$\lambda = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} = -\gamma \pm \omega_2$$

O Circuito R-L-C em série

- **Em** $-\infty \leq t < 0$, $q(t = -\infty) = \varepsilon C$,
- **Em** $t = 0$ **temos** $q(t = 0) = q_0 = \varepsilon C$,

$$
\begin{aligned}
0 &= -L\frac{\mathrm{di}(t)}{dt} - R\mathrm{i}(t) - \frac{q(t)}{C} \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{LC}q(t) \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq(t)}{dt} + \omega_0^2 q(t) \\
\omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad \gamma = \frac{R}{2L} \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t) \\
0 &= \lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda &= -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} = -\gamma \pm \omega_2 \\
\omega_1 &= \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}
\end{aligned}
$$

1. **Se** $\omega_0 = \gamma$, $\lambda = -\gamma$ **(amortecimento-crítico),**
2. **Se** $\omega_0 > \gamma$, $\lambda = -\gamma \pm i\omega_1$ **(subamortecido),**
3. **Se** $\omega_0 < \gamma$, $\lambda = -\gamma \pm \omega_2$ **(superamortecido).**

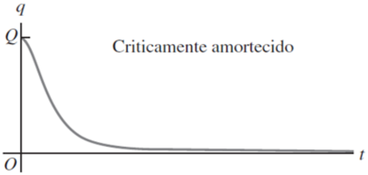
O Circuito R-L-C em série

- **Em** $-\infty \leq t < 0$, $q(t=-\infty) = \varepsilon C$,
- **Em** $t = 0$ **temos** $q(t=0) = q_0 = \varepsilon C$,

$$
\begin{aligned}
0 &= -L\frac{\mathrm{di}(t)}{dt} - R\mathrm{i}(t) - \frac{q(t)}{C} \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{LC}q(t) \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq(t)}{dt} + \omega_0^2 q(t) \\
\omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad \gamma = \frac{R}{2L} \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t) \\
0 &= \lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda &= -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} = -\gamma \pm \omega_2 \\
\omega_1 &= \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}
\end{aligned}
$$

1. **Se** $\omega_0 = \gamma$, $\lambda = -\gamma$ **(amortecimento-crítico),**
2. **Se** $\omega_0 > \gamma$, $\lambda = -\gamma \pm i\omega_1$ **(subamortecido),**
3. **Se** $\omega_0 < \gamma$, $\lambda = -\gamma \pm \omega_2$ **(superamortecido).**



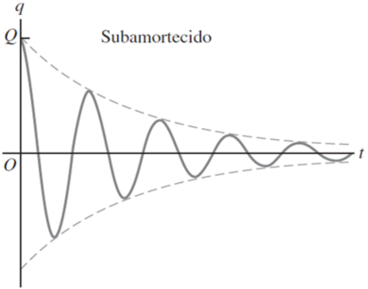
O Circuito R-L-C em série

- **Em** $-\infty \leq t < 0$**,** $q(t=-\infty) = \varepsilon C$**,**
- **Em** $t = 0$ **temos** $q(t=0) = q_0 = \varepsilon C$**,**

$$
\begin{aligned}
0 &= -L\frac{\mathrm{di}(t)}{dt} - R\mathrm{i}(t) - \frac{q(t)}{C} \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{LC}q(t) \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq(t)}{dt} + \omega_0^2 q(t) \\
\omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad \gamma = \frac{R}{2L} \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t) \\
0 &= \lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda &= -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} = -\gamma \pm \omega_2 \\
\omega_1 &= \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}
\end{aligned}
$$

1. **Se** $\omega_0 = \gamma$**,** $\lambda = -\gamma$ **(amortecimento-crítico),**
2. **Se** $\omega_0 > \gamma$**,** $\lambda = -\gamma \pm i\omega_1$ **(subamortecido),**
3. **Se** $\omega_0 < \gamma$**,** $\lambda = -\gamma \pm \omega_2$ **(superamortecido).**



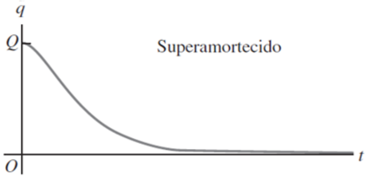
O Circuito R-L-C em série

- **Em** $-\infty \leq t < 0$, $q(t=-\infty) = \varepsilon C$,
- **Em** $t = 0$ **temos** $q(t=0) = q_0 = \varepsilon C$,

$$
\begin{aligned}
0 &= -L\frac{\mathrm{di}(t)}{dt} - R\mathrm{i}(t) - \frac{q(t)}{C} \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{LC}q(t) \\
0 &= \frac{d^2q(t)}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq(t)}{dt} + \omega_0^2 q(t) \\
\omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad \gamma = \frac{R}{2L} \\
\widetilde{q}(t) &= \overline{q}e^{\lambda t} \quad ; \quad \overline{q} = Ae^{i\phi} \\
\frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} &= \lambda\overline{q}e^{\lambda t} \\
\frac{d^2\widetilde{q}(t)}{dt^2} &= \lambda^2\overline{q}e^{\lambda t} = \lambda^2\widetilde{q}(t) \\
0 &= \lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda &= -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} = -\gamma \pm \omega_2 \\
\omega_1 &= \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}
\end{aligned}
$$

