

Capítulo 33 Natureza e Propagação da Luz

RODRIGO ALVES DIAS

Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

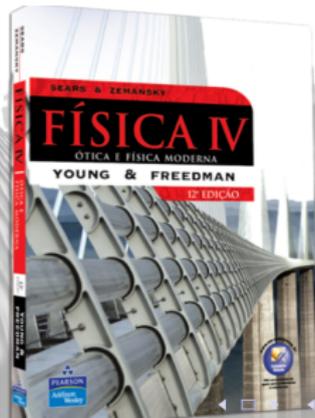
Livro texto: Física 3 - Eletromagnetismo

Autores: Sears e Zemansky

Edição: 12^a

Editora: Pearson - Addison and Wesley

21 de maio de 2013



Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ O que são raios de luz, e como eles se relacionam com as frentes de onda.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ O que são raios de luz, e como eles se relacionam com as frentes de onda.
- ▶ As leis que governam a reflexão e a refração da luz.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ O que são raios de luz, e como eles se relacionam com as frentes de onda.
- ▶ As leis que governam a reflexão e a refração da luz.
- ▶ As circunstâncias em que a luz é totalmente refletida em uma interface.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ O que são raios de luz, e como eles se relacionam com as frentes de onda.
- ▶ As leis que governam a reflexão e a refração da luz.
- ▶ As circunstâncias em que a luz é totalmente refletida em uma interface.
- ▶ Como fazer luz polarizada a partir de luz comum.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ O que são raios de luz, e como eles se relacionam com as frentes de onda.
- ▶ As leis que governam a reflexão e a refração da luz.
- ▶ As circunstâncias em que a luz é totalmente refletida em uma interface.
- ▶ Como fazer luz polarizada a partir de luz comum.
- ▶ Como o princípio de Huygens nos ajuda analisar a reflexão e a refração.



Essas ferramentas de desenho são feitas de plástico transparente, mas um arco-íris de cores aparece quando são colocadas entre dois filtros especiais, chamados polarizadores. Como essas cores aparecem?

- ▶ **Ótica é o ramo da física que trata do comportamento da luz e de todas as ondas eletromagnéticas.**

- ▶ **Isaac Newton (1642-1727): a luz era constituída por um feixe de minúsculas partículas (corpúsculos) emitidas por fontes de luz.**

- ▶ **Isaac Newton (1642-1727): a luz era constituída por um feixe de minúsculas partículas (corpúsculos) emitidas por fontes de luz.**
- ▶ **1665: primeiras evidencias das propriedades ondulatórias da luz.**

- ▶ **Isaac Newton (1642-1727): a luz era constituída por um feixe de minúsculas partículas (corpúsculos) emitidas por fontes de luz.**
- ▶ **1665: primeiras evidencias das propriedades ondulatórias da luz.**
- ▶ **1873: J.C. Maxwell previu a existência de OE e calculou a velocidade de propagação dessas ondas.**

- ▶ **Isaac Newton (1642-1727): a luz era constituída por um feixe de minúsculas partículas (corpúsculos) emitidas por fontes de luz.**
- ▶ 1665: primeiras evidencias das propriedades ondulatórias da luz.
- ▶ 1873: J.C. Maxwell previu a existência de OE e calculou a velocidade de propagação dessas ondas.
- ▶ 1887: H. Hertz mostrou que a luz é uma onda eletromagnética.

Os dois aspectos da luz

- ▶ **A natureza ondulatória da luz, não é suficiente para explicar tudo.**

└ **A natureza da Luz**

Os dois aspectos da luz

- ▶ **A natureza ondulatória da luz, não é suficiente para explicar tudo.**
- ▶ **A emissão e absorção da luz revelam a natureza corpuscular da luz.**

Os dois aspectos da luz

- ▶ A natureza ondulatória da luz, não é suficiente para explicar tudo.
- ▶ A emissão e absorção da luz revelam a natureza corpuscular da luz.
- ▶ A energia transportada pela OE é concentrada em pacotes discretos conhecidos como **fótons** ou **quanta**.

Os dois aspectos da luz

- ▶ A natureza ondulatória da luz, não é suficiente para explicar tudo.
- ▶ A emissão e absorção da luz revelam a natureza corpuscular da luz.
- ▶ A energia transportada pela OE é concentrada em pacotes discretos conhecidos como **fótons** ou **quanta**.
- ▶ Os aspectos ondulatórios e corpusculares da luz, foram conciliados em 1930 com o desenvolvimento da **eletrodinâmica quântica**.

