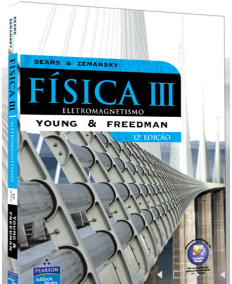
Capítulo 32 - Ondas Eletromagnéticas

RODRIGO ALVES DIAS

Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

Livro texto: Fsica 3 - Eletromagnetismo
Autores: Sears e Zemansky
Edio: 12^a
Editora: Pearson - Addisson and Wesley

21 de agosto de 2014



Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capitulo voce vai aprender:

- Por que existem campos elétricos e magnéticos em uma onda de luz.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capitulo voce vai aprender:

- Por que existem campos elétricos e magnéticos em uma onda de luz.
- Como a velocidade da luz esta relacionada as constantes fundamentais da eletricidade e do magnetismo.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capitulo voce vai aprender:

- Por que existem campos elétricos e magnéticos em uma onda de luz.
- Como a velocidade da luz esta relacionada as constantes fundamentais da eletricidade e do magnetismo.
- Como descrever a propagação de uma onda eletromagnética senoidal.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capitulo voce vai aprender:

- Por que existem campos elétricos e magnéticos em uma onda de luz.
- Como a velocidade da luz esta relacionada as constantes fundamentais da eletricidade e do magnetismo.
- Como descrever a propagação de uma onda eletromagnética senoidal.
- O que determina a quantidade de energia transportada por uma onda eletromagnética.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capitulo voce vai aprender:

- Por que existem campos elétricos e magnéticos em uma onda de luz.
- Como a velocidade da luz esta relacionada as constantes fundamentais da eletricidade e do magnetismo.
- Como descrever a propagação de uma onda eletromagnética senoidal.
- O que determina a quantidade de energia transportada por uma onda eletromagnética.
- Como descrever as ondas eletromagnéticas estacionarias.

- Objetos de metal refletem a luz visível, mas também as ondas de radio.

- Objetos de metal refletem a luz visível, mas também as ondas de radio.
- Qual aspecto dos metais os torna tão reflexivos?

- **Objetos de metal refletem a luz visível, mas também as ondas de radio.**
- **Qual aspecto dos metais os torna tão reflexivos?**

- **O que é a Luz?**

- **O que é a Luz?**
- **Resposta:**
  Após a unificação da eletricidade com o magnetismo, conhecida como eletromagnetismo. Equações de Maxwell

James Clerk Maxwell (1831-1879)

- **O que é a Luz?**
- **Resposta:**
  Após a unificação da eletricidade com o magnetismo, conhecida como eletromagnetismo. Equações de Maxwell
- **Mostram que um campo magnético variável funciona como fonte de campo elétrico e que um campo elétrico variável funciona como fonte de campo magnético.**

James Clerk Maxwell (1831-1879)

- **O que é a Luz?**
- **Resposta:**
  Após a unificação da eletricidade com o magnetismo, conhecida como eletromagnetismo. Equações de Maxwell
- **Mostram que um campo magnético variável funciona como fonte de campo elétrico e que um campo elétrico variável funciona como fonte de campo magnético.**
- **Esses campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ podem se sustentar mutuamente, formando uma onda eletromagnética que se propaga através do espaço.**

- **O que é a Luz?**
- **Resposta:**
  Após a unificação da eletricidade com o magnetismo, conhecida como eletromagnetismo. Equações de Maxwell
- **Mostram que um campo magnético variável funciona como fonte de campo elétrico e que um campo elétrico variável funciona como fonte de campo magnético.**
- **Esses campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ podem se sustentar mutuamente, formando uma onda eletromagnética que se propaga através do espaço.**
- **Exemplos: luz visível, ondas de radio e de TV, osciladores de microondas para fornos e radares, aparelhos de raios X e núcleos radioativos.**

- O que é a Luz?
- Resposta:
  Após a unificação da eletricidade com o magnetismo, conhecida como eletromagnetismo. Equações de Maxwell
- Mostram que um campo magnético variável funciona como fonte de campo elétrico e que um campo elétrico variável funciona como fonte de campo magnético.
- Esses campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ podem se sustentar mutuamente, formando uma onda eletromagnética que se propaga através do espaço.
- Exemplos: luz visível, ondas de radio e de TV, osciladores de microondas para fornos e radares, aparelhos de raios X e núcleos radioativos.
- Os diversos tipos de ondas eletromagnéticas diferem entre si apenas pela freqüência e pelo comprimento de onda.

- O que é a Luz?
- Resposta:
  Após a unificação da eletricidade com o magnetismo, conhecida como eletromagnetismo. Equações de Maxwell
- Mostram que um campo magnético variável funciona como fonte de campo elétrico e que um campo elétrico variável funciona como fonte de campo magnético.
- Esses campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ podem se sustentar mutuamente, formando uma onda eletromagnética que se propaga através do espaço.
- Exemplos: luz visível, ondas de radio e de TV, osciladores de microondas para fornos e radares, aparelhos de raios X e núcleos radioativos.
- Os diversos tipos de ondas eletromagnéticas diferem entre si apenas pela freqüência e pelo comprimento de onda.
- Mostraremos que essas ondas transportam energia e momento linear.

- O que é a Luz?
- Resposta:
  Após a unificação da eletricidade com o magnetismo, conhecida como eletromagnetismo. Equações de Maxwell
- Mostram que um campo magnético variável funciona como fonte de campo elétrico e que um campo elétrico variável funciona como fonte de campo magnético.
- Esses campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ podem se sustentar mutuamente, formando uma onda eletromagnética que se propaga através do espaço.
- Exemplos: luz visível, ondas de radio e de TV, osciladores de microondas para fornos e radares, aparelhos de raios X e núcleos radioativos.
- Os diversos tipos de ondas eletromagnéticas diferem entre si apenas pela freqüência e pelo comprimento de onda.
- Mostraremos que essas ondas transportam energia e momento linear.
- Diferentemente das ondas mecânicas, as ondas eletromagnéticas não precisam de um meio material para se propagar.

Aprendemos que:

- Se os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ não variam com o tempo podemos analisa-los separadamente, sem considerar as interações entre eles.

Aprendemos que:

- Se os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ não variam com o tempo podemos analisa-los separadamente, sem considerar as interações entre eles.
- Quando ocorrem variações com o tempo, eles deixam de ser independentes.

Aprendemos que:

- Se os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ não variam com o tempo podemos analisa-los separadamente, sem considerar as interações entre eles.
- Quando ocorrem variações com o tempo, eles deixam de ser independentes.
- Lei de Faraday: a variação de um campo magnético produz um campo elétrico que se traduz pela fem induzida em uma bobina.

Aprendemos que:

- Se os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ não variam com o tempo podemos analisa-los separadamente, sem considerar as interações entre eles.
- Quando ocorrem variações com o tempo, eles deixam de ser independentes.
- Lei de Faraday: a variação de um campo magnético produz um campo elétrico que se traduz pela fem induzida em uma bobina.
- Lei de Ampere + o termo da corrente de deslocamento: um campo elétrico variável é uma fonte de campo magnético.

Aprendemos que:

- Se os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ não variam com o tempo podemos analisa-los separadamente, sem considerar as interações entre eles.
- Quando ocorrem variações com o tempo, eles deixam de ser independentes.
- Lei de Faraday: a variação de um campo magnético produz um campo elétrico que se traduz pela fem induzida em uma bobina.
- Lei de Ampere + o termo da corrente de deslocamento: um campo elétrico variável é uma fonte de campo magnético.
- Essa interação mutua entre os dois campos é sintetizada completamente pelas equações de Maxwell.

Lei de Gauss

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inte}}{\epsilon_0}$$

Aprendemos que:

- Se os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ não variam com o tempo podemos analisa-los separadamente, sem considerar as interações entre eles.
- Quando ocorrem variações com o tempo, eles deixam de ser independentes.
- Lei de Faraday: a variação de um campo magnético produz um campo elétrico que se traduz pela fem induzida em uma bobina.
- Lei de Ampere + o termo da corrente de deslocamento: um campo elétrico variável é uma fonte de campo magnético.
- Essa interação mutua entre os dois campos é sintetizada completamente pelas equações de Maxwell.

Lei de Gauss

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inte}}{\epsilon_0}$$

Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Aprendemos que:

- Se os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ não variam com o tempo podemos analisa-los separadamente, sem considerar as interações entre eles.
- Quando ocorrem variações com o tempo, eles deixam de ser independentes.
- Lei de Faraday: a variação de um campo magnético produz um campo elétrico que se traduz pela fem induzida em uma bobina.
- Lei de Ampere + o termo da corrente de deslocamento: um campo elétrico variável é uma fonte de campo magnético.
- Essa interação mutua entre os dois campos é sintetizada completamente pelas equações de Maxwell.

Lei de Gauss

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inte}}{\epsilon_0}$$

Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Lei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Aprendemos que:

- Se os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ não variam com o tempo podemos analisa-los separadamente, sem considerar as interações entre eles.
- Quando ocorrem variações com o tempo, eles deixam de ser independentes.
- Lei de Faraday: a variação de um campo magnético produz um campo elétrico que se traduz pela fem induzida em uma bobina.
- Lei de Ampere + o termo da corrente de deslocamento: um campo elétrico variável é uma fonte de campo magnético.
- Essa interação mutua entre os dois campos é sintetizada completamente pelas equações de Maxwell.

Lei de Gauss

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inte}}{\epsilon_0}$$

Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad = \quad 0$$

Lei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lei de Ampere-Maxwell

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(\mathrm{I}_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{inte}$$

Aprendemos que:

- Se os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ não variam com o tempo podemos analisa-los separadamente, sem considerar as interações entre eles.
- Quando ocorrem variações com o tempo, eles deixam de ser independentes.
- Lei de Faraday: a variação de um campo magnético produz um campo elétrico que se traduz pela fem induzida em uma bobina.
- Lei de Ampere + o termo da corrente de deslocamento: um campo elétrico variável é uma fonte de campo magnético.
- Essa interação mutua entre os dois campos é sintetizada completamente pelas equações de Maxwell.
- Quando $\vec{E}$ ou $\vec{B}$ esta variando com o tempo, ocorre uma indução do outro campo na região do espaço adjacente ao campo que esta variando.

Lei de Gauss

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inte}}{\epsilon_0}$$

Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad = \quad 0$$

Lei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lei de Ampere-Maxwell

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(\mathrm{I}_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{inte}$$

Onda eletromagnética

- **Uma perturbação eletromagnética constituída por campos elétricos e magnéticos variando com o tempo podem se propagar de uma região do espaço para outra, mesmo quando não existe nenhum meio material entre essas regiões.**

Lei de Gauss

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inte}}{\epsilon_0}$$

Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Lei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lei de Ampere-Maxwell

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(\mathtt{I}_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{inte}$$

Onda eletromagnética

- **Uma perturbação eletromagnética constituída por campos elétricos e magnéticos variando com o tempo podem se propagar de uma região do espaço para outra, mesmo quando não existe nenhum meio material entre essas regiões.**

- As equações ao lado valem para campos elétricos e magnéticos no vácuo.

Lei de Gauss

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inte}}{\epsilon_0}$$

Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Lei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lei de Ampere-Maxwell

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(\mathrm{I}_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{inte}$$

Onda eletromagnética

- **Uma perturbação eletromagnética constituída por campos elétricos e magnéticos variando com o tempo podem se propagar de uma região do espaço para outra, mesmo quando não existe nenhum meio material entre essas regiões.**

- As equações ao lado valem para campos elétricos e magnéticos no vácuo.
- Quando um material esta presente, e necessário substituir $\epsilon_0 \to \epsilon$ e $\mu_0 \to \mu$, a permissividade e permeabilidade do material.

Lei de Gauss

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inte}}{\epsilon}$$

Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Lei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lei de Ampere-Maxwell

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \left(\mathrm{I}_c + \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{inte}$$

Onda eletromagnética

- **Uma perturbação eletromagnética constituída por campos elétricos e magnéticos variando com o tempo podem se propagar de uma região do espaço para outra, mesmo quando não existe nenhum meio material entre essas regiões.**

- As equações ao lado valem para campos elétricos e magnéticos no vácuo.
- Quando um material esta presente, e necessário substituir $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon$ e $\mu_0 \rightarrow \mu$, a permissividade e permeabilidade do material.
- Quando os valores de ϵ e μ variam de um ponto para outro na região de integração, estes devem ser transferidos para dentro das integrais.

Lei de Gauss

$$\oint \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{inte}$$

Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Lei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lei de Ampere-Maxwell

$$\oint \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = \left(\mathrm{I}_c + \frac{d\Phi_{\epsilon E}}{dt} \right)_{inte}$$

Onda eletromagnética

- **Uma perturbação eletromagnética constituída por campos elétricos e magnéticos variando com o tempo podem se propagar de uma região do espaço para outra, mesmo quando não existe nenhum meio material entre essas regiões.**

Geração de radiação eletromagnética

- Uma carga elétrica pontual em repouso gera um campo $\vec{E}$ estático e $\vec{B} = 0$.

Lei de Gauss

$$\oint \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{inte}$$

Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Lei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lei de Ampere-Maxwell

$$\oint \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = \left(\mathrm{I}_c + \frac{d\Phi_{\epsilon E}}{dt} \right)_{inte}$$

Onda eletromagnética

- **Uma perturbação eletromagnética constituída por campos elétricos e magnéticos variando com o tempo podem se propagar de uma região do espaço para outra, mesmo quando não existe nenhum meio material entre essas regiões.**

Geração de radiação eletromagnética

- Uma carga elétrica pontual em repouso gera um campo $\vec{E}$ estático e $\vec{B} = 0$.
- Uma carga pontual com $\vec{v} = cont.$ produz $\vec{E} \neq 0$ quanto $\vec{B} \neq 0$.

Lei de Gauss

$$\oint \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{inte}$$

Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad = \quad 0$$

Lei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lei de Ampere-Maxwell

$$\oint \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = \left(\mathrm{I}_c + \frac{d\Phi_{\epsilon E}}{dt} \right)_{inte}$$

Onda eletromagnética

- **Uma perturbação eletromagnética constituída por campos elétricos e magnéticos variando com o tempo podem se propagar de uma região do espaço para outra, mesmo quando não existe nenhum meio material entre essas regiões.**

Geração de radiação eletromagnética

- Uma carga elétrica pontual em repouso gera um campo $\vec{E}$ estático e $\vec{B} = 0$.
- Uma carga pontual com $\vec{v} = cont.$ produz $\vec{E} \neq 0$ quanto $\vec{B} \neq 0$.
- **Um resultado geral da teoria eletromagnética é que toda carga acelerada irradia ondas eletromagnéticas.**

Lei de Gauss

$$\oint \epsilon\vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{inte}$$

Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Lei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lei de Ampere-Maxwell

$$\oint \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = \left(\mathrm{I}_c + \frac{d\Phi_{\epsilon E}}{dt}\right)_{inte}$$

Geração de radiação eletromagnética

- Uma carga elétrica pontual em repouso gera um campo $\vec{E}$ estático e $\vec{B} = 0$.
- Uma carga pontual com $\vec{v} = cont.$ produz $\vec{E} \neq 0$ quanto $\vec{B} \neq 0$.
- **Um resultado geral da teoria eletromagnética é que toda carga acelerada irradia ondas eletromagnéticas.**
- Uma carga pontual emite ondas eletromagnéticas quando oscila com MHS.

Lei de Gauss

$$\oint \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{inte}$$

Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad = \quad 0$$

Lei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lei de Ampere-Maxwell

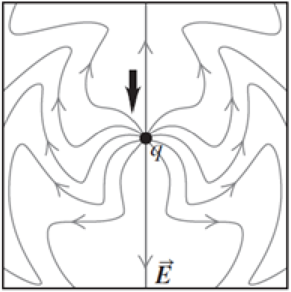
$$\oint \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = \left(\mathrm{I}_c + \frac{d\Phi_{\epsilon E}}{dt} \right)_{inte}$$

Geração de radiação eletromagnética

- Uma carga elétrica pontual em repouso gera um campo $\vec{E}$ estático e $\vec{B} = 0$.
- Uma carga pontual com $\vec{v} = cont.$ produz $\vec{E} \neq 0$ quanto $\vec{B} \neq 0$.
- **Um resultado geral da teoria eletromagnética é que toda carga acelerada irradia ondas eletromagnéticas.**
- Uma carga pontual emite ondas

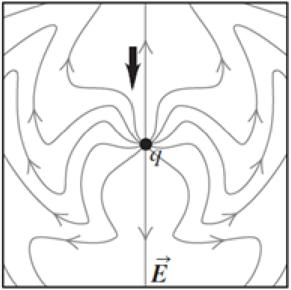
  eletromagnéticas quando oscila com MHS.
- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.

(a) $t = 0$



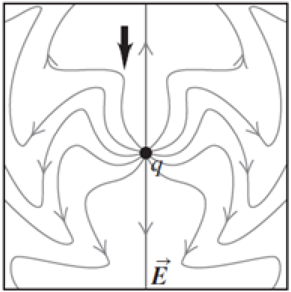
- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.

(b) $t = T/4$



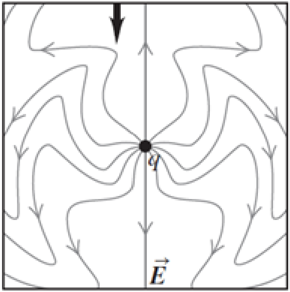
- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.
- Nenhuma onda se propagando ao longo do eixo da oscilação.

(c) $t = T/2$

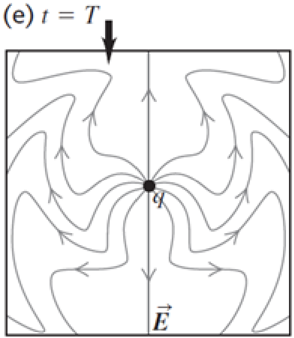


- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.
- Nenhuma onda se propagando ao longo do eixo da oscilação.

(d) $t = 3T/4$

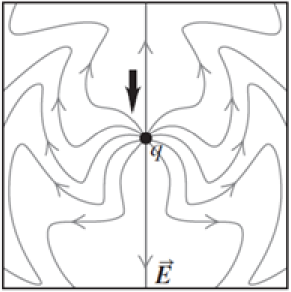


- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.
- Nenhuma onda se propagando ao longo do eixo da oscilação.
- Como as perturbações eletromagnéticas se espalham ou se irradiam para fora da fonte, podemos usar a expressão **radiação eletromagnética** com o mesmo sentido de "**ondas eletromagnéticas**".



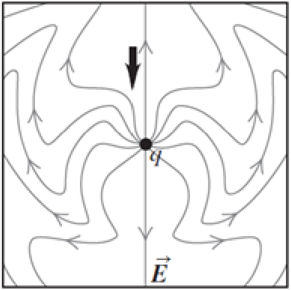
- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.
- Nenhuma onda se propagando ao longo do eixo da oscilação.
- Como as perturbações eletromagnéticas se espalham ou se irradiam para fora da fonte, podemos usar a expressão **radiação eletromagnética** com o mesmo sentido de "**ondas eletromagnéticas**".

(a) $t = 0$



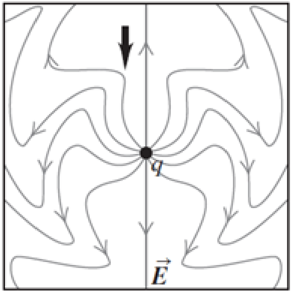
- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.
- Nenhuma onda se propagando ao longo do eixo da oscilação.
- Como as perturbações eletromagnéticas se espalham ou se irradiam para fora da fonte, podemos usar a expressão **radiação eletromagnética** com o mesmo sentido de "**ondas eletromagnéticas**".