1. **Se** $\omega_0 = \gamma$, $\lambda = -\gamma$ **(amortecimento-crítico),**
2. **Se** $\omega_0 > \gamma$, $\lambda = -\gamma \pm i\omega_1$ **(subamortecido),**
3. **Se** $\omega_0 < \gamma$, $\lambda = -\gamma \pm \omega_2$ **(superamortecido).**



O Circuito R-L-C em série

O Circuito R-L-C em série

$$\begin{aligned}
\widetilde{q}(t) &= Ae^{i\phi}e^{i\omega_0 t} = Ae^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= \frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} = Ai\omega_0 e^{i(\omega_0 t+\phi)}
\end{aligned}$$

O Circuito R-L-C em série

$$\begin{aligned}
\widetilde{q}(t) &= Ae^{i\phi}e^{i\omega_0 t} = Ae^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= \frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} = Ai\omega_0 e^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
e^{\pm i\theta} &= \cos(\theta) \pm i\sin(\theta)
\end{aligned}$$

O Circuito R-L-C em série

$$
\begin{aligned}
\widetilde{q}(t) &= Ae^{i\phi}e^{i\omega_0 t} = Ae^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= \frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} = Ai\omega_0 e^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
e^{\pm i\theta} &= \cos(\theta) \pm i\sin(\theta) \\
\widetilde{q}(t) &= A[\cos(\omega_0 t+\phi) + i\sin(\omega_0 t+\phi)] \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= A\omega_0[i\cos(\omega_0 t+\phi) - \sin(\omega_0 t+\phi)]
\end{aligned}
$$

O Circuito R-L-C em série

$$\begin{aligned}
\widetilde{q}(t) &= Ae^{i\phi}e^{i\omega_0 t} = Ae^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= \frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} = Ai\omega_0 e^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
e^{\pm i\theta} &= \cos(\theta) \pm i\sin(\theta) \\
\widetilde{q}(t) &= A[\cos(\omega_0 t+\phi) + i\sin(\omega_0 t+\phi)] \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= A\omega_0[i\cos(\omega_0 t+\phi) - \sin(\omega_0 t+\phi)] \\
q(t) &= Re[\widetilde{q}(t)] = A\cos(\omega_0 t+\phi) \\
\mathtt{i}(t) &= Re[\widetilde{\mathtt{i}}(t)] = -A\omega_0\sin(\omega_0 t+\phi)
\end{aligned}$$

O Circuito R-L-C em série

$$
\begin{aligned}
\widetilde{q}(t) &= Ae^{i\phi}e^{i\omega_0 t} = Ae^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= \frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} = Ai\omega_0 e^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
e^{\pm i\theta} &= \cos(\theta) \pm i\sin(\theta) \\
\widetilde{q}(t) &= A[\cos(\omega_0 t+\phi) + i\sin(\omega_0 t+\phi)] \\
\widetilde{\mathtt{i}}(t) &= A\omega_0[i\cos(\omega_0 t+\phi) - \sin(\omega_0 t+\phi)] \\
q(t) &= Re[\widetilde{q}(t)] = A\cos(\omega_0 t+\phi) \\
\mathtt{i}(t) &= Re[\widetilde{\mathtt{i}}(t)] = -A\omega_0\sin(\omega_0 t+\phi) \\
q(t=0) &= q_0 = A\cos(\phi) \\
\mathtt{i}(t=0) &= \mathtt{i}_0 = -A\omega_0\sin(\phi)
\end{aligned}
$$

O Circuito R-L-C em série

$$
\begin{aligned}
\widetilde{q}(t) &= Ae^{i\phi}e^{i\omega_0 t} = Ae^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
\widetilde{\mathrm{i}}(t) &= \frac{d\widetilde{q}(t)}{dt} = Ai\omega_0 e^{i(\omega_0 t+\phi)} \\
e^{\pm i\theta} &= \cos(\theta) \pm i\sin(\theta) \\
\widetilde{q}(t) &= A[\cos(\omega_0 t+\phi) + i\sin(\omega_0 t+\phi)] \\
\widetilde{\mathrm{i}}(t) &= A\omega_0[i\cos(\omega_0 t+\phi) - \sin(\omega_0 t+\phi)] \\
q(t) &= Re[\widetilde{q}(t)] = A\cos(\omega_0 t+\phi) \\
\mathrm{i}(t) &= Re[\widetilde{\mathrm{i}}(t)] = -A\omega_0\sin(\omega_0 t+\phi) \\
q(t=0) &= q_0 = A\cos(\phi) \\
\mathrm{i}(t=0) &= \mathrm{i}_0 = -A\omega_0\sin(\phi) \\
A &= \sqrt{q_0^2 + (\mathrm{i}_0/\omega_0)^2} \\
\phi &= \arctan\left[-\frac{\mathrm{i}_0}{q_0\omega_0}\right]
\end{aligned}
$$