Os dois aspectos da luz

- ▶ A natureza ondulatória da luz, não é suficiente para explicar tudo.
- ▶ A emissão e absorção da luz revelam a natureza corpuscular da luz.
- ▶ A energia transportada pela OE é concentrada em pacotes discretos conhecidos como **fótons** ou **quanta**.
- ▶ Os aspectos ondulatórios e corpusculares da luz, foram conciliados em 1930 com o desenvolvimento da **eletrodinâmica quântica**.
- ▶ A **propagação da luz** pode ser descrita melhor usando-se um **modelo ondulatório**.

Os dois aspectos da luz

- ▶ A natureza ondulatória da luz, não é suficiente para explicar tudo.
- ▶ A emissão e absorção da luz revelam a natureza corpuscular da luz.
- ▶ A energia transportada pela OE é concentrada em pacotes discretos conhecidos como **fótons** ou **quanta**.
- ▶ Os aspectos ondulatórios e corpusculares da luz, foram conciliados em 1930 com o desenvolvimento da **eletrodinâmica quântica**.
- ▶ A **propagação da luz** pode ser descrita melhor usando-se um **modelo ondulatório**.
- ▶ A **emissão e a absorção da luz**, é necessário considerar sua **natureza corpuscular**.

Os dois aspectos da luz

- ▶ **As fontes fundamentais de todos os tipos de ondas eletromagnéticas são cargas elétricas aceleradas.**

Os dois aspectos da luz

- ▶ As fontes fundamentais de todos os tipos de ondas eletromagnéticas são **cargas elétricas aceleradas**.
- ▶ Todos os corpos emitem OE, resultado do movimento térmico de suas moléculas. (**radiação térmica**).

Os dois aspectos da luz

- ▶ As fontes fundamentais de todos os tipos de ondas eletromagnéticas são **cargas elétricas aceleradas**.
- ▶ Todos os corpos emitem OE, resultado do movimento térmico de suas moléculas. (**radiação térmica**).
- ▶ Qualquer forma de matéria quente é uma fonte de luz.

Os dois aspectos da luz

Os dois aspectos da luz

- ▶ O **Laser** é uma fonte de luz muito importante atualmente.

Os dois aspectos da luz

- ▶ O **Laser** é uma fonte de luz muito importante atualmente.
- ▶ Em fontes luminosas comuns, a luz é emitida independentemente por átomos diferentes no interior da fonte.

Os dois aspectos da luz

- ▶ O **Laser** é uma fonte de luz muito importante atualmente.
- ▶ Em fontes luminosas comuns, a luz é emitida independentemente por átomos diferentes no interior da fonte.
- ▶ No **laser**, os átomos são induzidos a emitir luz de **modo organizado e coerente**.

Os dois aspectos da luz

- ▶ O **Laser** é uma fonte de luz muito importante atualmente.
- ▶ Em fontes luminosas comuns, a luz é emitida independentemente por átomos diferentes no interior da fonte.
- ▶ No **laser**, os átomos são induzidos a emitir luz de **modo organizado e coerente**.
- ▶ O feixe do laser pode ser **muito intenso e fino**, e mais **monocromático** que qualquer feixe produzido por qualquer outra fonte.

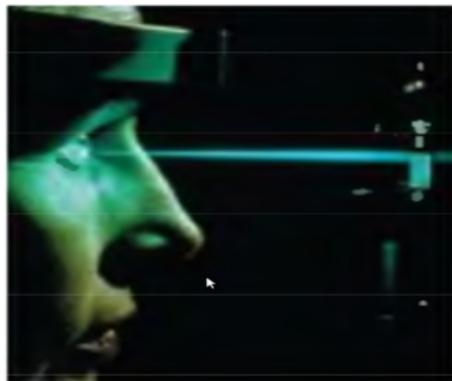
Os dois aspectos da luz

- ▶ O **Laser** é uma fonte de luz muito importante atualmente.
 - ▶ Em fontes luminosas comuns, a luz é emitida independentemente por átomos diferentes no interior da fonte.
 - ▶ No **laser**, os átomos são induzidos a emitir luz de **modo organizado e coerente**.
 - ▶ O feixe do laser pode ser **muito intenso e fino**, e mais **monocromático** que qualquer feixe produzido por qualquer outra fonte.
-
- ▶ Usado por médicos para fazer pequenas cirurgias.