(b) $t = T/4$



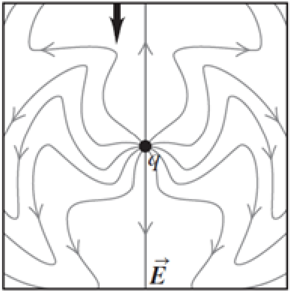
- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.
- Nenhuma onda se propagando ao longo do eixo da oscilação.
- Como as perturbações eletromagnéticas se espalham ou se irradiam para fora da fonte, podemos usar a expressão **radiação eletromagnética** com o mesmo sentido de "**ondas eletromagnéticas**".

(c) $t = T/2$

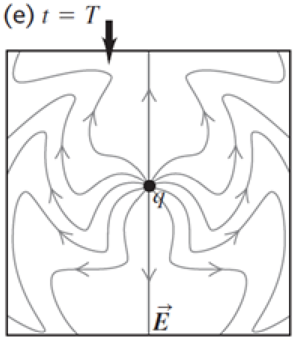


- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.
- Nenhuma onda se propagando ao longo do eixo da oscilação.
- Como as perturbações eletromagnéticas se espalham ou se irradiam para fora da fonte, podemos usar a expressão **radiação eletromagnética** com o mesmo sentido de "**ondas eletromagnéticas**".

(d) $t = 3T/4$

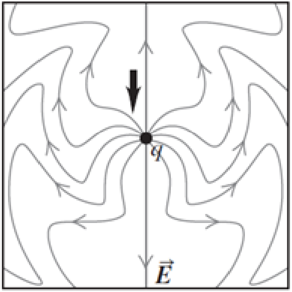


- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.
- Nenhuma onda se propagando ao longo do eixo da oscilação.
- Como as perturbações eletromagnéticas se espalham ou se irradiam para fora da fonte, podemos usar a expressão **radiação eletromagnética** com o mesmo sentido de "**ondas eletromagnéticas**".



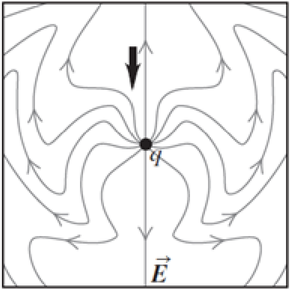
- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.
- Nenhuma onda se propagando ao longo do eixo da oscilação.
- Como as perturbações eletromagnéticas se espalham ou se irradiam para fora da fonte, podemos usar a expressão **radiação eletromagnética** com o mesmo sentido de "**ondas eletromagnéticas**".

(a) $t = 0$



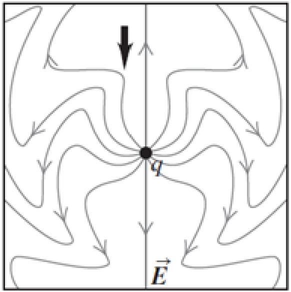
- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.
- Nenhuma onda se propagando ao longo do eixo da oscilação.
- Como as perturbações eletromagnéticas se espalham ou se irradiam para fora da fonte, podemos usar a expressão **radiação eletromagnética** com o mesmo sentido de "**ondas eletromagnéticas**".

(b) $t = T/4$



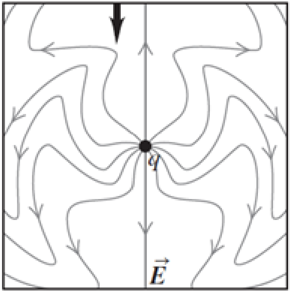
- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.
- Nenhuma onda se propagando ao longo do eixo da oscilação.
- Como as perturbações eletromagnéticas se espalham ou se irradiam para fora da fonte, podemos usar a expressão **radiação eletromagnética** com o mesmo sentido de "**ondas eletromagnéticas**".

(c) $t = T/2$



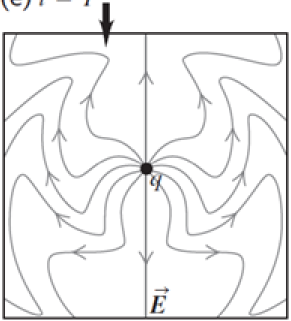
- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.
- Nenhuma onda se propagando ao longo do eixo da oscilação.
- Como as perturbações eletromagnéticas se espalham ou se irradiam para fora da fonte, podemos usar a expressão **radiação eletromagnética** com o mesmo sentido de "**ondas eletromagnéticas**".

(d) $t = 3T/4$

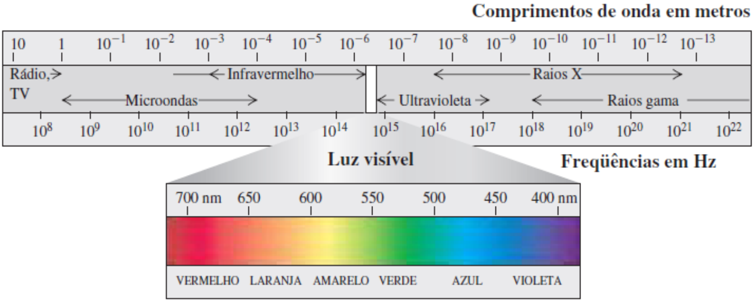


- Observe que a carga não emite ondas igualmente em todas as direções.
- As maior intensidade das ondas se propagam em direções formando um ângulo de 90^o com o eixo do movimento da carga.
- Nenhuma onda se propagando ao longo do eixo da oscilação.
- Como as perturbações eletromagnéticas se espalham ou se irradiam para fora da fonte, podemos usar a expressão **radiação eletromagnética** com o mesmo sentido de "**ondas eletromagnéticas**".

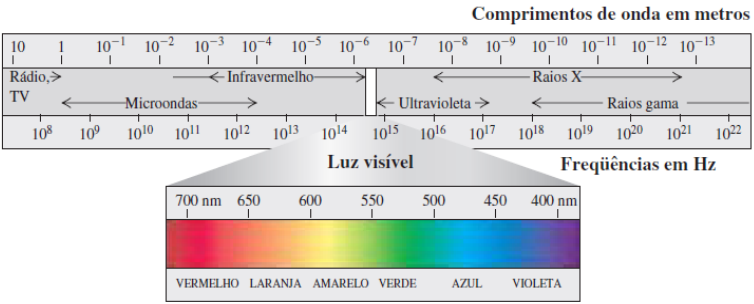
(e) $t = T$



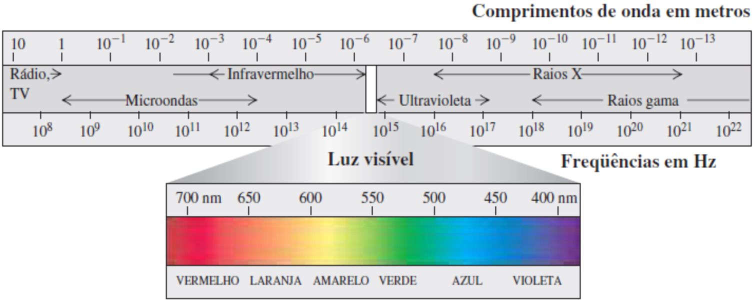
- **Focaremos nas ondas eletromagnéticas em si e não na sua produção.**



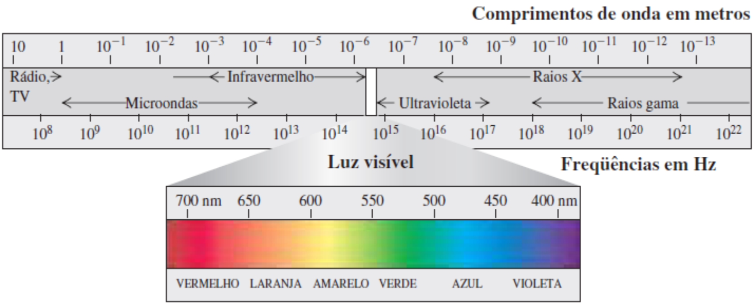
- **Focaremos nas ondas eletromagnéticas em si e não na sua produção.**
- O EE abrange as transmissões por radio, TV, luz visível, radiação infravermelha, ultravioleta, raios X e raios gama.



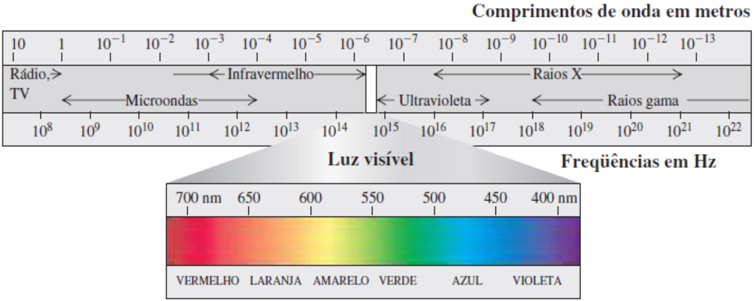
- **Focaremos nas ondas eletromagnéticas em si e não na sua produção.**
- O EE abrange as transmissões por radio, TV, luz visível, radiação infravermelha, ultravioleta, raios X e raios gama.
- As OE diferem em freqüência f e comprimento de onda λ. A relação $c = \lambda f$ se mantém no vácuo. $c = 299.792.458 m/s$. Usaremos $c = 3,0 \times 10^8 m/s$.



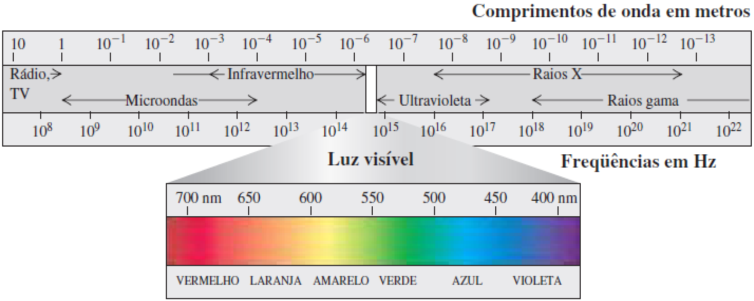
- **Focaremos nas ondas eletromagnéticas em si e não na sua produção.**
- O EE abrange as transmissões por radio, TV, luz visível, radiação infravermelha, ultravioleta, raios X e raios gama.
- As OE diferem em freqüência f e comprimento de onda λ. A relação $c = \lambda f$ se mantém no vácuo. $c = 299.792.458 m/s$. Usaremos $c = 3,0 \times 10^8 m/s$.
- A luz visível possui $\lambda \sim 400nm$ a $700nm$, com $f \sim 750THz$ a $430THz$.



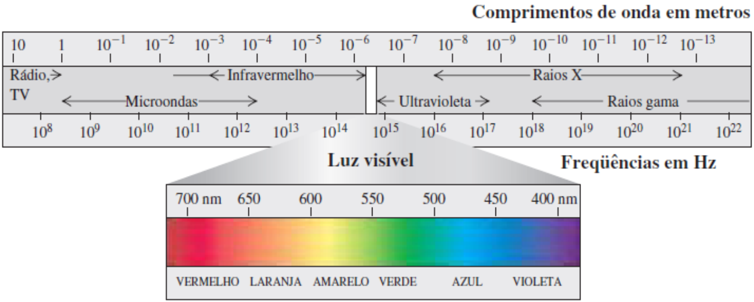
- Uma luz brancas comuns possui todos os comprimentos de onda visíveis.



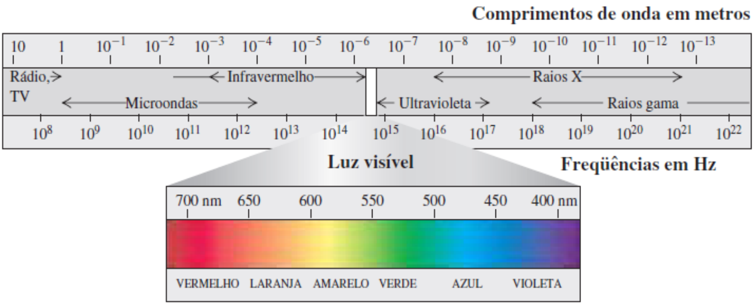
- Uma luz brancas comuns possui todos os comprimentos de onda visíveis.
- Usando fontes ou filtros, selecionamos uma faixa estreita de comprimento de onda $\sim nm$. Essa luz é aproximadamente uma luz monocromática(absoluta, idealização inatingível).



- Uma luz brancas comuns possui todos os comprimentos de onda visíveis.
- Usando fontes ou filtros, selecionamos uma faixa estreita de comprimento de onda $\sim nm$. Essa luz é aproximadamente uma luz monocromática(absoluta, idealização inatingível).
- Luz monocromática, $\lambda = 550nm$ em uma experiência, $\lambda = 550nm \pm \Delta\lambda$.



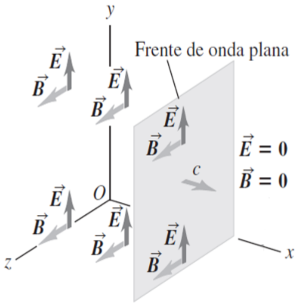
- Uma luz brancas comuns possui todos os comprimentos de onda visíveis.
- Usando fontes ou filtros, selecionamos uma faixa estreita de comprimento de onda $\sim nm$. Essa luz é aproximadamente uma luz monocromática(absoluta, idealização inatingível).
- Luz monocromática, $\lambda = 550nm$ em uma experiência, $\lambda = 550nm \pm \Delta\lambda$.
- A luz de um laser é muito próxima do monocromático.



Vamos postular uma configuração de campo simples que possui comportamento ondulatório.

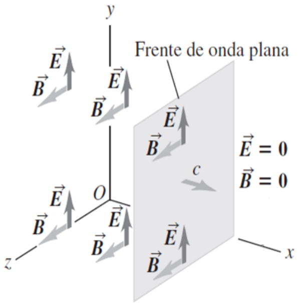
Vamos postular uma configuração de campo simples que possui comportamento ondulatório.

- No sistema de coordenadas *xyz*, considere que o espaço inteiro seja dividido em duas regiões por um plano perpendicular ao eixo *Ox*.



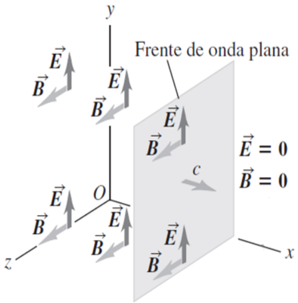
Vamos postular uma configuração de campo simples que possui comportamento ondulatório.

- No sistema de coordenadas *xyz*, considere que o espaço inteiro seja dividido em duas regiões por um plano perpendicular ao eixo *Ox*.
- Em todos os pontos a esquerda do plano existe um campo elétrico e magnético uniforme, $\vec{E} = E_y\hat{j}$ e $\vec{B} = B_z\hat{k}$ e os pontos a direita do plano $\vec{E} = 0$ e $\vec{B} = 0$.



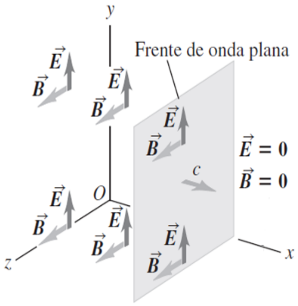
Vamos postular uma configuração de campo simples que possui comportamento ondulatório.

- No sistema de coordenadas *xyz*, considere que o espaço inteiro seja dividido em duas regiões por um plano perpendicular ao eixo *Ox*.
- Em todos os pontos a esquerda do plano existe um campo elétrico e magnético uniforme, $\vec{E} = E_y \hat{j}$ e $\vec{B} = B_z \hat{k}$ e os pontos a direita do plano $\vec{E} = 0$ e $\vec{B} = 0$.
- O plano da fronteira, a **frente da onda**, se desloca ao longo do eixo $+Ox$ com uma velocidade constante c, desconhecida.



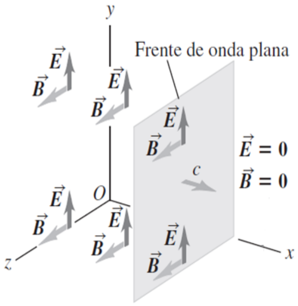
Vamos postular uma configuração de campo simples que possui comportamento ondulatório.

- No sistema de coordenadas xyz, considere que o espaço inteiro seja dividido em duas regiões por um plano perpendicular ao eixo Ox.
- Em todos os pontos a esquerda do plano existe um campo elétrico e magnético uniforme, $\vec{E} = E_y\hat{j}$ e $\vec{B} = B_z\hat{k}$ e os pontos a direita do plano $\vec{E} = 0$ e $\vec{B} = 0$.
- O plano da fronteira, a **frente da onda**, se desloca ao longo do eixo $+Ox$ com uma velocidade constante c, desconhecida.
- A onda que em qualquer t os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são uniformes sobre qualquer plano $\perp$ à direção de propagação é uma **onda plana**.



Vamos postular uma configuração de campo simples que possui comportamento ondulatório.

- No sistema de coordenadas xyz, considere que o espaço inteiro seja dividido em duas regiões por um plano perpendicular ao eixo Ox.
- Em todos os pontos a esquerda do plano existe um campo elétrico e magnético uniforme, $\vec{E} = E_y\hat{j}$ e $\vec{B} = B_z\hat{k}$ e os pontos a direita do plano $\vec{E} = 0$ e $\vec{B} = 0$.
- O plano da fronteira, a **frente da onda**, se desloca ao longo do eixo $+Ox$ com uma velocidade constante c, desconhecida.
- A onda que em qualquer t os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são uniformes sobre qualquer plano $\perp$ à direção de propagação é uma **onda plana**.
  - Testaremos se esses campos so fisicamente possíveis, verificando se eles satisfazem as equações de Maxwell.

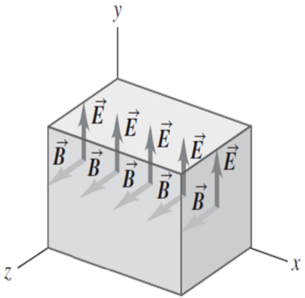


Uma ondas eletromagnéticas planas simples

- Iniciarei verificando se a **onda plana** satisfaz as duas leis de Gauss para $\vec{E}$ e $\vec{B}$.

Uma ondas eletromagnéticas planas simples

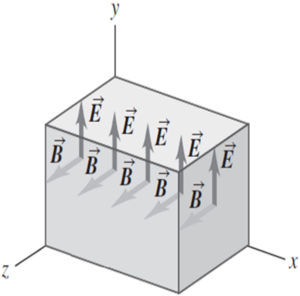
- Iniciarei verificando se a **onda plana** satisfaz as duas leis de Gauss para $\vec{E}$ e $\vec{B}$.
- Tomamos como superfície gaussiana uma caixa retangular.



Uma ondas eletromagnéticas planas simples

- Iniciarei verificando se a **onda plana** satisfaz as duas leis de Gauss para $\vec{E}$ e $\vec{B}$.
- Tomamos como superfície gaussiana uma caixa retangular.
- Como no interior da superfície gaussiana, $Q_{int} = 0$. Obtemos,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 \qquad \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

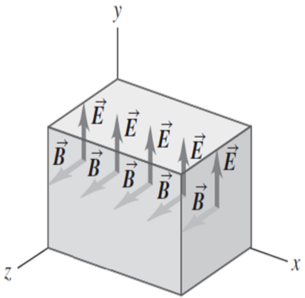


Uma ondas eletromagnéticas planas simples

- Iniciarei verificando se a **onda plana** satisfaz as duas leis de Gauss para $\vec{E}$ e $\vec{B}$.
- Tomamos como superfície gaussiana uma caixa retangular.
- Como no interior da superfície gaussiana, $Q_{int} = 0$. Obtemos,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 \qquad \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

- Verdade mesmo imaginando-se uma parte da caixa dentro da região em que $\vec{E} = \vec{B} = O$.