A natureza da Luz

Os dois aspectos da luz

- ▶ O **Laser** é uma fonte de luz muito importante atualmente.
 - ▶ Em fontes luminosas comuns, a luz é emitida independentemente por átomos diferentes no interior da fonte.
 - ▶ No **laser**, os átomos são induzidos a emitir luz de **modo organizado e coerente**.
 - ▶ O feixe do laser pode ser **muito intenso e fino**, e mais **monocromático** que qualquer feixe produzido por qualquer outra fonte.
-
- ▶ Usado por médicos para fazer pequenas cirurgias.
 - ▶ Na **reprodução do som de um CD e em computadores**.

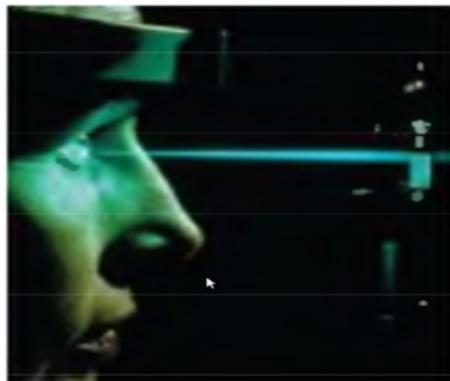


Cirurgiões-oftálmicos utilizam laser para consertar descolamentos de retinas e para cauterizar vasos sanguíneos na retinopatia. Pulsos de luz azul-esverdeada de um laser de argônio são ideais para esse propósito, já que atravessam a parte transparente do olho sem causar danos, mas são absorvidos pelos pigmentos vermelhos da retina.

A natureza da Luz

Os dois aspectos da luz

- ▶ O **Laser** é uma fonte de luz muito importante atualmente.
 - ▶ Em fontes luminosas comuns, a luz é emitida independentemente por átomos diferentes no interior da fonte.
 - ▶ No **laser**, os átomos são induzidos a emitir luz de **modo organizado e coerente**.
 - ▶ O feixe do laser pode ser **muito intenso e fino**, e mais **monocromático** que qualquer feixe produzido por qualquer outra fonte.
-
- ▶ Usado por médicos para fazer pequenas cirurgias.
 - ▶ **Na reprodução do som de um CD e em computadores.**
 - ▶ Para cortar aço ou fundir materiais.
 - ▶ Entre outras aplicações.



Cirurgiões-oftálmicos utilizam laser para consertar descolamentos de retinas e para cauterizar vasos sanguíneos na retinopatia. Pulsos de luz azul-esverdeada de um laser de argônio são ideais para esse propósito, já que atravessam a parte transparente do olho sem causar danos, mas são absorvidos pelos pigmentos vermelhos da retina.

Onda, raio e frente de onda

- ▶ **Frente de onda** é o lugar geométrico de todos os pontos adjacentes que possuem a mesma fase da vibração de uma grandeza física associada com a onda.

Onda, raio e frente de onda

- ▶ **Frente de onda** é o lugar geométrico de todos os pontos adjacentes que possuem a mesma fase da vibração de uma grandeza física associada com a onda.
- ▶ Quando as OE se espalham de uma fonte pontual, **qualquer superfície concêntrica com a fonte é uma frente de onda.**

Onda, raio e frente de onda

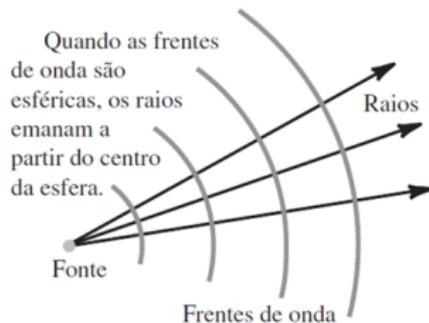
- ▶ **Frente de onda** é o lugar geométrico de todos os pontos adjacentes que possuem a mesma fase da vibração de uma grandeza física associada com a onda.
- ▶ Quando as OE se espalham de uma fonte pontual, **qualquer superfície concêntrica com a fonte é uma frente de onda**.
- ▶ Escolhemos **frentes de onda consecutivas que tenham a mesma fase**. Um comprimento de onda de distância.

Onda, raio e frente de onda

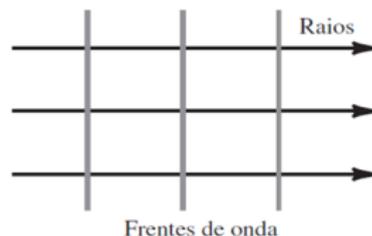
- ▶ **Frente de onda** é o lugar geométrico de todos os pontos adjacentes que possuem a mesma fase da vibração de uma grandeza física associada com a onda.
- ▶ Quando as OE se espalham de uma fonte pontual, **qualquer superfície concêntrica com a fonte é uma frente de onda**.
- ▶ Escolhemos **frentes de onda consecutivas que tenham a mesma fase**. Um comprimento de onda de distância.
- ▶ Um diagrama de OE mostram somente as “cristas” nas quais o \vec{B} e o \vec{E} possuem valores máximos.

Onda, raio e frente de onda

- ▶ **Longe da fonte**, os raios das esferas são **grandes**, e **aproximamos as superfícies esféricas por planos**.
- ▶ **As direções da propagação da luz**, são representadas por um raio.



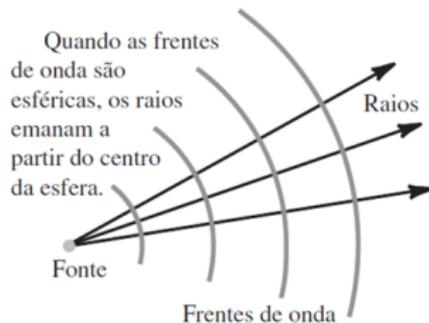
Quando as frentes de onda são planas, os raios são perpendiculares a elas e paralelos uns aos outros.



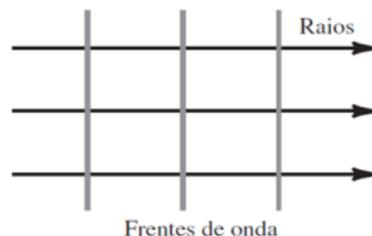
A natureza da Luz

Onda, raio e frente de onda

- ▶ **Longe da fonte**, os raios das esferas são grandes, e **aproximamos as superfícies esféricas por planos**.
- ▶ As direções da propagação da luz, são representadas por um raio.
- ▶ **Descrição corpuscular**: os raios são as trajetórias das partículas.
- ▶ **Descrição ondulatória**: os raios são a direção de propagação da onda.
- ▶ **Materiais homogêneos e isotrópicos**: os raios são **linhas retas** \perp as frentes de onda.



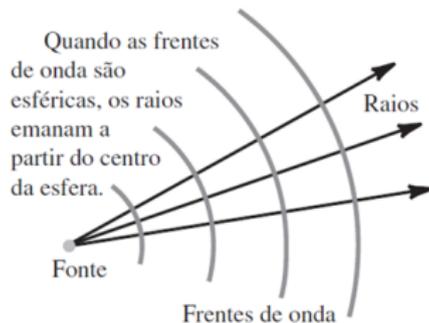
Quando as frentes de onda são planas, os raios são perpendiculares a elas e paralelos uns aos outros.



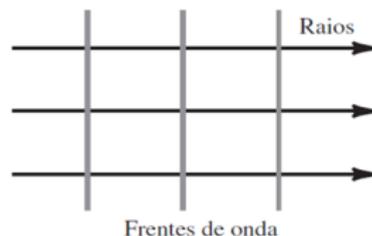
A natureza da Luz

Onda, raio e frente de onda

- ▶ **Longe da fonte**, os raios das esferas são grandes, e **aproximamos as superfícies esféricas por planos**.
- ▶ As direções da propagação da luz, são representadas por um raio.
- ▶ **Descrição corpuscular**: os raios são as trajetórias das partículas.
- ▶ **Descrição ondulatória**: os raios são a direção de propagação da onda.
- ▶ **Materiais homogêneos e isotrópicos**: os raios são **linhas retas** \perp as frentes de onda.
- ▶ Na superfície **entre dois meios**, a **velocidade da onda e a direção dos raios** pode variar.



Quando as frentes de onda são planas, os raios são perpendiculares a elas e paralelos uns aos outros.