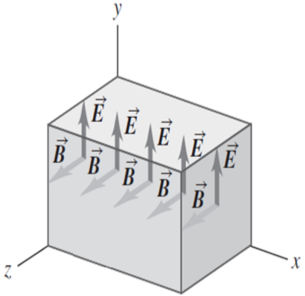


Uma ondas eletromagnéticas planas simples

- Iniciarei verificando se a onda plana satisfaz as duas leis de Gauss para $\vec{E}$ e $\vec{B}$.
- Tomamos como superfície gaussiana uma caixa retangular.
- Como no interior da superfície gaussiana,

  $Q_{int} = 0$. Obtemos,

  $$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 \qquad \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$
- Verdade mesmo imaginando-se uma parte da caixa dentro da região em que $\vec{E} = \vec{B} = O$.
- Isso no seria o caso se $\vec{E}$ e $\vec{B}$ tivessem componentes paralelos a direção de propagação.

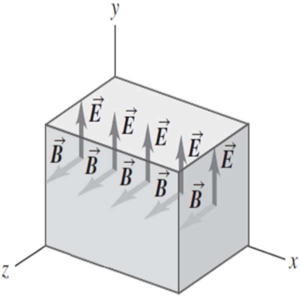


Uma ondas eletromagnéticas planas simples

- Iniciarei verificando se a **onda plana** satisfaz as duas leis de Gauss para $\vec{E}$ e $\vec{B}$.
- Tomamos como superfície gaussiana uma caixa retangular.
- Como no interior da superfície gaussiana, $Q_{int} = 0$. Obtemos,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 \qquad \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

- Verdade mesmo imaginando-se uma parte da caixa dentro da região em que $\vec{E} = \vec{B} = O$.
- Isso no seria o caso se $\vec{E}$ e $\vec{B}$ tivessem componentes paralelos a direção de propagação.

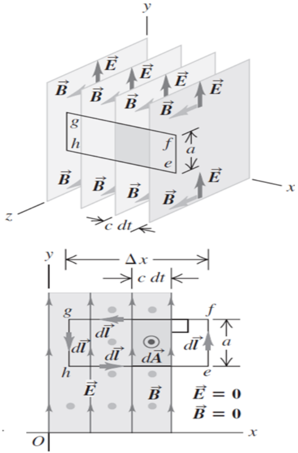


- Logo é necessário que $\vec{E}$ e $\vec{B}$ sejam ambos $\perp$ a direção de propagação **(onda transversal)**.

Lei de Faraday e ondas eletromagnéticas planas simples

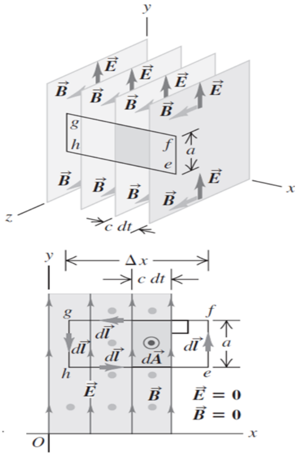
- Considere um retângulo *efgh* paralelo ao plano *xy*, com altura *a* e largura Δx.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



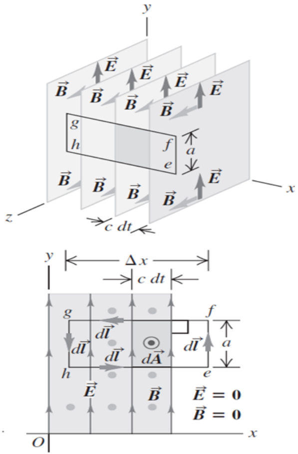
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

- Considere um retângulo *efgh* paralelo ao plano xy, com altura a e largura Δx.
- Considere $d\vec{A}$ em *efgh* no sentido $+Oz$.



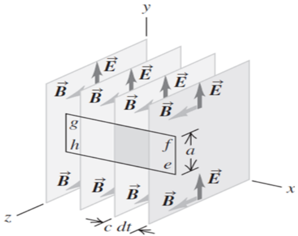
- Considere um retângulo *efgh* paralelo ao plano xy, com altura a e largura Δx.
- Considere $d\vec{A}$ em *efgh* no sentido $+Oz$.
- $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ deve ser feita no sentido anti-horário.

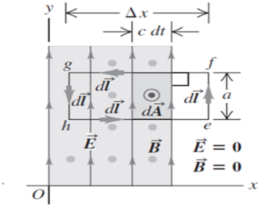
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad = \quad -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

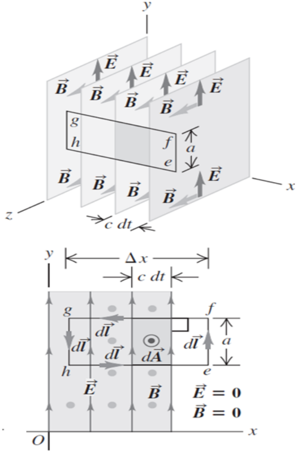
- Considere um retângulo *efgh* paralelo ao plano xy, com altura a e largura Δx.
- Considere $d\vec{A}$ em *efgh* no sentido $+Oz$.
- $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ deve ser feita no sentido anti-horário.
- Nos lados ef, fg e he, $\vec{E} = 0$ ou $\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$.





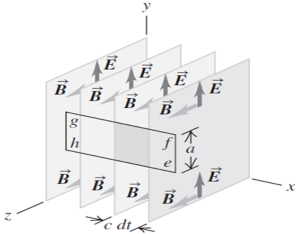
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \;=\; -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

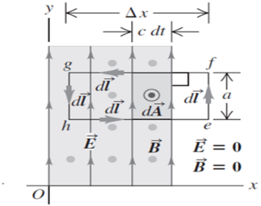
- Considere um retângulo *efgh* paralelo ao plano xy, com altura a e largura Δx.
- Considere $d\vec{A}$ em *efgh* no sentido $+Oz$.
- $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ deve ser feita no sentido anti-horário.
- Nos lados ef, fg e he, $\vec{E} = 0$ ou $\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$.
- S o lado gh contribui para a integral. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -Ea$.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad = \quad -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

- Considere um retângulo *efgh* paralelo ao plano xy, com altura a e largura Δx.
- Considere $d\vec{A}$ em *efgh* no sentido $+Oz$.
- $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ deve ser feita no sentido anti-horário.
- Nos lados ef, fg e he, $\vec{E} = 0$ ou $\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$.
- S o lado gh contribui para a integral. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -Ea$.
- Em um intervalo de tempo dt, a frente de onda se desloca $dx = cdt$, varrendo uma area $dA = acdt$. Durante esse intervalo, o fluxo magnético Φ_B através do retângulo *efgh* cresce de $d\Phi_B = B(acdt) \Rightarrow \frac{d\Phi_B}{dt} = Bac$



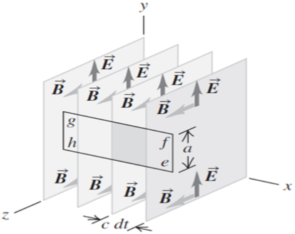


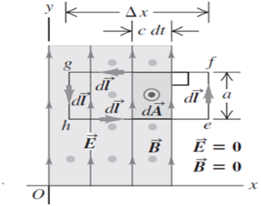
- Considere um retângulo *efgh* paralelo ao plano xy, com altura a e largura Δx.
- Considere $d\vec{A}$ em *efgh* no sentido $+Oz$.
- $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ deve ser feita no sentido anti-horário.
- Nos lados *ef*, *fg* e *he*, $\vec{E} = 0$ ou $\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$.
- S o lado *gh* contribui para a integral. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -Ea$.
- Em um intervalo de tempo dt, a frente de onda se desloca $dx = cdt$, varrendo uma area $dA = acdt$. Durante esse intervalo, o fluxo magnético Φ_B através do retângulo *efgh* cresce de $d\Phi_B = B(acdt) \Rightarrow \frac{d\Phi_B}{dt} = Bac$

$$E = Bc$$

- A onda plana é consistente com a lei de Faraday se a velocidade $c = E/B$ e $\vec{E} \perp \vec{B}$.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

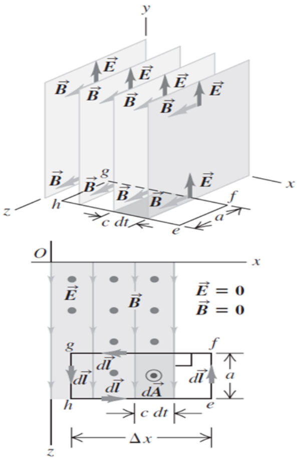




Lei de Ampere e ondas eletromagnéticas planas simples

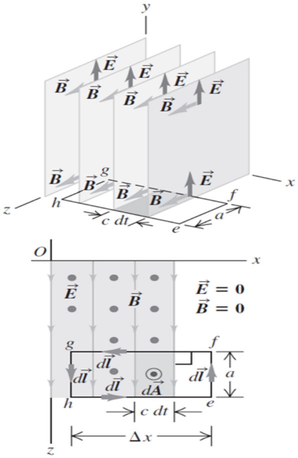
- No existe corrente de condução ($ic = 0$).

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$



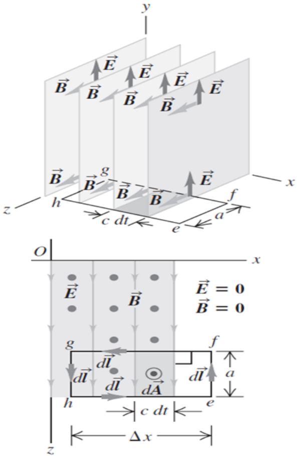
- No existe corrente de condução ($ic = 0$).
- Imaginemos agora que nosso retângulo esteja situado no plano xz.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$



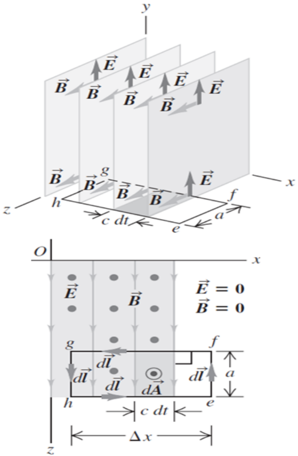
- No existe corrente de condução ($ic = 0$).
- Imaginemos agora que nosso retângulo esteja situado no plano xz.
- Considerer $d\vec{A}$ no sentido $+Oy$ e, portanto, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ deve ser feita no sentido anti-horário.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$



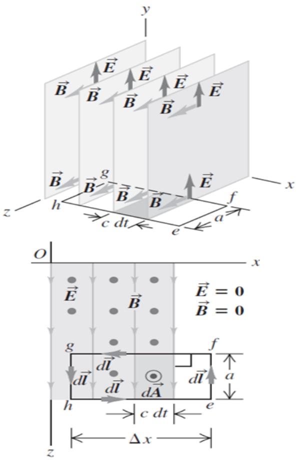
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

- No existe corrente de condução ($ic = 0$).
- Imaginemos agora que nosso retângulo esteja situado no plano xz.
- Considerer $d\vec{A}$ no sentido $+Oy$ e, portanto, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ deve ser feita no sentido anti-horário.
- Nos lados ef, fg e he temos $\vec{B} = 0$ ou $\vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$. Somente o lado gh, contribui para a integral. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = Ba$



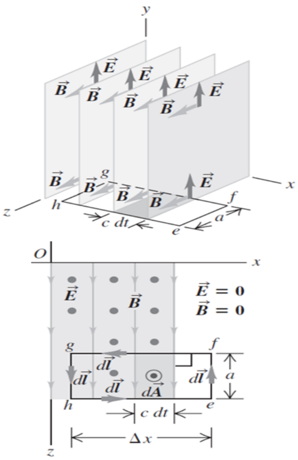
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad = \quad \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

- No existe corrente de condução ($ic = 0$).
- Imaginemos agora que nosso retângulo esteja situado no plano xz.
- Considerer $d\vec{A}$ no sentido $+Oy$ e, portanto, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ deve ser feita no sentido anti-horário.
- Nos lados ef, fg e he temos $\vec{B} = 0$ ou $\vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$. Somente o lado gh, contribui para a integral. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = Ba$
- Em um intervalo de tempo dt, o fluxo elétrico aumentou de $d\Phi_E = E(acdt) \Rightarrow \frac{d\Phi_E}{dt} = Eac$.



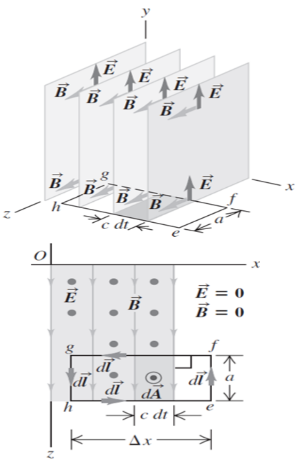
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

- No existe corrente de condução ($ic = 0$).
- Imaginemos agora que nosso retângulo esteja situado no plano xz.
- Considerer $d\vec{A}$ no sentido $+Oy$ e, portanto, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ deve ser feita no sentido anti-horário.
- Nos lados ef, fg e he temos $\vec{B} = 0$ ou $\vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$. Somente o lado gh, contribui para a integral. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = Ba$
- Em um intervalo de tempo dt, o fluxo elétrico aumentou de $d\Phi_E = E(acdt) \Rightarrow \frac{d\Phi_E}{dt} = Eac$.
  $B = \mu_0 \epsilon_0 Ec$



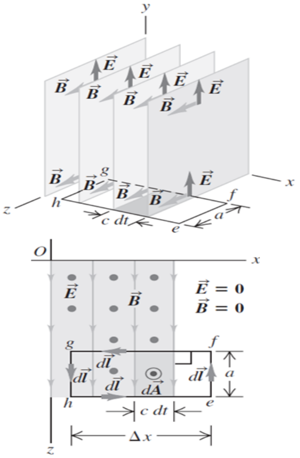
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

- No existe corrente de condução ($ic = 0$).
- Imaginemos agora que nosso retângulo esteja situado no plano xz.
- Considerer $d\vec{A}$ no sentido $+Oy$ e, portanto, $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}$ deve ser feita no sentido anti-horário.
- Nos lados ef, fg e he temos $\vec{B} = 0$ ou $\vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$. Somente o lado gh, contribui para a integral. $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = Ba$
- Em um intervalo de tempo dt, o fluxo elétrico aumentou de $d\Phi_E = E(acdt) \Rightarrow \frac{d\Phi_E}{dt} = Eac$.
  $B = \mu_0\epsilon_0 Ec$
- A onda plana deve obedecer simultaneamente ($c = E/B$) e($B = \mu_0\epsilon_0 Ec$).



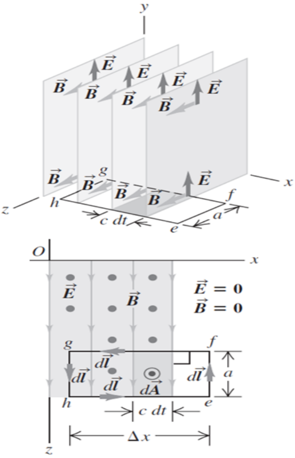
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

- No existe corrente de condução ($ic = 0$).
- Imaginemos agora que nosso retângulo esteja situado no plano xz.
- Considerer $d\vec{A}$ no sentido $+Oy$ e, portanto, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ deve ser feita no sentido anti-horário.
- Nos lados ef, fg e he temos $\vec{B} = 0$ ou $\vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$. Somente o lado gh, contribui para a integral. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = Ba$
- Em um intervalo de tempo dt, o fluxo elétrico aumentou de $d\Phi_E = E(acdt) \Rightarrow \frac{d\Phi_E}{dt} = Eac$. $B = \mu_0 \epsilon_0 Ec$
- A onda plana deve obedecer simultaneamente ($c = E/B$) e($B = \mu_0 \epsilon_0 Ec$).
- $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ (velocidade OE no vacuo).



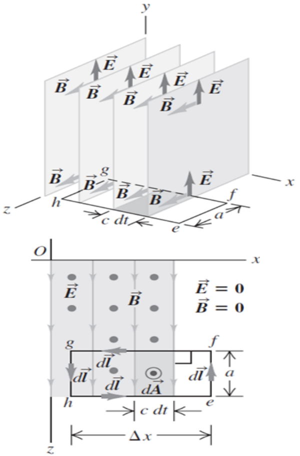
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

- No existe corrente de condução ($ic = 0$).
- Imaginemos agora que nosso retângulo esteja situado no plano xz.
- Considerer $d\vec{A}$ no sentido $+Oy$ e, portanto, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ deve ser feita no sentido anti-horário.
- Nos lados ef, fg e he temos $\vec{B} = 0$ ou $\vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$. Somente o lado gh, contribui para a integral. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = Ba$
- Em um intervalo de tempo dt, o fluxo elétrico aumentou de $d\Phi_E = E(acdt) \Rightarrow \frac{d\Phi_E}{dt} = Eac$.
  $B = \mu_0 \epsilon_0 Ec$
- A onda plana deve obedecer simultaneamente ($c = E/B$) e($B = \mu_0 \epsilon_0 Ec$).
- $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ (velocidade OE no vacuo).
- $c = \frac{1}{\sqrt{8.85 \times 10^{-12} C^2/Nm^2 \times 4\pi \times 1O^{-7} N/A^2}} \simeq 3.0 \times 10^8 m/s$.



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} \quad = \quad \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

- No existe corrente de condução ($ic = 0$).
- Imaginemos agora que nosso retângulo esteja situado no plano xz.
- Considerer $d\vec{A}$ no sentido $+Oy$ e, portanto, $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}$ deve ser feita no sentido anti-horário.
- Nos lados ef, fg e he temos $\vec{B} = 0$ ou $\vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$. Somente o lado gh, contribui para a integral. $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = Ba$
- Em um intervalo de tempo dt, o fluxo elétrico aumentou de $d\Phi_E = E(acdt) \Rightarrow \frac{d\Phi_E}{dt} = Eac$.
  $B = \mu_0\epsilon_0 Ec$
- A onda plana deve obedecer simultaneamente $(c = E/B)$ e$(B = \mu_0\epsilon_0 Ec)$.
- $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$ (velocidade OE no vacuo).
- $c = \frac{1}{\sqrt{8.85\times10^{-12}C^2/Nm^2\times4\pi\times1O^{-7}N/A^2}} \simeq 3.0\times10^8 m/s$.
- O valor exato de $c = 299.792.458 m/s$. O valor de ϵ_0 e definido de modo a concordar.



As propriedades das ondas eletromagnéticas

- **A onda transversal**; $\vec{E}$ e $\vec{B}$ so perpendiculares direção de propagação.

As propriedades das ondas eletromagnéticas

- **A onda transversal**; $\vec{E}$ e $\vec{B}$ so perpendiculares direção de propagação.
- Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ so mutuamente perpendiculares.

As propriedades das ondas eletromagnéticas

- **A onda transversal**; $\vec{E}$ e $\vec{B}$ so perpendiculares direção de propagação.
- Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ so mutuamente perpendiculares.
- O produto vetorial $\vec{E} \times \vec{B}$ fornece a direção e o sentido da propagação da onda.

As propriedades das ondas eletromagnéticas

- **A onda transversal**; $\vec{E}$ e $\vec{B}$ so perpendiculares direção de propagação.
- Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ so mutuamente perpendiculares.
- O produto vetorial $\vec{E} \times \vec{B}$ fornece a direção e o sentido da propagação da onda.
- A razão entre o modulo de $\vec{E}$ e o modulo de $\vec{B}$ e constante: $E = cB$.

As propriedades das ondas eletromagnéticas

- **A onda transversal**; $\vec{E}$ e $\vec{B}$ so perpendiculares direção de propagação.
- Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ so mutuamente perpendiculares.
- O produto vetorial $\vec{E} \times \vec{B}$ fornece a direção e o sentido da propagação da onda.
- A razão entre o modulo de $\vec{E}$ e o modulo de $\vec{B}$ e constante: $E = cB$.
- A onda se desloca no vácuo com uma velocidade definida e invariável.

As propriedades das ondas eletromagnéticas

- **A onda transversal**; $\vec{E}$ e $\vec{B}$ so perpendiculares direção de propagação.
- Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ so mutuamente perpendiculares.
- O produto vetorial $\vec{E} \times \vec{B}$ fornece a direção e o sentido da propagação da onda.
- A razão entre o modulo de $\vec{E}$ e o modulo de $\vec{B}$ e constante: $E = cB$.
- A onda se desloca no vácuo com uma velocidade definida e invariável.
- No necessitam de nenhum meio para se propagar.

As propriedades das ondas eletromagnéticas

- **A onda transversal**; $\vec{E}$ e $\vec{B}$ so perpendiculares direção de propagação.
- Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ so mutuamente perpendiculares.
- O produto vetorial $\vec{E} \times \vec{B}$ fornece a direção e o sentido da propagação da onda.
- A razão entre o modulo de $\vec{E}$ e o modulo de $\vec{B}$ e constante: $E = cB$.
- A onda se desloca no vácuo com uma velocidade definida e invariável.
- No necessitam de nenhum meio para se propagar.
- As grandezas que 'oscilam' são os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$.

Equações de Maxwell forma integral e diferencial

$$\oint \vec{f} \cdot d\vec{A} = \int (\nabla \cdot \vec{f}) dV \quad ; \quad \oint \vec{f} \cdot d\vec{l} = \int (\nabla \times \vec{f}) \cdot d\vec{A}$$

$$Q = \int \rho dV \quad ; \quad \mathtt{I} = \int \vec{\mathtt{J}} \cdot d\vec{A} \quad ; \quad \Phi_f = \int \vec{f} \cdot d\vec{A}$$

Equações de Maxwell forma integral e diferencial

$$\oint \vec{f} \cdot d\vec{A} = \int (\nabla \cdot \vec{f}) dV \quad ; \quad \oint \vec{f} \cdot d\vec{l} = \int (\nabla \times \vec{f}) \cdot d\vec{A}$$

$$Q = \int \rho dV \quad ; \quad \mathtt{I} = \int \vec{\mathtt{J}} \cdot d\vec{A} \quad ; \quad \Phi_f = \int \vec{f} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{Lig}}{\epsilon_0} \qquad \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Equações de Maxwell forma integral e diferencial

$$\oint \vec{f}\cdot d\vec{A} = \int(\nabla\cdot\vec{f})dV \quad ; \quad \oint \vec{f}\cdot d\vec{l} = \int(\nabla\times\vec{f})\cdot d\vec{A}$$

$$Q = \int \rho dV \quad ; \quad \mathtt{I} = \int \vec{\mathtt{J}}\cdot d\vec{A} \quad ; \quad \Phi_f = \int \vec{f}\cdot d\vec{A}$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{Lig}}{\epsilon_0} \qquad \nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0 \qquad \nabla\cdot\vec{B} = 0$$

Equações de Maxwell forma integral e diferencial

$$\oint \vec{f} \cdot d\vec{A} = \int (\nabla \cdot \vec{f}) dV \quad ; \quad \oint \vec{f} \cdot d\vec{l} = \int (\nabla \times \vec{f}) \cdot d\vec{A}$$

$$Q = \int \rho dV \quad ; \quad \mathtt{I} = \int \vec{\mathtt{J}} \cdot d\vec{A} \quad ; \quad \Phi_f = \int \vec{f} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{Lig}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Equações de Maxwell forma integral e diferencial

$$\oint \vec{f} \cdot d\vec{A} = \int (\nabla \cdot \vec{f}) dV \quad ; \quad \oint \vec{f} \cdot d\vec{l} = \int (\nabla \times \vec{f}) \cdot d\vec{A}$$

$$Q = \int \rho dV \quad ; \quad \mathtt{I} = \int \vec{\mathtt{J}} \cdot d\vec{A} \quad ; \quad \Phi_f = \int \vec{f} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{Lig}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(\mathtt{I}_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{liq}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{\mathtt{J}}_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Dedução da equação de onda eletromagnética:1^o Método

- As ondas devem possuir a propriedade, $y(x,t) = y(x \pm vt) = y(x^{'})$, onde $x^{'} = x \pm vt$ e $y(x,t)$ a função de onda que representa o deslocamento em qualquer ponto da onda que se desloca ao longo do eixo Ox. Podemos mostrar que essa função de onda, deve satisfazer a EDO,

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Equação de Onda

Dedução da equação de onda eletromagnética:1^o Método

- As ondas devem possuir a propriedade, $y(x,t) = y(x \pm vt) = y(x^{'})$, onde $x^{'} = x \pm vt$ e $y(x,t)$ a função de onda que representa o deslocamento em qualquer ponto da onda que se desloca ao longo do eixo Ox. Podemos mostrar que essa função de onda, deve satisfazer a EDO,

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Equação de Onda

- **No vácuo,** $\rho = 0$ **e** $\vec{J}_c = 0$.

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad ; \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ; \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Dedução da equação de onda eletromagnética:1º Método

- As ondas devem possuir a propriedade, $y(x,t) = y(x \pm vt) = y(x')$, onde $x' = x \pm vt$ e $y(x,t)$ a função de onda que representa o deslocamento em qualquer ponto da onda que se desloca ao longo do eixo Ox. Podemos mostrar que essa função de onda, deve satisfazer a EDO,

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Equação de Onda

- **No vácuo,** $\rho = 0$ **e** $\vec{J}_c = 0$**.**

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= 0 \quad ; \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ; \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) &= \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} \\ \nabla \times (\nabla \times \vec{B}) &= \nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} \end{aligned}$$

Dedução da equação de onda eletromagnética:1^o Método

- As ondas devem possuir a propriedade, $y(x,t) = y(x \pm vt) = y(x^{'})$, onde $x^{'} = x \pm vt$ e $y(x,t)$ a função de onda que representa o deslocamento em qualquer ponto da onda que se desloca ao longo do eixo Ox. Podemos mostrar que essa função de onda, deve satisfazer a EDO,

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Equação de Onda

- **No vácuo, $\rho = 0$ e $\vec{J}_c = 0$.**

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= 0 \quad ; \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ; \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) &= -\nabla^2 \vec{E} \\ \nabla \times (\nabla \times \vec{B}) &= -\nabla^2 \vec{B} \end{aligned}$$

Dedução da equação de onda eletromagnética:1º Método

- As ondas devem possuir a propriedade, $y(x,t) = y(x \pm vt) = y(x')$, onde $x' = x \pm vt$ e $y(x,t)$ a função de onda que representa o deslocamento em qualquer ponto da onda que se desloca ao longo do eixo Ox. Podemos mostrar que essa função de onda, deve satisfazer a EDO,

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Equação de Onda

- **No vácuo,** $\rho = 0$ **e** $\vec{J}_c = 0$**.**

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad ; \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ; \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0\epsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\begin{aligned}
\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) &= -\nabla^2\vec{E} \\
\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) &= -\nabla^2\vec{B} \\
\nabla \times (-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}) &= -\frac{\partial(\nabla \times \vec{B})}{\partial t} \\
\nabla \times (\mu_0\epsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) &= \mu_0\epsilon_0\frac{\partial(\nabla \times \vec{E})}{\partial t}
\end{aligned}$$

Dedução da equação de onda eletromagnética:1º Método

- As ondas devem possuir a propriedade, $y(x,t) = y(x \pm vt) = y(x')$, onde $x' = x \pm vt$ e $y(x,t)$ a função de onda que representa o deslocamento em qualquer ponto da onda que se desloca ao longo do eixo Ox. Podemos mostrar que essa função de onda, deve satisfazer a EDO,

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Equação de Onda

- **No vácuo,** $\rho = 0$ **e** $\vec{J}_c = 0$.

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad ; \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ; \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\begin{aligned}
\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) &= -\nabla^2 \vec{E} \\
\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) &= -\nabla^2 \vec{B} \\
\nabla \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) &= -\frac{\partial(\nabla \times \vec{B})}{\partial t} \\
\nabla \times \left(\mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) &= \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial(\nabla \times \vec{E})}{\partial t} \\
\nabla^2 \vec{E} &= \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\
\nabla^2 \vec{B} &= \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}
\end{aligned}$$

Dedução da equação de onda eletromagnética: 1^o Método

- As ondas devem possuir a propriedade, $y(x,t) = y(x \pm vt) = y(x^{'})$, onde $x^{'} = x \pm vt$ e $y(x,t)$ a função de onda que representa o deslocamento em qualquer ponto da onda que se desloca ao longo do eixo Ox. Podemos mostrar que essa função de onda, deve satisfazer a EDO,

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Equação de Onda

- **No vácuo,** $\rho = 0$ **e** $\vec{J}_c = 0$**.**

$$\begin{aligned} \nabla\cdot\vec{E} &= 0 \quad ; \quad \nabla\cdot\vec{B} = 0 \\ \nabla\times\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad ; \quad \nabla\times\vec{B} = \mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla\times(\nabla\times\vec{E}) &= -\nabla^2\vec{E} \\ \nabla\times(\nabla\times\vec{B}) &= -\nabla^2\vec{B} \\ \nabla\times(-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}) &= -\frac{\partial(\nabla\times\vec{B})}{\partial t} \\ \nabla\times(\mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}) &= \mu_0\epsilon_0\frac{\partial(\nabla\times\vec{E})}{\partial t} \\ \nabla^2\vec{E} &= \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2\vec{B} &= \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{v^2} &= \mu_0\epsilon_0 \\ v &= c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \end{aligned}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) f(t) \end{aligned}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned}\nabla^2\vec{E} &= \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}\\ \vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}(\vec{r})f(t)\end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned}\nabla^2\vec{E} &= \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}\\ \vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}(\vec{r})f(t)\end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}(\vec{r})e^{-i\omega t}\\ \nabla^2\vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2}\vec{E}(\vec{r})\end{aligned}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.
$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) f(t) \end{aligned}$$
- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,
$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \\ \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}) \end{aligned}$$
- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}}$ e assim,

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) f(t) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \\ \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}}$ e assim,

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa}\cdot\vec{r})} \\ -\kappa^2 \vec{E}_0 e^{\pm i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}} &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_0 e^{\pm i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}} \end{aligned}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) f(t) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \\ \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}}$ e assim,

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa}\cdot\vec{r})} \\ \kappa^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \end{aligned}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) f(t) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \\ \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$$

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \\ \kappa = \frac{2\pi}{\lambda} &= \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} \end{aligned}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) f(t)$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t}$$

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) = -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r})$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$$

$$\kappa^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c}$$

$$c = \lambda f$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$
$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) f(t)$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t}$$
$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) = -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r})$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i \vec{\kappa} \cdot \vec{r}}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$$

$$\kappa^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$
$$\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c}$$
$$c = \lambda f$$

- A solução para a equação de onda para $\vec{B}$ será: $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$. Usando estes resultados obtemos que,

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) f(t) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \\ \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i \vec{\kappa} \cdot \vec{r}}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$$

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \\ \kappa = \frac{2\pi}{\lambda} &= \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} \\ c &= \lambda f \end{aligned}$$

- A solução para a equação de onda para $\vec{B}$ será: $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$. Usando estes resultados obtemos que,

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$
$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) f(t)$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t}$$
$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) = -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r})$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$$

$$\kappa^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$
$$\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c}$$
$$c = \lambda f$$

- A solução para a equação de onda para $\vec{B}$ será: $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$. Usando estes resultados obtemos que,

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$
$$\pm \vec{\kappa} \times \vec{B}(\vec{r}, t) = -\frac{\omega}{c^2} \vec{E}(\vec{r}, t)$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned}\nabla^2\vec{E} &= \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}\\ \vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}(\vec{r})f(t)\end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}(\vec{r})e^{-i\omega t}\\ \nabla^2\vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2}\vec{E}(\vec{r})\end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t\pm\vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$$

$$\begin{aligned}\kappa^2 &= \frac{\omega^2}{c^2}\\ \kappa = \frac{2\pi}{\lambda} &= \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c}\\ c &= \lambda f\end{aligned}$$

- A solução para a equação de onda para $\vec{B}$ será: $\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t\pm\vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$. Usando estes resultados obtemos que,

$$\begin{aligned}\nabla\times\vec{B} &= \mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\\ \pm\vec{\kappa}\times\vec{B}(\vec{r},t) &= -\frac{\omega}{c^2}\vec{E}(\vec{r},t)\\ \nabla\times\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\end{aligned}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) f(t) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \\ \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$$

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \\ \kappa = \frac{2\pi}{\lambda} &= \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} \\ c &= \lambda f \end{aligned}$$

- A solução para a equação de onda para $\vec{B}$ será: $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$. Usando estes resultados obtemos que,

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \pm \vec{\kappa} \times \vec{B}(\vec{r}, t) &= -\frac{\omega}{c^2} \vec{E}(\vec{r}, t) \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\kappa} \times \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\omega \vec{B}(\vec{r}, t) \end{aligned}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.
$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) f(t) \end{aligned}$$
- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,
$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \\ \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}) \end{aligned}$$
- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i \vec{\kappa} \cdot \vec{r}}$ e assim,
$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$$

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \\ \kappa = \frac{2\pi}{\lambda} &= \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} \\ c &= \lambda f \end{aligned}$$

- A solução para a equação de onda para $\vec{B}$ será: $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$. Usando estes resultados obtemos que,
$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \pm \vec{\kappa} \times \vec{B}(\vec{r}, t) &= -\frac{\omega}{c^2} \vec{E}(\vec{r}, t) \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\kappa} \times \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\omega \vec{B}(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{E} &= 0 \end{aligned}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned} \nabla^2\vec{E} &= \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}(\vec{r})f(t) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $f(t)=e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}(\vec{r})e^{-i\omega t} \\ \nabla^2\vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2}\vec{E}(\vec{r}) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r})=\vec{E}_0e^{\pm i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0e^{-i(\omega t\pm\vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$$

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \\ \kappa=\frac{2\pi}{\lambda} &= \frac{\omega}{c}=\frac{2\pi f}{c} \\ c &= \lambda f \end{aligned}$$

- A solução para a equação de onda para $\vec{B}$ será: $\vec{B}(\vec{r},t)=\vec{B}_0e^{-i(\omega t\pm\vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$. Usando estes resultados obtemos que,

$$\begin{aligned} \nabla\times\vec{B} &= \mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \\ \pm\vec{\kappa}\times\vec{B}(\vec{r},t) &= -\frac{\omega}{c^2}\vec{E}(\vec{r},t) \\ \nabla\times\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\kappa}\times\vec{E}(\vec{r},t) &= -\omega\vec{B}(\vec{r},t) \\ \nabla\cdot\vec{E} &= 0 \\ \pm\vec{\kappa}\cdot\vec{E}(\vec{r},t) &= 0 \end{aligned}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) f(t) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \\ \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i \vec{\kappa} \cdot \vec{r}}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$$

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \\ \kappa = \frac{2\pi}{\lambda} &= \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} \\ c &= \lambda f \end{aligned}$$

- A solução para a equação de onda para $\vec{B}$ será: $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$. Usando estes resultados obtemos que,

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \pm \vec{\kappa} \times \vec{B}(\vec{r}, t) &= -\frac{\omega}{c^2} \vec{E}(\vec{r}, t) \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\kappa} \times \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\omega \vec{B}(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{E} &= 0 \\ \pm \vec{\kappa} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \end{aligned}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) f(t) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \\ \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i \vec{\kappa} \cdot \vec{r}}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$$

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \\ \kappa = \frac{2\pi}{\lambda} &= \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} \\ c &= \lambda f \end{aligned}$$

- A solução para a equação de onda para $\vec{B}$ será: $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$. Usando estes resultados obtemos que,

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \pm \vec{\kappa} \times \vec{B}(\vec{r}, t) &= -\frac{\omega}{c^2} \vec{E}(\vec{r}, t) \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\kappa} \times \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\omega \vec{B}(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{E} &= 0 \\ \pm \vec{\kappa} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \pm \vec{\kappa} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) &= 0 \end{aligned}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned} \nabla^2\vec{E} &= \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}(\vec{r})f(t) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}(\vec{r})e^{-i\omega t} \\ \nabla^2\vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2}\vec{E}(\vec{r}) \end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t\pm\vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$$

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \\ \kappa = \frac{2\pi}{\lambda} &= \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} \\ c &= \lambda f \end{aligned}$$

- A solução para a equação de onda para $\vec{B}$ será: $\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t\pm\vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$. Usando estes resultados obtemos que,

$$\begin{aligned} \hat{\kappa}\times\vec{B}(\vec{r},t) &= -\frac{1}{c}\vec{E}(\vec{r},t) \\ \hat{\kappa}\times\vec{E}(\vec{r},t) &= c\vec{B}(\vec{r},t) \\ \pm\vec{\kappa}\cdot\vec{E}(\vec{r},t) &= 0 \\ \pm\vec{\kappa}\cdot\vec{B}(\vec{r},t) &= 0 \end{aligned}$$

Solução para equação da onda eletromagnética

- Como $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem satisfazer a mesma equação faremos a solução para uma.

$$\begin{aligned}\nabla^2\vec{E} &= \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}\\ \vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}(\vec{r})f(t)\end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $f(t) = e^{-i\omega t}$ e assim,

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}(\vec{r})e^{-i\omega t}\\ \nabla^2\vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{\omega^2}{c^2}\vec{E}(\vec{r})\end{aligned}$$

- Podemos mostrar que, $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{\pm i\vec{\kappa}\cdot\vec{r}}$ e assim,

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t\pm\vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$$

$$\begin{aligned}\kappa^2 &= \frac{\omega^2}{c^2}\\ \kappa = \frac{2\pi}{\lambda} &= \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c}\\ c &= \lambda f\end{aligned}$$

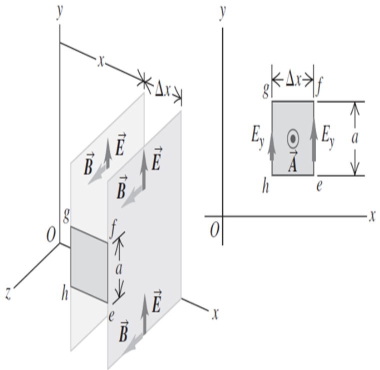
- A solução para a equação de onda para $\vec{B}$ será: $\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t\pm\vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$. Usando estes resultados obtemos que,

$$\begin{aligned}\hat{\kappa}\times\vec{B}(\vec{r},t) &= -\frac{1}{c}\vec{E}(\vec{r},t)\\ \hat{\kappa}\times\vec{E}(\vec{r},t) &= c\vec{B}(\vec{r},t)\\ \pm\vec{\kappa}\cdot\vec{E}(\vec{r},t) &= 0\\ \pm\vec{\kappa}\cdot\vec{B}(\vec{r},t) &= 0\end{aligned}$$

- Esse resultado mostra que $\vec{E}\perp\vec{B}$ e ambos são $\perp$ direção de propagação $\hat{\kappa} = \frac{\vec{\kappa}}{\kappa}$ e os módulos estão relacionados por $E(\vec{r},t) = cB(\vec{r},t)$.

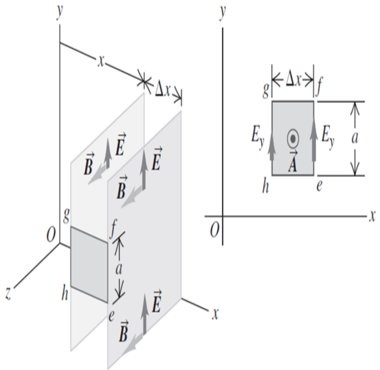
Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

- Suponha que todas as frentes de onda possuam forma de planos paralelos perpendiculares ao eixo Ox, todos se propagando da esquerda para a direita com velocidade c.



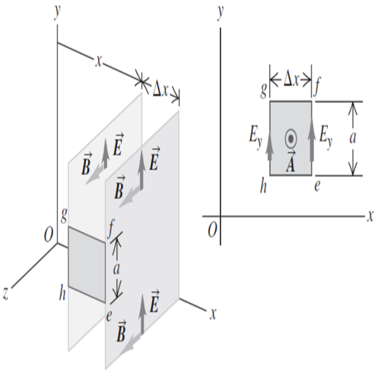
Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

- Suponha que todas as frentes de onda possuam forma de planos paralelos perpendiculares ao eixo Ox, todos se propagando da esquerda para a direita com velocidade c.
- Suponha que os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ sejam constantes em um plano porém variam de uma região para a outra.



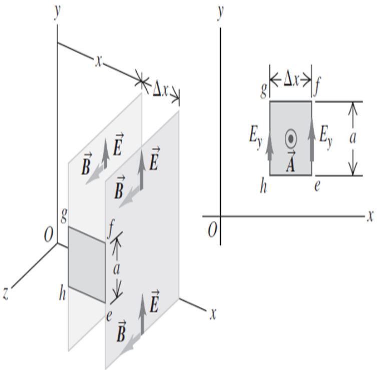
Dedução da equação de onda eletromagnética:2^o Método

- Suponha que todas as frentes de onda possuam forma de planos paralelos perpendiculares ao eixo Ox, todos se propagando da esquerda para a direita com velocidade c.
- Suponha que os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ sejam constantes em um plano porém variam de uma região para a outra.
- A onda resultante e uma onda plana, mas uma onda na qual os campos variem ao longo do eixo Ox.



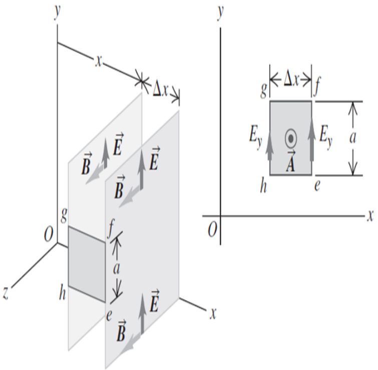
Dedução da equação de onda eletromagnética:2^o Método

- Suponha que todas as frentes de onda possuam forma de planos paralelos perpendiculares ao eixo Ox, todos se propagando da esquerda para a direita com velocidade c.
- Suponha que os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ sejam constantes em um plano porém variam de uma região para a outra.
- A onda resultante e uma onda plana, mas uma onda na qual os campos variem ao longo do eixo Ox.
- No limite, os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ variam continuamente ao longo do eixo Ox.



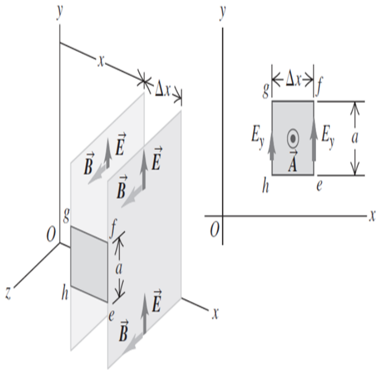
Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

- Suponha que os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ sejam constantes em um plano porém variam de uma região para a outra.
- A onda resultante e uma onda plana, mas uma onda na qual os campos variem ao longo do eixo Ox.
- No limite, os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ variam continuamente ao longo do eixo Ox.
- Os módulos de $\vec{E}$ e de $\vec{B}$ são relacionados por $E = cB$, logo os campos devem oscilar em lase.



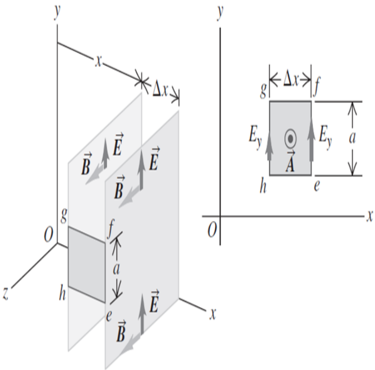
Dedução da equação de onda eletromagnética:2^o Método

- Os módulos de $\vec{E}$ e de $\vec{B}$ são relacionados por $E = cB$, logo os campos devem oscilar em fase.



Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

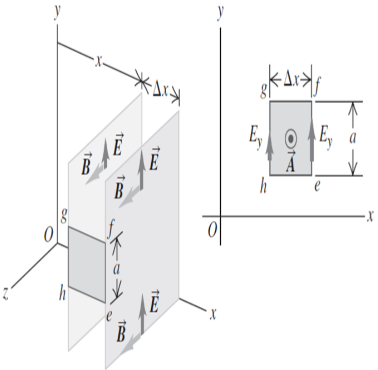
- Os módulos de $\vec{E}$ e de $\vec{B}$ são relacionados por $E = cB$, logo os campos devem oscilar em lase.



Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

- Os módulos de $\vec{E}$ e de $\vec{B}$ são relacionados por $E = cB$, logo os campos devem oscilar em lase.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

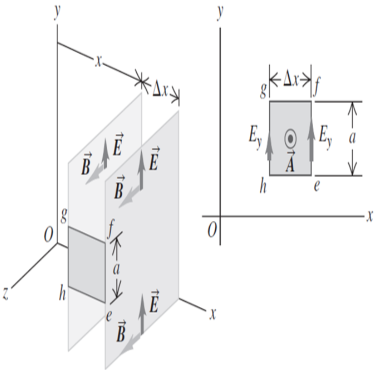


Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

- Os módulos de $\vec{E}$ e de $\vec{B}$ são relacionados por $E = cB$, logo os campos devem oscilar em lase.

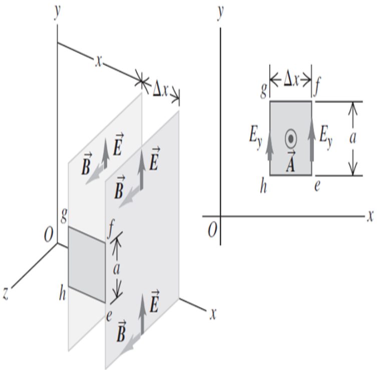
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = -E_y(x,t)a + E_y(x+\Delta x,t)a$$



Dedução da equação de onda eletromagnética:2^o Método

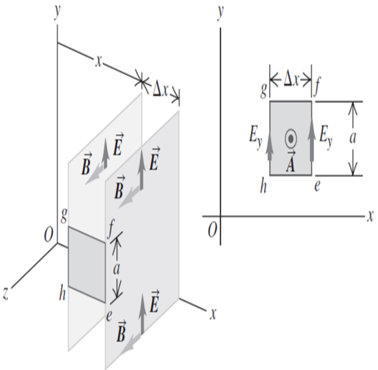
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = -E_y(x,t)a + E_y(x+\Delta x, t)a$$



Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = -E_y(x,t)a + E_y(x+\Delta x, t)a$$

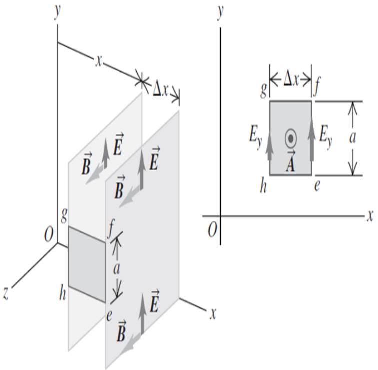


Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = -E_y(x,t)a + E_y(x+\Delta x, t)a$$

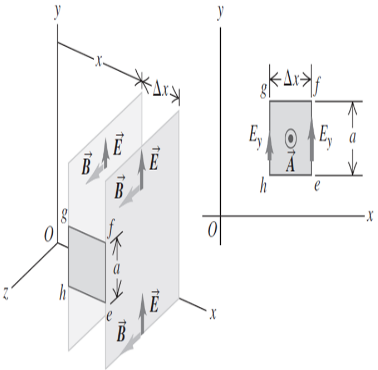
$$= a[E_y(x+\Delta x, t) - E_y(x,t)]$$



Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

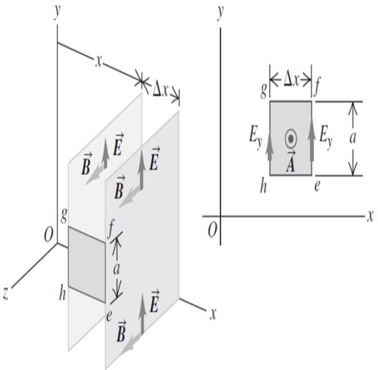
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\begin{aligned}
\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} &= -E_y(x,t)a + E_y(x+\Delta x, t)a \\
&= a[E_y(x+\Delta x, t) - E_y(x,t)] \\
d\Phi_B &= = B_z(x,t)A = B_z(x,t)a\Delta x
\end{aligned}$$



Dedução da equação de onda eletromagnética:2^o Método

$$
\begin{aligned}
\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \\
\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} &= -E_y(x,t)a + E_y(x+\Delta x, t)a \\
&= a[E_y(x+\Delta x, t) - E_y(x,t)] \\
d\Phi_B &= = B_z(x,t)A = B_z(x,t)a\Delta x \\
\frac{d\Phi_B}{dt} &= \frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t} a\Delta x
\end{aligned}
$$



Dedução da equação de onda eletromagnética:2^o Método

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

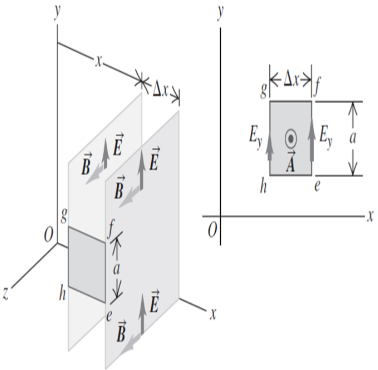
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = -E_y(x,t)a + E_y(x+\Delta x,t)a$$

$$= a[E_y(x+\Delta x,t) - E_y(x,t)]$$

$$d\Phi_B = = B_z(x,t)A = B_z(x,t)a\Delta x$$

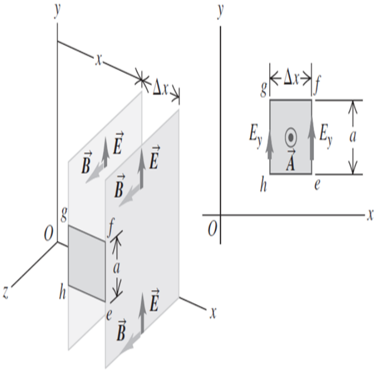
$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}a\Delta x$$

$$-\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t} = \frac{[E_y(x+\Delta x,t) - E_y(x,t)]}{\Delta x}$$



Dedução da equação de onda eletromagnética:2^o Método

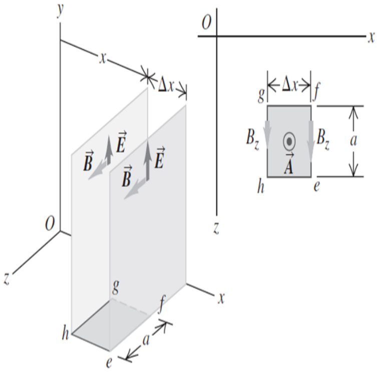
$$\begin{aligned}
\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \\
\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} &= -E_y(x,t)a + E_y(x+\Delta x,t)a \\
&= a[E_y(x+\Delta x,t) - E_y(x,t)] \\
d\Phi_B &= = B_z(x,t)A = B_z(x,t)a\Delta x \\
\frac{d\Phi_B}{dt} &= \frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}a\Delta x \\
-\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t} &= \frac{[E_y(x+\Delta x,t) - E_y(x,t)]}{\Delta x}
\end{aligned}$$



$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$

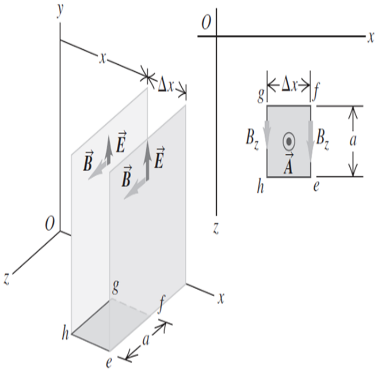
Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$



Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

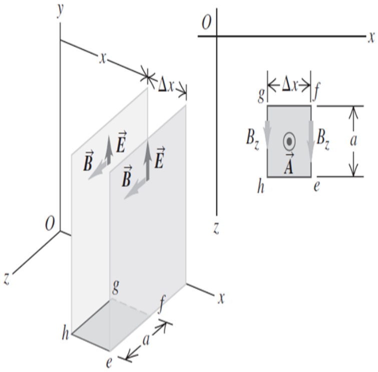
$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$



Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

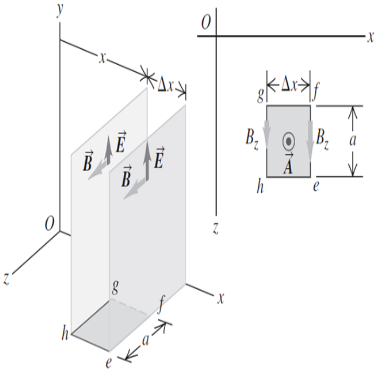


Dedução da equação de onda eletromagnética:2^o Método

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = B_z(x,t)a - B_z(x+\Delta x,t)a$$



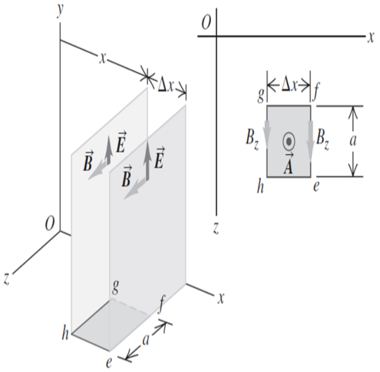
Dedução da equação de onda eletromagnética:2^o Método

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = B_z(x,t)a - B_z(x+\Delta x, t)a$$

$$d\Phi_E = E_y(x,t)A = E_y(x,t)a\Delta x$$



Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

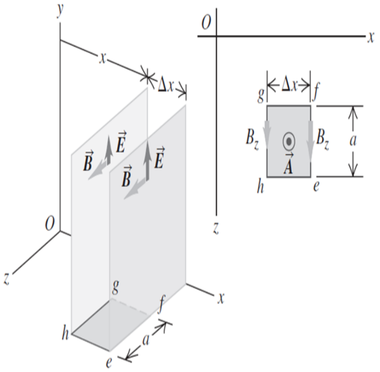
$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = B_z(x,t)a - B_z(x+\Delta x,t)a$$

$$d\Phi_E = E_y(x,t)A = E_y(x,t)a\Delta x$$

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{\partial E_y(x,t)}{\partial t}a\Delta x$$



Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$

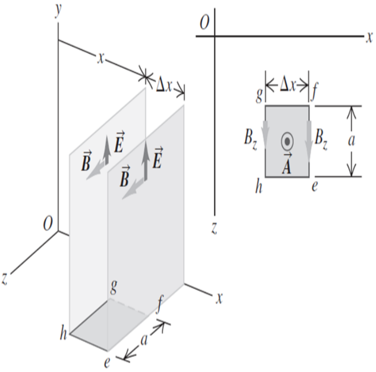
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = B_z(x,t)a - B_z(x+\Delta x,t)a$$

$$d\Phi_E = E_y(x,t)A = E_y(x,t)a\Delta x$$

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{\partial E_y(x,t)}{\partial t}a\Delta x$$

$$\mu_0\epsilon_0\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial t}a\Delta x = -B_z(x+\Delta x,t)a + B_z(x,t)a$$

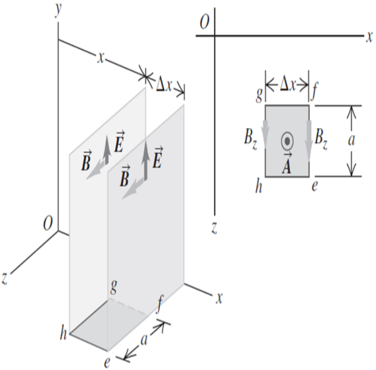


Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$

$$\begin{aligned}
\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} &= \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \\
\oint \vec{B}\cdot d\vec{A} &= B_z(x,t)a - B_z(x+\Delta x,t)a \\
d\Phi_E &= E_y(x,t)A = E_y(x,t)a\Delta x \\
\frac{d\Phi_E}{dt} &= \frac{\partial E_y(x,t)}{\partial t} a\Delta x \\
\mu_0\epsilon_0 \frac{\partial E_y(x,t)}{\partial t} a\Delta x &= -B_z(x+\Delta x,t)a + B_z(x,t)a
\end{aligned}$$

$$\mu_0\epsilon_0 \frac{\partial E_y(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial x}$$

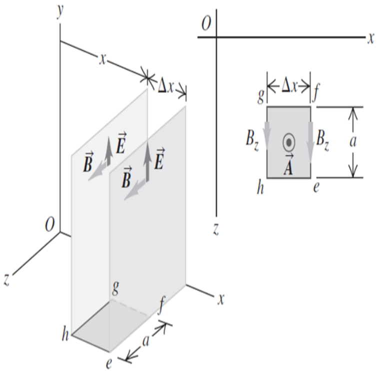


Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$

$$\mu_0\epsilon_0\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_z(x,t)}{\partial x \partial t}$$



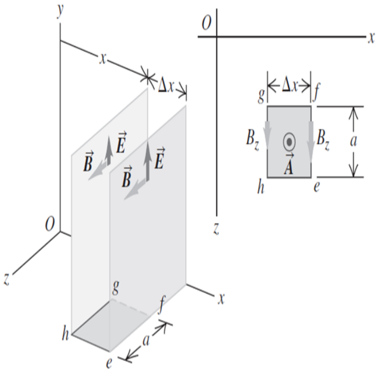
Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$

$$\mu_0\epsilon_0\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_z(x,t)}{\partial x \partial t}$$

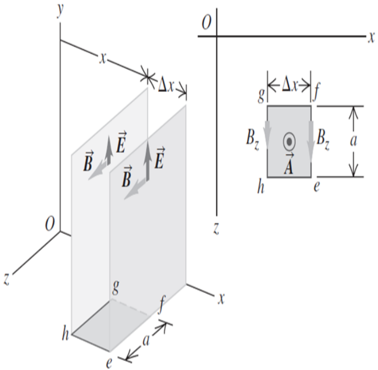
$$\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 B_z(x,t)}{\partial x \partial t}$$



Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$

$$\mu_0\epsilon_0 \frac{\partial E_y(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial x}$$



$$\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_z(x,t)}{\partial x \partial t}$$

$$\mu_0\epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 B_z(x,t)}{\partial x \partial t}$$

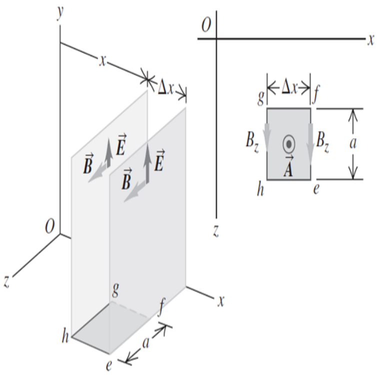
$$\mu_0\epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Dedução da equação de onda eletromagnética:2º Método

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$

$$\mu_0\epsilon_0\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial x}$$



$$\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_z(x,t)}{\partial x\partial t}$$

$$\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 B_z(x,t)}{\partial x\partial t}$$

$$\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2}$$

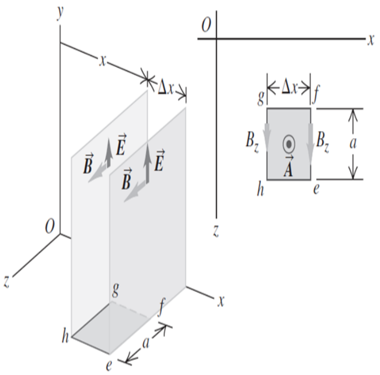
$$\frac{1}{v^2} = \mu_0\epsilon_0$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Dedução da equação de onda eletromagnética:2^o Método

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$

$$\mu_0\epsilon_0 \frac{\partial E_y(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial x}$$



$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} &= -\frac{\partial^2 B_z(x,t)}{\partial x \partial t} \\
\mu_0\epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2} &= -\frac{\partial^2 B_z(x,t)}{\partial x \partial t} \\
\mu_0\epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} \\
\frac{1}{v^2} &= \mu_0\epsilon_0 \\
v &= \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

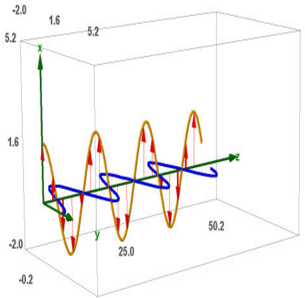
Polarização das ondas eletromagnéticas

- As ondas eletromagnéticas possuem a propriedade da **polarização**.

Polarização das ondas eletromagnéticas

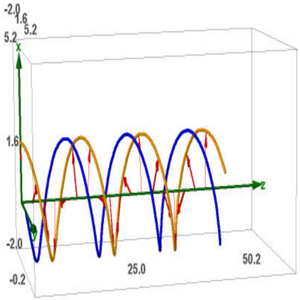
- As ondas eletromagnéticas possuem a propriedade da **polarização**.
- **Uma onda que $\vec{E}$ paralelo a um certo eixo denomina-se linearmente polarizada neste eixo.**

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r},t) &= E_{0x}\hat{i}e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}\\ \vec{B}(\vec{r},t) &= B_{0y}\hat{j}e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}\end{aligned}$$



Polarização das ondas eletromagnéticas

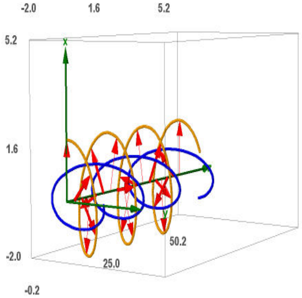
- As ondas eletromagnéticas possuem a propriedade da **polarização**.
- **Uma onda que $\vec{E}$ gira no plano perpendicular direção de propagação e que as componentes no plano possuem a mesma intensidade e fase de 90^o denomina-se circularmente polarizada.**



$$\vec{E}(\vec{r},t) = (E_{0x}\hat{i} + E_{0y}\cos(\theta)\hat{j})e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$$
$$\vec{B}(\vec{r},t) = \hat{\kappa} \times \vec{E}/c$$

Polarização das ondas eletromagnéticas

- As ondas eletromagnéticas possuem a propriedade da **polarização**.
- **Uma onda que $\vec{E}$ gira no plano perpendicular à direção de propagação e que as componentes no plano não possuem a mesma amplitude e/ou no estão com 90^o de fase denomina-se elipticamente polarizada.**



Campos de uma onda senoidal

- Considere ondas para as quais $\vec{\kappa} = \kappa\hat{i}$.
- Linearmente polarizadas na direção $\vec{E}_0 = E_{max}\hat{j}$.

Campos de uma onda senoidal

- Considere ondas para as quais $\vec{\kappa} = \kappa\hat{i}$.
- Linearmente polarizadas na direção $\vec{E}_0 = E_{max}\hat{j}$.
- Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são funções que obedecem

  as equações de Maxwell, e possui soluções:

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r},t) &= \Re(\vec{E}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa}\cdot\vec{r})})\\ \vec{B}(\vec{r},t) &= \Re(\vec{B}_0 e^{-i(\omega t \pm \vec{\kappa}\cdot\vec{r})})\end{aligned}$$

Campos de uma onda senoidal

- Considere ondas para as quais $\vec{\kappa} = \kappa\hat{i}$.
- Linearmente polarizadas na direção $\vec{E}_0 = E_{max}\hat{j}$.
- Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são funções que obedecem

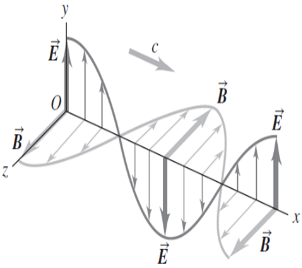
  as equações de Maxwell, e possui soluções:

$$\begin{aligned} \vec{E}(x,t) &= E_{max}\hat{j}\ \Re(e^{-i(\omega t - \kappa x)}) \\ \vec{B}(x,t) &= B_{max}\hat{k}\ \Re(e^{-i(\omega t - \kappa x)}) \end{aligned}$$

Campos de uma onda senoidal

- Considere ondas para as quais $\vec{\kappa} = \kappa\hat{i}$.
- Linearmente polarizadas na direção $\vec{E}_0 = E_{max}\hat{j}$.
- Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são funções que obedecem as equações de Maxwell, e possui soluções:

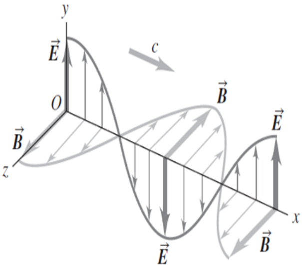
$$
\begin{aligned}
\vec{E}(x,t) &= \hat{j}E_{max}\cos(\kappa x - \omega t) \\
\vec{B}(x,t) &= \hat{k}B_{max}\cos(\kappa x - \omega t)
\end{aligned}
$$



Campos de uma onda senoidal

- Considere ondas para as quais $\vec{\kappa} = \kappa\hat{i}$.
- Linearmente polarizadas na direção $\vec{E}_0 = E_{max}\hat{j}$.
- Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são funções que obedecem as equações de Maxwell, e possui soluções:

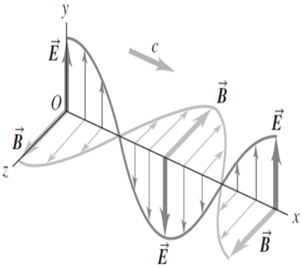
$$\begin{aligned}\vec{E}(x,t) &= \hat{j}E_{max}\cos(\kappa x - \omega t)\\ \vec{B}(x,t) &= \hat{k}B_{max}\cos(\kappa x - \omega t)\end{aligned}$$



Campos de uma onda senoidal

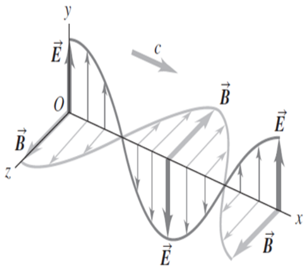
- Considere ondas para as quais $\vec{\kappa} = \kappa\hat{i}$.
- Linearmente polarizadas na direção $\vec{E}_0 = E_{max}\hat{j}$.
- Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são funções que obedecem as equações de Maxwell, e possui soluções:

$$\begin{aligned}
\vec{E}(x,t) &= \hat{j}E_{max}\cos(\kappa x - \omega t) \\
\vec{B}(x,t) &= \hat{k}B_{max}\cos(\kappa x - \omega t) \\
E_{max} &= cB_{max}
\end{aligned}$$



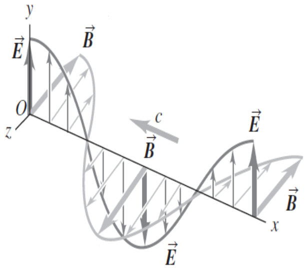
- Considere ondas para as quais $\vec{\kappa} = \kappa \hat{i}$.
- Linearmente polarizadas na direção $\vec{E}_0 = E_{max}\hat{j}$.
- Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são funções que obedecem as equações de Maxwell, e possui soluções:

$$\begin{aligned} \vec{E}(x,t) &= \hat{j}E_{max}\cos(\kappa x - \omega t) \\ \vec{B}(x,t) &= \hat{k}B_{max}\cos(\kappa x - \omega t) \\ E_{max} &= cB_{max} \end{aligned}$$



- Uma onda que se move na direção e sentido de $-0x$ ser:

$$\begin{aligned} E_y(x,t) &= E_{max}\cos(\kappa x + \omega t) \\ B_z(x,t) &= -B_{max}\cos(\kappa x + \omega t) \end{aligned}$$



Ondas eletromagnéticas na matéria

- As ondas eletromagnéticas também podem se propagar na materia. Ex: Luz se propagando no ar, na água ou no vidro.

Ondas eletromagnéticas na matéria

- As ondas eletromagnéticas também podem se propagar na materia. Ex: Luz se propagando no ar, na água ou no vidro.
- Em dialéticos, a velocidade de propagao da onda no e igual a c.

Ondas eletromagnéticas na matéria

- As ondas eletromagnéticas também podem se propagar na materia. Ex: Luz se propagando no ar, na água ou no vidro.
- Em dialéticos, a velocidade de propagao da onda no e igual a c.
- Devemos fazer a $v \rightarrow c$, $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon = K\epsilon_0$ e $\mu_0 \rightarrow \mu = K_m\mu_0$, nas equações de Maxwell, para obtermos:

Ondas eletromagnéticas na matéria

- As ondas eletromagnéticas também podem se propagar na materia. Ex: Luz se propagando no ar, na água ou no vidro.
- Em dialéticos, a velocidade de propagao da onda no e igual a c.
- Devemos fazer a $v \rightarrow c$, $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon = K\epsilon_0$ e $\mu_0 \rightarrow \mu = K_m\mu_0$, nas equações de Maxwell, para obtermos:

$$E = vB$$

Ondas eletromagnéticas na matéria

- As ondas eletromagnéticas também podem se propagar na materia. Ex: Luz se propagando no ar, na água ou no vidro.
- Em dialéticos, a velocidade de propagao da onda no e igual a c.
- Devemos fazer a $v \to c$, $\epsilon_0 \to \epsilon = K\epsilon_0$ e $\mu_0 \to \mu = K_m\mu_0$, nas equações de Maxwell, para obtermos:

$$
\begin{aligned}
E &= vB \\
B &= \epsilon\mu vE
\end{aligned}
$$

Ondas eletromagnéticas na matéria

- As ondas eletromagnéticas também podem se propagar na materia. Ex: Luz se propagando no ar, na água ou no vidro.
- Em dialéticos, a velocidade de propagao da onda no e igual a c.
- Devemos fazer a $v \to c$, $\epsilon_0 \to \epsilon = K\epsilon_0$ e $\mu_0 \to \mu = K_m\mu_0$, nas equações de Maxwell, para obtermos:

$$
\begin{aligned}
E &= vB \\
B &= \epsilon\mu vE \\
v &= \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}\frac{1}{\sqrt{KK_m}} = \frac{c}{\sqrt{KK_m}}
\end{aligned}
$$

Ondas eletromagnéticas na matéria

- As ondas eletromagnéticas também podem se propagar na materia. Ex: Luz se propagando no ar, na água ou no vidro.
- Em dialéticos, a velocidade de propagao da onda no e igual a c.
- Devemos fazer a $v \rightarrow c$, $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon = K\epsilon_0$ e $\mu_0 \rightarrow \mu = K_m\mu_0$, nas equações de Maxwell, para obtermos:

$$
\begin{aligned}
E &= vB \\
B &= \epsilon\mu vE \\
v &= \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}\frac{1}{\sqrt{KK_m}} = \frac{c}{\sqrt{KK_m}}
\end{aligned}
$$

- Para quase todos os dialéticos, a $Km \cong 1$ (exceto para materiais ferro-magnéticos isolantes).

Ondas eletromagnéticas na matéria

- As ondas eletromagnéticas também podem se propagar na materia. Ex: Luz se propagando no ar, na água ou no vidro.
- Em dialéticos, a velocidade de propagao da onda no e igual a c.
- Devemos fazer a $v \to c$, $\epsilon_0 \to \epsilon = K\epsilon_0$ e $\mu_0 \to \mu = K_m\mu_0$, nas equações de Maxwell, para obtermos:

$$
\begin{aligned}
E &= vB \\
B &= \epsilon\mu v E \\
v &= \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}\frac{1}{\sqrt{KK_m}} = \frac{c}{\sqrt{KK_m}}
\end{aligned}
$$

- Para quase todos os dialéticos, a $Km \cong 1$ (exceto para materiais ferro-magnéticos isolantes).

$$
v \quad = \quad \cong \frac{1}{\sqrt{K}}\frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \cong \frac{c}{\sqrt{K}}
$$

Ondas eletromagnéticas na matéria

- As ondas eletromagnéticas também podem se propagar na materia. Ex: Luz se propagando no ar, na água ou no vidro.
- Em dialéticos, a velocidade de propagao da onda no e igual a c.
- Devemos fazer a $v \to c$, $\epsilon_0 \to \epsilon = K\epsilon_0$ e $\mu_0 \to \mu = K_m\mu_0$, nas equações de Maxwell, para obtermos:

$$E = vB$$
$$B = \epsilon\mu vE$$
$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}\frac{1}{\sqrt{KK_m}} = \frac{c}{\sqrt{KK_m}}$$

- Para quase todos os dialéticos, a $Km \cong 1$ (exceto para materiais ferro-magnéticos isolantes).

$$v = \cong \frac{1}{\sqrt{K}}\frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \cong \frac{c}{\sqrt{K}}$$

- A razão entre a c e a velocidade v no material e conhecida **índice de refração** n do material. Quando $Km \cong 1$,

$$\frac{c}{v} = n = \sqrt{KK_m} \cong \sqrt{K}$$

Ondas eletromagnéticas na matéria

- As ondas eletromagnéticas também podem se propagar na materia. Ex: Luz se propagando no ar, na água ou no vidro.
- Em dialéticos, a velocidade de propagao da onda no e igual a c.
- Devemos fazer a $v \rightarrow c$, $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon = K\epsilon_0$ e $\mu_0 \rightarrow \mu = K_m\mu_0$, nas equações de Maxwell, para obtermos:

$$
\begin{aligned}
E &= vB \\
B &= \epsilon\mu v E \\
v &= \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}\frac{1}{\sqrt{KK_m}} = \frac{c}{\sqrt{KK_m}}
\end{aligned}
$$

- Para quase todos os dialéticos, a $Km \cong 1$ (exceto para materiais ferro-magnéticos isolantes).

$$
v \quad = \quad \cong \frac{1}{\sqrt{K}}\frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \cong \frac{c}{\sqrt{K}}
$$

- A razão entre a c e a velocidade v no material e conhecida **índice de refração** n do material. Quando $Km \cong 1$,

$$
\frac{c}{v} = n = \sqrt{KK_m} \cong \sqrt{K}
$$

- Os valores de K medidos com campos oscilantes geralmente so menores do que os valores obtidos com campo estático.
- A "constante" dielétrica K e na realidade uma função da freqüência, chamada de **função dielétrica**.

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.
- Esse fato é descrito pela equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.
- Esse fato é descrito pela equação da continuidade,
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$
- muito comum falar-se na conservação da energia!

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.
- Esse fato é descrito pela equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

- muito comum falar-se na conservação da energia!
- **Será que a variação da energia num determinado ponto, implica que houve o "fluxo" de energia de um outro ponto para aquele?**

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.
- Esse fato é descrito pela equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

- muito comum falar-se na conservação da energia!
- **Será que a variação da energia num determinado ponto, implica que houve o "fluxo" de energia de um outro ponto para aquele?**
- Para responder essa pergunta considere a seguinte equação,

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.
- Esse fato é descrito pela equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

- muito comum falar-se na conservação da energia!
- **Será que a variação da energia num determinado ponto, implica que houve o "fluxo" de energia de um outro ponto para aquele?**

- Para responder essa pergunta considere a seguinte equação,

$$\begin{aligned}(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{B} \\ (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{E}\end{aligned}$$

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.
- Esse fato é descrito pela equação da continuidade,
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$
- muito comum falar-se na conservação da energia!
- **Será que a variação da energia num determinado ponto, implica que houve o "fluxo" de energia de um outro ponto para aquele?**

- Para responder essa pergunta considere a seguinte equação,
$$(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{B^2}{2}\right)$$
$$(\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2}{2}\right)$$

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.
- Esse fato é descrito pela equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

- muito comum falar-se na conservação da energia!
- **Será que a variação da energia num determinado ponto, implica que houve o "fluxo" de energia de um outro ponto para aquele?**

- Para responder essa pergunta considere a seguinte equação,

$$\begin{aligned}(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{B^2}{2}\right) \\ (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} &= \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2}{2}\right)\end{aligned}$$

$$(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} - (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} = \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B})$$

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.
- Esse fato é descrito pela equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

- muito comum falar-se na conservação da energia!
- **Será que a variação da energia num determinado ponto, implica que houve o "fluxo" de energia de um outro ponto para aquele?**

- Para responder essa pergunta considere a seguinte equação,

$$(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{B^2}{2}\right)$$

$$(\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2}{2}\right)$$

$$(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} - (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} = \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B})$$

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.
- Esse fato é descrito pela equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

- muito comum falar-se na conservação da energia!
- **Será que a variação da energia num determinado ponto, implica que houve o "fluxo" de energia de um outro ponto para aquele?**

- Para responder essa pergunta considere a seguinte equação,

$$(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{B^2}{2}\right)$$

$$(\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2}{2}\right)$$

$$(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} - (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} = \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B})$$

$$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B}) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2}{2c} + \frac{B^2}{2}\right)$$

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.
- Esse fato é descrito pela equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

- muito comum falar-se na conservação da energia!
- **Será que a variação da energia num determinado ponto, implica que houve o "fluxo" de energia de um outro ponto para aquele?**

- Para responder essa pergunta considere a seguinte equação,

$$\begin{aligned}(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{B^2}{2}\right) \\ (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} &= \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2}{2}\right)\end{aligned}$$

$$(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} - (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} = \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B})$$

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B}) &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2}{2c} + \frac{B^2}{2}\right) \\ \nabla \cdot (\frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}) &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}\right)\end{aligned}$$

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.
- Esse fato é descrito pela equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

- muito comum falar-se na conservação da energia!
- **Será que a variação da energia num determinado ponto, implica que houve o "fluxo" de energia de um outro ponto para aquele?**

- Para responder essa pergunta considere a seguinte equação,

$$(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{B^2}{2}\right)$$

$$(\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2}{2}\right)$$

$$(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} - (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} = \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B})$$

$$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B}) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2}{2c} + \frac{B^2}{2}\right)$$

$$\nabla \cdot (\frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}\right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S} = 0$$

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.
- Esse fato é descrito pela equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

- muito comum falar-se na conservação da energia!
- **Será que a variação da energia num determinado ponto, implica que houve o "fluxo" de energia de um outro ponto para aquele?**

- Para responder essa pergunta considere a seguinte equação,

$$(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{B^2}{2}\right)$$

$$(\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2}{2}\right)$$

$$(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} - (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} = \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B})$$

$$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B}) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2}{2c} + \frac{B^2}{2}\right)$$

$$\nabla \cdot (\frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}\right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S} = 0$$

$$u = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Energia nas ondas eletromagnéticas

- E um fato que a energia esta associada as ondas eletromagnéticas. Ex:**energia solar**.
- **comum dizermos que nenhuma carga pode ser criada do nada!**
- Se uma carga aparece em um lugar no espaço, quer dizer que a mesma se moveu de outro lugar, criando uma corrente.
- Esse fato é descrito pela equação da continuidade,
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$
- muito comum falar-se na conservação da energia!
- **Será que a variação da energia num determinado ponto, implica que houve o "fluxo" de energia de um outro ponto para aquele?**

- Para responder essa pergunta considere a seguinte equação,

$$\begin{aligned}(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{B^2}{2}\right)\\ (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} &= \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2}{2}\right)\end{aligned}$$

$$(\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{B} - (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{E} = \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B})$$

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B}) &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2}{2c} + \frac{B^2}{2}\right)\\ \nabla \cdot (\frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}) &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}\right)\\ \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S} &= 0\\ u &= \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}\\ \vec{S} &= \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}\end{aligned}$$

Energia nas ondas eletromagnéticas

- Vamos estudar a energia associada a OE, partindo da **densidade de energia total**, u.

Energia nas ondas eletromagnéticas

- Vamos estudar a energia associada a OE, partindo da **densidade de energia total**, u.

Energia nas ondas eletromagnéticas

- Vamos estudar a energia associada a OE, partindo da **densidade de energia total**, u.

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Energia nas ondas eletromagnéticas

- Vamos estudar a energia associada a OE, partindo da **densidade de energia total**, u.

$$
\begin{aligned}
u &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2 \\
B &= \frac{E}{c} = \sqrt{\epsilon_0\mu_0}E
\end{aligned}
$$

Energia nas ondas eletromagnéticas

- Vamos estudar a energia associada a OE, partindo da **densidade de energia total**, u.

$$
\begin{aligned}
u &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 \\
B &= \frac{E}{c} = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} E \\
u &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} (\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} E)^2 \\
u &= \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}
\end{aligned}
$$

Energia nas ondas eletromagnéticas

- Vamos estudar a energia associada a OE, partindo da **densidade de energia total**, u.

$$
\begin{aligned}
u &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2 \\
B &= \frac{E}{c} = \sqrt{\epsilon_0\mu_0}E \\
u &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}(\sqrt{\epsilon_0\mu_0}E)^2 \\
u &= \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}
\end{aligned}
$$

- No vácuo, a densidade de energia associada a $\vec{E}$ e igual a densidade de energia associada a $\vec{B}$.

Energia nas ondas eletromagnéticas

- Vamos estudar a energia associada a OE, partindo da **densidade de energia total**, u.

$$
\begin{aligned}
u &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2 \\
B &= \frac{E}{c} = \sqrt{\epsilon_0\mu_0}E \\
u &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}(\sqrt{\epsilon_0\mu_0}E)^2 \\
u &= \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}
\end{aligned}
$$

- No vácuo, a densidade de energia associada a $\vec{E}$ e igual a densidade de energia associada a $\vec{B}$.
- O campo $\vec{E}$ e uma função do tempo e do espaço, portanto, u também será.

Fluxo de energia eletromagnética e vetor de Poynting

- As OE levam energia de uma região para outra, transportando a **densidade de energia** u.

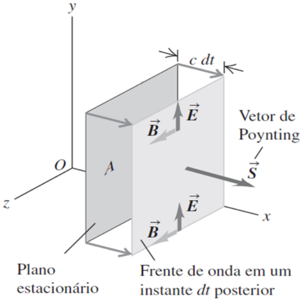
Fluxo de energia eletromagnética e vetor de Poynting

- As OE levam energia de uma região para outra, transportando a **densidade de energia** u.
- Descreveremos esse transporte de energia em termos da **energia transferida por unidade de tempo e por unidade de área da seção reta**.

Fluxo de energia eletromagnética e vetor de Poynting

- As OE levam energia de uma região para outra, transportando a **densidade de energia** u.
- Descreveremos esse transporte de energia em termos da **energia transferida por unidade de tempo e por unidade de área da seção reta**.
- Em uma área A, a energia dU contida em um volume $dV = Acdt$,

$$dU = udV = (\epsilon_0 E^2)(Acdt)$$

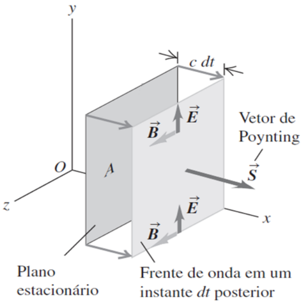


Fluxo de energia eletromagnética e vetor de Poynting

- As OE levam energia de uma região para outra, transportando a **densidade de energia** u.
- Descreveremos esse transporte de energia em termos da **energia transferida por unidade de tempo e por unidade de área da seção reta**.
- Em uma área A, a energia dU contida em um volume $dV = Acdt$,

$$dU \quad = \quad udV = (\epsilon_0 E^2)(Acdt)$$

- O fluxo de energia por unidade de tempo e por unidade de área, que designaremos pela letra S, e dado por,



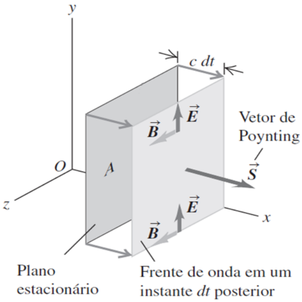
Fluxo de energia eletromagnética e vetor de Poynting

- As OE levam energia de uma região para outra, transportando a **densidade de energia** u.
- Descreveremos esse transporte de energia em termos da **energia transferida por unidade de tempo e por unidade de área da seção reta**.
- Em uma área A, a energia dU contida em um volume $dV = Acdt$,

$$dU = udV = (\epsilon_0 E^2)(Acdt)$$

- O fluxo de energia por unidade de tempo e por unidade de área, que designaremos pela letra S, e dado por,

$$S = \frac{1}{A}\frac{dU}{dt} = \epsilon_0 c E^2$$



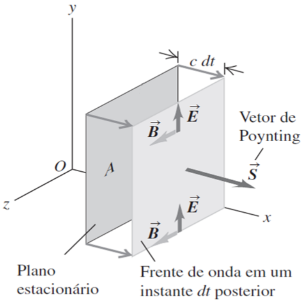
Fluxo de energia eletromagnética e vetor de Poynting

$$dU = udV = (\epsilon_0 E^2)(Acdt)$$

- O fluxo de energia por unidade de tempo e por unidade de área, que designaremos pela letra S, e dado por,

$$S = \frac{1}{A}\frac{dU}{dt} = \epsilon_0 c E^2$$

$$S = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} E^2 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E^2 = \frac{EB}{\mu_0}$$



Fluxo de energia eletromagnética e vetor de Poynting

$$dU = udV = (\epsilon_0 E^2)(Acdt)$$

- O fluxo de energia por unidade de tempo e por unidade de área, que designaremos pela letra S, e dado por,

$$S = \frac{1}{A}\frac{dU}{dt} = \epsilon_0 c E^2$$

$$S = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} E^2 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E^2 = \frac{EB}{\mu_0}$$

- Definiremos a grandeza vetorial que descreve o módulo, a direção e o sentido do fluxo de energia:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}$$

- Vetor de Poynting

Fluxo de energia eletromagnética e vetor de Poynting

$$dU = udV = (\epsilon_0 E^2)(Acdt)$$

- O fluxo de energia por unidade de tempo e por unidade de área, que designaremos pela letra S, e dado por,

$$S = \frac{1}{A}\frac{dU}{dt} = \epsilon_0 c E^2$$

$$S = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} E^2 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E^2 = \frac{EB}{\mu_0}$$

- Definiremos a grandeza vetorial que descreve o módulo, a direção e o sentido do fluxo de energia:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

- Vetor de Poynting

- O fluxo total da energia por unidade de tempo (potência, P_{ot}) que atravessa uma superfície fechada e obtido pela integral de $\vec{S}$ sobre a superfície:

$$P_{ot} = \oint \vec{S} \cdot d\vec{A}$$

Fluxo de energia eletromagnética e vetor de Poynting

$$dU = udV = (\epsilon_0 E^2)(Acdt)$$

- O fluxo de energia por unidade de tempo e por unidade de área, que designaremos pela letra S, e dado por,

$$S = \frac{1}{A}\frac{dU}{dt} = \epsilon_0 c E^2$$

$$S = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} E^2 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E^2 = \frac{EB}{\mu_0}$$

- Definiremos a grandeza vetorial que descreve o módulo, a direção e o sentido do fluxo de energia:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

- Vetor de Poynting

- O fluxo total da energia por unidade de tempo (potência, P_{ot}) que atravessa uma superfície fechada e obtido pela integral de $\vec{S}$ sobre a superfície:

$$P_{ot} = \oint \vec{S} \cdot d\vec{A}$$

- O valor médio do modulo de $\vec{S}$ em um dado ponto denomina-se **intensidade** da radiação no ponto considerado.

Fluxo de energia eletromagnética e vetor de Poynting

$$dU = udV = (\epsilon_0 E^2)(Acdt)$$

- O fluxo de energia por unidade de tempo e por unidade de área, que designaremos pela letra S, e dado por,

$$S = \frac{1}{A}\frac{dU}{dt} = \epsilon_0 c E^2$$

$$S = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} E^2 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E^2 = \frac{EB}{\mu_0}$$

- Definiremos a grandeza vetorial que descreve o módulo, a direção e o sentido do fluxo de energia:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}$$

- Vetor de Poynting

- O fluxo total da energia por unidade de tempo (potência, P_{ot}) que atravessa uma superfície fechada e obtido pela integral de $\vec{S}$ sobre a superfície:

$$P_{ot} = \oint \vec{S} \cdot d\vec{A}$$

- O valor médio do modulo de $\vec{S}$ em um dado ponto denomina-se **intensidade** da radiação no ponto considerado.
- A unidade SI de **intensidade** e a mesma de $S : 1 W/m^2$ (watt por metro quadrado).

Intensidade de uma OE senoidal

- Vamos examinar a intensidade da onda senoidal,

Intensidade de uma OE senoidal

- Vamos examinar a intensidade da onda senoidal,

$$\vec{S}(x,t) = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}(x,t)\times\vec{B}(x,t)$$

Intensidade de uma OE senoidal

- Vamos examinar a intensidade da onda senoidal,

$$\begin{aligned}
\vec{S}(x,t) &= \frac{1}{\mu_0}\vec{E}(x,t) \times \vec{B}(x,t) \\
\vec{E}(x,t) &= \hat{j}E_{max}\cos(\kappa x - \omega t) \\
\vec{B}(x,t) &= \hat{k}B_{max}\cos(\kappa x - \omega t)
\end{aligned}$$

Intensidade de uma OE senoidal

- Vamos examinar a intensidade da onda senoidal,

$$\begin{aligned}
\vec{S}(x,t) &= \frac{1}{\mu_0}\vec{E}(x,t)\times\vec{B}(x,t)\\
\vec{E}(x,t) &= \hat{j}E_{max}\cos(\kappa x-\omega t)\\
\vec{B}(x,t) &= \hat{k}B_{max}\cos(\kappa x-\omega t)\\
\vec{S}(x,t) &= \hat{i}\frac{E_{max}B_{max}}{\mu_0}\cos^2(\kappa x-\omega t)
\end{aligned}$$

Intensidade de uma OE senoidal

- Vamos examinar a intensidade da onda senoidal,

$$\begin{aligned}
\vec{S}(x,t) &= \frac{1}{\mu_0}\vec{E}(x,t)\times\vec{B}(x,t) \\
\vec{E}(x,t) &= \hat{j}E_{max}\cos(\kappa x-\omega t) \\
\vec{B}(x,t) &= \hat{k}B_{max}\cos(\kappa x-\omega t) \\
\vec{S}(x,t) &= \hat{i}\frac{E_{max}B_{max}}{\mu_0}\cos^2(\kappa x-\omega t) \\
\vec{S}(x,t) &= \hat{i}\frac{E_{max}B_{max}}{2\mu_0}\{1+\cos[2(\kappa x-\omega t)]\}
\end{aligned}$$

Intensidade de uma OE senoidal

- Vamos examinar a intensidade da onda senoidal,

$$\begin{aligned}
\vec{S}(x,t) &= \frac{1}{\mu_0}\vec{E}(x,t)\times\vec{B}(x,t) \\
\vec{E}(x,t) &= \hat{j}E_{max}\cos(\kappa x-\omega t) \\
\vec{B}(x,t) &= \hat{k}B_{max}\cos(\kappa x-\omega t) \\
\vec{S}(x,t) &= \hat{i}\frac{E_{max}B_{max}}{\mu_0}\cos^2(\kappa x-\omega t) \\
\vec{S}(x,t) &= \hat{i}\frac{E_{max}B_{max}}{2\mu_0}\{1+\cos[2(\kappa x-\omega t)]\}
\end{aligned}$$

- A média temporal de $\cos[2(\kappa x-\omega t)]$ igual a zero. Logo,

$$\vec{S}_{med} = \hat{i}\frac{E_{max}B_{max}}{2\mu_0}$$

Intensidade de uma OE senoidal

- Vamos examinar a intensidade da onda senoidal,

$$\vec{S}(x,t) = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}(x,t)\times\vec{B}(x,t)$$
$$\vec{E}(x,t) = \hat{j}E_{max}\cos(\kappa x-\omega t)$$
$$\vec{B}(x,t) = \hat{k}B_{max}\cos(\kappa x-\omega t)$$
$$\vec{S}(x,t) = \hat{i}\frac{E_{max}B_{max}}{\mu_0}\cos^2(\kappa x-\omega t)$$
$$\vec{S}(x,t) = \hat{i}\frac{E_{max}B_{max}}{2\mu_0}\{1+\cos[2(\kappa x-\omega t)]\}$$

- A média temporal de $\cos[2(\kappa x-\omega t)]$ igual a zero. Logo,

$$\vec{S}_{med} = \hat{i}\frac{E_{max}B_{max}}{2\mu_0}$$
$$\mathtt{I} = S_{med} = \frac{E_{max}B_{max}}{2\mu_0} = \frac{E_{max}^2}{2\mu_0 c}$$

Intensidade de uma OE senoidal

- Vamos examinar a intensidade da onda senoidal,

$$\vec{S}(x,t) = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}(x,t)\times\vec{B}(x,t)$$
$$\vec{E}(x,t) = \hat{j}E_{max}\cos(\kappa x-\omega t)$$
$$\vec{B}(x,t) = \hat{k}B_{max}\cos(\kappa x-\omega t)$$
$$\vec{S}(x,t) = \hat{i}\frac{E_{max}B_{max}}{\mu_0}\cos^2(\kappa x-\omega t)$$
$$\vec{S}(x,t) = \hat{i}\frac{E_{max}B_{max}}{2\mu_0}\{1+\cos[2(\kappa x-\omega t)]\}$$

- A média temporal de $\cos[2(\kappa x-\omega t)]$ igual a zero. Logo,

$$\vec{S}_{med} = \hat{i}\frac{E_{max}B_{max}}{2\mu_0}$$
$$\mathtt{I} = S_{med} = \frac{E_{max}B_{max}}{2\mu_0} = \frac{E_{max}^2}{2\mu_0 c}$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}E_{max}^2 = \frac{1}{2}c\epsilon_0 E_{max}^2$$

- Intensidade da onda senoidal no vácuo.

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{F} = \int (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) dq$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{F} = \int (\rho\vec{E} + \rho\vec{v} \times \vec{B})dV$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{F} = \int (\rho \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}) dV = \int \vec{f} dV$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{f} = \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{f} \quad = \quad \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.
- Lembrando que: $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}$ e $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ obtemos,

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{f} = \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.
- Lembrando que: $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}$ e $\vec{\mathrm{J}} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ obtemos,

$$\vec{f} = \epsilon_0 \vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}) + \frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{B}$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{f} = \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.
- Lembrando que: $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}$ e $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ obtemos,

$$\vec{f} = \epsilon_0 \vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}) + \frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{B}$$

$$\frac{\partial(\vec{E} \times \vec{B})}{\partial t} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{B} + \vec{E} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{f} \quad = \quad \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.
- Lembrando que: $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}$ e $\vec{\mathrm{J}} = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ obtemos,

$$\vec{f} \quad = \quad \epsilon_0 \vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}) + \frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{B}$$

$$\frac{\partial(\vec{E} \times \vec{B})}{\partial t} \quad = \quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{B} + \vec{E} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{f} \quad = \quad \epsilon_0 \vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}) - \frac{1}{\mu_0}\vec{B} \times (\nabla \times \vec{B}) + \epsilon_0 \vec{E} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \epsilon_0 \frac{\partial(\vec{E} \times \vec{B})}{\partial t}$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{f} \quad = \quad \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.
- Lembrando que: $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}$ e $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ obtemos,

$$\vec{f} \quad = \quad \epsilon_0 \vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}) - \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \times (\nabla \times \vec{B}) - \epsilon_0 \vec{E} \times (\nabla \times \vec{E}) - \epsilon_0 \frac{\partial(\vec{E} \times \vec{B})}{\partial t}$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{f} \quad = \quad \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.
- Lembrando que: $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}$ e $\vec{\mathrm{J}} = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ obtemos,

$$\vec{f} \quad = \quad \epsilon_0 \vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}) - \frac{1}{\mu_0}\vec{B} \times (\nabla \times \vec{B}) - \epsilon_0 \vec{E} \times (\nabla \times \vec{E}) - \epsilon_0 \frac{\partial(\vec{E} \times \vec{B})}{\partial t}$$

- Das soluções $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$ e $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$, obtemos que,

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{f} = \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.
- Lembrando que: $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}$ e $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ obtemos,

$$\vec{f} = \epsilon_0 \vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}) - \frac{1}{\mu_0}\vec{B} \times (\nabla \times \vec{B}) - \epsilon_0 \vec{E} \times (\nabla \times \vec{E}) - \epsilon_0 \frac{\partial(\vec{E} \times \vec{B})}{\partial t}$$

- Das soluções $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$ e $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$, obtemos que,

$$\vec{f} = \epsilon_0 \vec{E}(i\vec{\kappa} \cdot \vec{E}) - \frac{i}{\mu_0}\vec{B} \times (\vec{\kappa} \times \vec{B}) - i\epsilon_0 \vec{E} \times (\vec{\kappa} \times \vec{E}) - \epsilon_0\mu_0 \frac{\partial \vec{S}}{\partial t}$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:
$$\vec{f} = \rho\vec{E} + \vec{J}\times\vec{B}$$
- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.
- Lembrando que: $\rho = \epsilon_0\nabla\cdot\vec{E}$ e $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\nabla\times\vec{B} - \epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ obtemos,
$$\vec{f} = \epsilon_0\vec{E}(\nabla\cdot\vec{E}) - \frac{1}{\mu_0}\vec{B}\times(\nabla\times\vec{B}) - \epsilon_0\vec{E}\times(\nabla\times\vec{E}) - \epsilon_0\frac{\partial(\vec{E}\times\vec{B})}{\partial t}$$
- Das soluções $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t+\vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$ e $\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t+\vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$, obtemos que,
$$\vec{f} = \epsilon_0\vec{E}(i\vec{\kappa}\cdot\vec{E}) - \frac{i}{\mu_0}\vec{B}\times(\vec{\kappa}\times\vec{B}) - i\epsilon_0\vec{E}\times(\vec{\kappa}\times\vec{E}) - \epsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{S}}{\partial t}$$
$$\vec{f} = -\frac{i}{\mu_0}\frac{\omega}{c^2}\vec{B}\times\vec{E} - i\epsilon_0\omega\vec{E}\times\vec{B} - \epsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{S}}{\partial t}$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{f} \quad = \quad \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.
- Lembrando que: $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}$ e $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ obtemos,

$$\vec{f} \quad = \quad \epsilon_0 \vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}) - \frac{1}{\mu_0}\vec{B} \times (\nabla \times \vec{B}) - \epsilon_0 \vec{E} \times (\nabla \times \vec{E}) - \epsilon_0 \frac{\partial(\vec{E} \times \vec{B})}{\partial t}$$

- Das soluções $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$ e $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa} \cdot \vec{r})}$, obtemos que,

$$\vec{f} \quad = \quad -i\epsilon_0\omega(\vec{E} \times \vec{B} - \vec{E} \times \vec{B}) - \epsilon_0\mu_0 \frac{\partial \vec{S}}{\partial t}$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{f} \quad = \quad \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.
- Lembrando que: $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}$ e $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ obtemos,

$$\vec{f} \quad = \quad \epsilon_0 \vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}) - \frac{1}{\mu_0}\vec{B} \times (\nabla \times \vec{B}) - \epsilon_0 \vec{E} \times (\nabla \times \vec{E}) - \epsilon_0 \frac{\partial(\vec{E} \times \vec{B})}{\partial t}$$

- Das soluções $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$ e $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$, obtemos que,

$$\vec{f} \quad = \quad -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{S}}{\partial t}$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{f} = \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.
- Lembrando que: $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}$ e $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ obtemos,

$$\vec{f} = \epsilon_0 \vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}) - \frac{1}{\mu_0}\vec{B} \times (\nabla \times \vec{B}) - \epsilon_0 \vec{E} \times (\nabla \times \vec{E}) - \epsilon_0 \frac{\partial(\vec{E} \times \vec{B})}{\partial t}$$

- Das soluções $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$ e $\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$, obtemos que,

$$\vec{f} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{S}}{\partial t}$$

$$\vec{F} = \int \vec{f} dV = \frac{d\vec{P}_{mec}}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[\int (\epsilon_0 \mu_0 \vec{S}) dV\right] = -\frac{d\vec{P}_{em}}{dt}$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{f} = \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.
- Lembrando que: $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}$ e $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ obtemos,

$$\vec{f} = \epsilon_0 \vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}) - \frac{1}{\mu_0}\vec{B} \times (\nabla \times \vec{B}) - \epsilon_0 \vec{E} \times (\nabla \times \vec{E}) - \epsilon_0 \frac{\partial(\vec{E} \times \vec{B})}{\partial t}$$

- Das soluções $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$ e $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$, obtemos que,

$$\vec{f} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{S}}{\partial t}$$

$$\vec{F} = \int \vec{f} dV = \frac{d\vec{P}_{mec}}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[\int (\epsilon_0 \mu_0 \vec{S}) dV\right] = -\frac{d\vec{P}_{em}}{dt}$$

$$\frac{d(\vec{P}_{mec} + \vec{P}_{em})}{dt} = 0$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- As OE transportam **momento linear** $\vec{P}_{em}$.
- O momento transferido por uma OE, em uma distribuição de carga, pode ser obtido a partir de:

$$\vec{f} = \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

- Onde $\vec{f}$ a densidade de força.
- Lembrando que: $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}$ e $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ obtemos,

$$\vec{f} = \epsilon_0 \vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}) - \frac{1}{\mu_0}\vec{B} \times (\nabla \times \vec{B}) - \epsilon_0 \vec{E} \times (\nabla \times \vec{E}) - \epsilon_0 \frac{\partial(\vec{E} \times \vec{B})}{\partial t}$$

- Das soluções $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$ e $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t + \vec{\kappa}\cdot\vec{r})}$, obtemos que,

$$\vec{f} = -\epsilon_0\mu_0 \frac{\partial \vec{S}}{\partial t}$$

$$\vec{F} = \int \vec{f} dV = \frac{d\vec{P}_{mec}}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[\int (\epsilon_0\mu_0\vec{S}) dV\right] = -\frac{d\vec{P}_{em}}{dt}$$

$$\vec{P}_{em} = \int (\epsilon_0\mu_0\vec{S}) dV \Rightarrow \frac{d\vec{P}_{em}}{dV} = \epsilon_0\mu_0\vec{S} = \frac{\vec{S}}{c^2}$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- O módulo da densidade de momento linear é dado por:

$$\frac{dP_{em}}{dV} = \frac{EB}{\mu_0 c^2} = \frac{S}{c^2}$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- O módulo da densidade de momento linear é dado por:
$$\frac{dP_{em}}{dV} = \frac{EB}{\mu_0 c^2} = \frac{S}{c^2}$$
- O momento linear uma propriedade do campo (No tem relação com massa).

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- O módulo da densidade de momento

  linear é dado por:
  $$\frac{dP_{em}}{dV} = \frac{EB}{\mu_0 c^2} = \frac{S}{c^2}$$
- O momento linear uma propriedade do campo (No tem relação com massa).
- Considere que o volume dV ocupado por uma OE que atravessou uma area A no tempo dt $dV = Acdt$, assim:
  $$\frac{1}{A}\frac{dP_{em}}{dt} = \frac{EB}{\mu_0 c} = \frac{S}{c}$$

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- O módulo da densidade de momento

  linear é dado por:
  $$\frac{dP_{em}}{dV} = \frac{EB}{\mu_0 c^2} = \frac{S}{c^2}$$
- O momento linear uma propriedade do campo (No tem relação com massa).
- Considere que o volume dV ocupado por uma OE que atravessou uma area A no tempo dt $dV = Acdt$, assim:
  $$\frac{1}{A}\frac{dP_{em}}{dt} = \frac{EB}{\mu_0 c} = \frac{S}{c}$$
- Momenta linear transferido através de uma superfície por unidade de area e por unidade de tempo.

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- O módulo da densidade de momento linear é dado por:
$$\frac{dP_{em}}{dV} = \frac{EB}{\mu_0 c^2} = \frac{S}{c^2}$$
- O momento linear uma propriedade do campo (No tem relação com massa).
- Considere que o volume dV ocupado por uma OE que atravessou uma area A no tempo dt $dV = Acdt$, assim:
$$\frac{1}{A}\frac{dP_{em}}{dt} = \frac{EB}{\mu_0 c} = \frac{S}{c}$$
- Momenta linear transferido através de uma superfície por unidade de area e por unidade de tempo.

- O $\vec{P}_{em}$ responsável pelo fenômeno chamado **pressão da radiação**.

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- O módulo da densidade de momento linear é dado por:
$$\frac{dP_{em}}{dV} = \frac{EB}{\mu_0 c^2} = \frac{S}{c^2}$$
- O momento linear uma propriedade do campo (No tem relação com massa).
- Considere que o volume dV ocupado por uma OE que atravessou uma area A no tempo dt $dV = Acdt$, assim:
$$\frac{1}{A}\frac{dP_{em}}{dt} = \frac{EB}{\mu_0 c} = \frac{S}{c}$$
- Momenta linear transferido através de uma superfície por unidade de area e por unidade de tempo.
- O $\vec{P}_{em}$ responsável pelo fenômeno chamado **pressão da radiação**.
- Se uma onda eletromagnética e absorvida por uma superfície, o momento linear da onda transferido para essa superfície.

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- O módulo da densidade de momento linear é dado por:
$$\frac{dP_{em}}{dV} = \frac{EB}{\mu_0 c^2} = \frac{S}{c^2}$$
- O momento linear uma propriedade do campo (No tem relação com massa).
- Considere que o volume dV ocupado por uma OE que atravessou uma area A no tempo dt $dV = Acdt$, assim:
$$\frac{1}{A}\frac{dP_{em}}{dt} = \frac{EB}{\mu_0 c} = \frac{S}{c}$$
- Momenta linear transferido através de uma superfície por unidade de area e por unidade de tempo.
- O $\vec{P}_{em}$ responsável pelo fenômeno chamado **pressão da radiação**.
- Se uma onda eletromagnética e absorvida por uma superfície, o momento linear da onda transferido para essa superfície.
- A taxa dP_{em}/dt em que momento é transferido para a superfície absorvedora é a força realizada sobre a superfície.

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

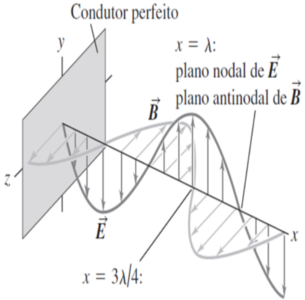
- O módulo da densidade de momento linear é dado por:
$$\frac{dP_{em}}{dV} = \frac{EB}{\mu_0 c^2} = \frac{S}{c^2}$$
- O momento linear uma propriedade do campo (No tem relação com massa).
- Considere que o volume dV ocupado por uma OE que atravessou uma area A no tempo dt $dV = Acdt$, assim:
$$\frac{1}{A}\frac{dP_{em}}{dt} = \frac{EB}{\mu_0 c} = \frac{S}{c}$$
- Momenta linear transferido através de uma superfície por unidade de area e por unidade de tempo.
- O $\vec{P}_{em}$ responsável pelo fenômeno chamado **pressão da radiação**.
- Se uma onda eletromagnética e absorvida por uma superfície, o momento linear da onda transferido para essa superfície.
- A taxa dP_{em}/dt em que momento é transferido para a superfície absorvedora é a força realizada sobre a superfície.
- A **pressão da radiação** p_{rad}, é a força media por unidade de área produzida pela onda, ou seja, o valor médio de $\frac{1}{A}\frac{dP_{em}}{dt}$. Logo,

Fluxo de momento linear eletromagnético e pressão de radiação

- O módulo da densidade de momento linear é dado por:
$$\frac{dP_{em}}{dV} = \frac{EB}{\mu_0 c^2} = \frac{S}{c^2}$$
- O momento linear uma propriedade do campo (No tem relação com massa).
- Considere que o volume dV ocupado por uma OE que atravessou uma area A no tempo dt $dV = Acdt$, assim:
$$\frac{1}{A}\frac{dP_{em}}{dt} = \frac{EB}{\mu_0 c} = \frac{S}{c}$$
- Momenta linear transferido através de uma superfície por unidade de area e por unidade de tempo.
- O $\vec{P}_{em}$ responsável pelo fenômeno chamado **pressão da radiação**.
- Se uma onda eletromagnética e absorvida por uma superfície, o momento linear da onda transferido para essa superfície.
- A taxa dP_{em}/dt em que momento é transferido para a superfície absorvedora é a força realizada sobre a superfície.
- A **pressão da radiação** p_{rad}, é a força media por unidade de área produzida pela onda, ou seja, o valor médio de $\frac{1}{A}\frac{dP_{em}}{dt}$. Logo,
$$p_{rad} = \frac{S_{med}}{c} = \frac{I}{c}$$

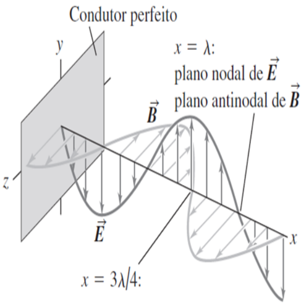
Ondas Eletromagnticas Estacionrias

$$E_y(x,t) \quad = \quad E_{max}[\cos(\kappa x + \omega t) - \cos(\kappa x - \omega t)]$$



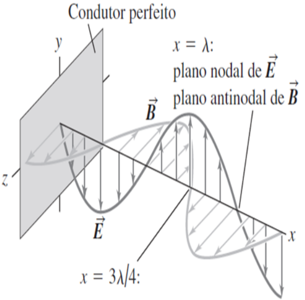
Ondas Eletromagnticas Estacionrias

$$E_y(x,t) = E_{max}[\cos(\kappa x + \omega t) - \cos(\kappa x - \omega t)]$$
$$B_z(x,t) = B_{max}[-\cos(\kappa x + \omega t) - \cos(\kappa x - \omega t)]$$



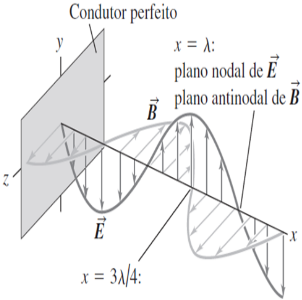
Ondas Eletromagnticas Estacionrias

$$
\begin{aligned}
E_y(x,t) &= E_{max}[\cos(\kappa x + \omega t) - \cos(\kappa x - \omega t)] \\
B_z(x,t) &= B_{max}[-\cos(\kappa x + \omega t) - \cos(\kappa x - \omega t)] \\
\cos(A \pm B) &= \cos(A)\cos(B) \pm \sin(A)\sin(B)
\end{aligned}
$$



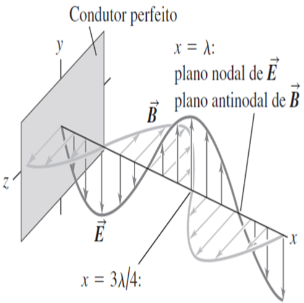
Ondas Eletromagnticas Estacionrias

$$
\begin{aligned}
E_y(x,t) &= E_{max}[\cos(\kappa x + \omega t) - \cos(\kappa x - \omega t)] \\
B_z(x,t) &= B_{max}[-\cos(\kappa x + \omega t) - \cos(\kappa x - \omega t)] \\
\cos(A \pm B) &= \cos(A)\cos(B) \pm \sin(A)\sin(B) \\
E_y(x,t) &= -2E_{max}\sin(\kappa x)\sin(\omega t)
\end{aligned}
$$



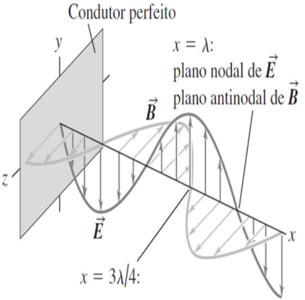
Ondas Eletromagnticas Estacionrias

$$
\begin{aligned}
E_y(x,t) &= E_{max}[\cos(\kappa x + \omega t) - \cos(\kappa x - \omega t)] \\
B_z(x,t) &= B_{max}[-\cos(\kappa x + \omega t) - \cos(\kappa x - \omega t)] \\
\cos(A \pm B) &= \cos(A)\cos(B) \pm \sin(A)\sin(B) \\
E_y(x,t) &= -2E_{max}\sin(\kappa x)\sin(\omega t) \\
x &= 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{4}, \ldots
\end{aligned}
$$



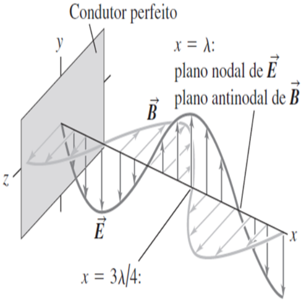
Ondas Eletromagnticas Estacionrias

$$\begin{aligned}
E_y(x,t) &= E_{max}[\cos(\kappa x+\omega t)-\cos(\kappa x-\omega t)] \\
B_z(x,t) &= B_{max}[-\cos(\kappa x+\omega t)-\cos(\kappa x-\omega t)] \\
\cos(A\pm B) &= \cos(A)\cos(B)\pm\sin(A)\sin(B) \\
E_y(x,t) &= -2E_{max}\sin(\kappa x)\sin(\omega t) \\
x &= 0,\frac{\lambda}{2},\lambda,\frac{3\lambda}{4},\ldots \\
B_z(x,t) &= -2B_{max}\cos(\kappa x)\cos(\omega t)
\end{aligned}$$



Ondas Eletromagnticas Estacionrias

$$
\begin{aligned}
E_y(x,t) &= E_{max}[\cos(\kappa x + \omega t) - \cos(\kappa x - \omega t)] \\
B_z(x,t) &= B_{max}[-\cos(\kappa x + \omega t) - \cos(\kappa x - \omega t)] \\
\cos(A \pm B) &= \cos(A)\cos(B) \pm \sin(A)\sin(B) \\
E_y(x,t) &= -2E_{max}\sin(\kappa x)\sin(\omega t) \\
x &= 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{4}, \ldots \\
B_z(x,t) &= -2B_{max}\cos(\kappa x)\cos(\omega t) \\
x &= \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \ldots
\end{aligned}
$$



Ondas estacionárias em uma cavidade

- Considere uma cavidade formada por dois planos condutores perfeitos separados pela distância L.
- O campo elétrico dentro desta cavidade ser uma onda estacionária dada por:

$$E_y(x,t) = -2E_{max}\sin(\kappa x)\sin(\omega t)$$

Ondas estacionárias em uma cavidade

- Considere uma cavidade formada por dois planos condutores perfeitos separados pela distância L.
- O campo elétrico dentro desta cavidade ser uma onda estacionária dada por:

$$\begin{aligned} E_y(x,t) &= -2E_{max}\sin(\kappa x)\sin(\omega t) \\ E_y(0,t) &= E_y(L,t) \end{aligned}$$

Ondas estacionárias em uma cavidade

- Considere uma cavidade formada por dois planos condutores perfeitos separados pela distância L.
- O campo elétrico dentro desta cavidade ser uma onda estacionária dada por:

$$\begin{aligned} E_y(x,t) &= -2E_{max}\sin(\kappa x)\sin(\omega t) \\ E_y(0,t) &= E_y(L,t) \\ -2E_{max}\sin(\kappa 0)\sin(\omega t) &= -2E_{max}\sin(\kappa L)\sin(\omega t) \end{aligned}$$

Ondas estacionárias em uma cavidade

- Considere uma cavidade formada por dois planos condutores perfeitos separados pela distância L.
- O campo elétrico dentro desta cavidade ser uma onda estacionária dada por:

$$\begin{aligned}
E_y(x,t) &= -2E_{max}\sin(\kappa x)\sin(\omega t)\\
E_y(0,t) &= E_y(L,t)\\
-2E_{max}\sin(\kappa 0)\sin(\omega t) &= -2E_{max}\sin(\kappa L)\sin(\omega t)\\
\sin(\kappa L) &= 0
\end{aligned}$$

Ondas estacionárias em uma cavidade

- Considere uma cavidade formada por dois planos condutores perfeitos separados pela distância L.
- O campo elétrico dentro desta cavidade ser uma onda estacionária dada por:

$$\begin{aligned}
E_y(x,t) &= -2E_{max}\sin(\kappa x)\sin(\omega t) \\
E_y(0,t) &= E_y(L,t) \\
-2E_{max}\sin(\kappa 0)\sin(\omega t) &= -2E_{max}\sin(\kappa L)\sin(\omega t) \\
\sin(\kappa L) &= 0 \\
\kappa_n L &= n\pi = \frac{2\pi}{\lambda_n}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots
\end{aligned}$$

Ondas estacionárias em uma cavidade

- Considere uma cavidade formada por dois planos condutores perfeitos separados pela distância L.
- O campo elétrico dentro desta cavidade ser uma onda estacionária dada por:

$$
\begin{aligned}
E_y(x,t) &= -2E_{max}\sin(\kappa x)\sin(\omega t) \\
E_y(0,t) &= E_y(L,t) \\
-2E_{max}\sin(\kappa 0)\sin(\omega t) &= -2E_{max}\sin(\kappa L)\sin(\omega t) \\
\sin(\kappa L) &= 0 \\
\kappa_n L &= n\pi = \frac{2\pi}{\lambda_n}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \\
\lambda_n &= \frac{2L}{n}
\end{aligned}
$$

Ondas estacionárias em uma cavidade

- Considere uma cavidade formada por dois planos condutores perfeitos separados pela distância L.
- O campo elétrico dentro desta cavidade ser uma onda estacionária dada por:

$$
\begin{aligned}
E_y(x,t) &= -2E_{max}\sin(\kappa x)\sin(\omega t) \\
E_y(0,t) &= E_y(L,t) \\
-2E_{max}\sin(\kappa 0)\sin(\omega t) &= -2E_{max}\sin(\kappa L)\sin(\omega t) \\
\sin(\kappa L) &= 0 \\
\kappa_n L &= n\pi = \frac{2\pi}{\lambda_n}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \\
\lambda_n &= \frac{2L}{n} \\
f_n &= \frac{c}{\lambda_n} = n\frac{c}{2L}
\end{aligned}
$$