Onda, raio e frente de onda

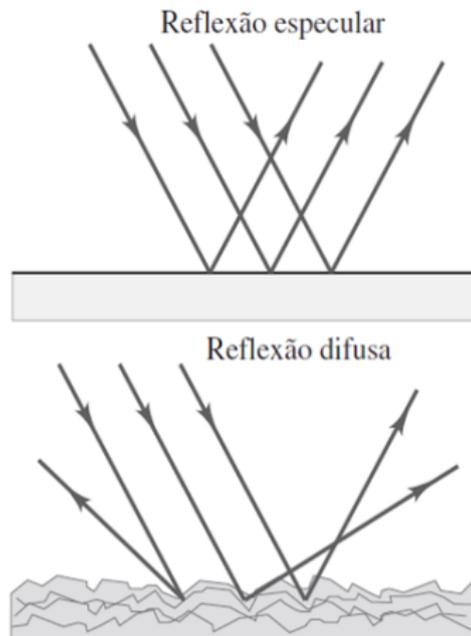
- ▶ **Longe da fonte**, os raios das esferas são grandes, e **aproximamos as superfícies esféricas por planos**.
 - ▶ As direções da propagação da luz, são representadas por um raio.
 - ▶ **Descrição corpuscular**: os raios são as trajetórias das partículas.
 - ▶ **Descrição ondulatória**: os raios são a direção de propagação da onda.
 - ▶ **Materiais homogêneos e isotrópicos**: os raios são **linhas retas** \perp as frentes de onda.
 - ▶ Na superfície **entre dois meios**, a **velocidade da onda e a direção dos raios** pode variar.
- ▶ O ramo da ótica em que a abordagem é por meio de raios é chamada **ótica geométrica**.

Onda, raio e frente de onda

- ▶ **Longe da fonte**, os raios das esferas são grandes, e **aproximamos as superfícies esféricas por planos**.
 - ▶ As direções da propagação da luz, são representadas por um raio.
 - ▶ **Descrição corpuscular**: os raios são as trajetórias das partículas.
 - ▶ **Descrição ondulatória**: os raios são a direção de propagação da onda.
 - ▶ **Materiais homogêneos e isotrópicos**: os raios são **linhas retas** \perp as frentes de onda.
 - ▶ Na superfície **entre dois meios**, a **velocidade da onda e a direção dos raios** pode variar.
- ▶ O ramo da ótica em que a abordagem é por meio de raios é chamada **ótica geométrica**.
 - ▶ O ramo que trata das propriedades ondulatórias é chamada **ótica ondulatória**.

Leis da Reflexão e Refração

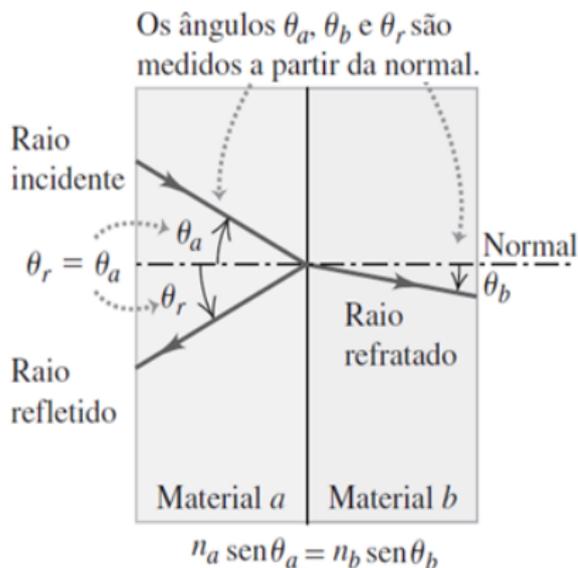
- ▶ **Reflexão especular:** superfície lisa, existe um único ângulo de reflexão.
- ▶ **Reflexão difusa:** superfície rugosa, raios refletidos em diversas direções.



Reflexão e Refração

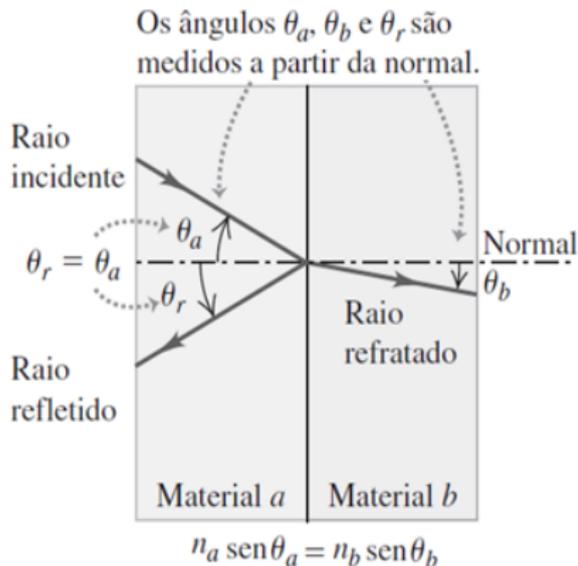
Leis da Reflexão e Refração

- ▶ **Reflexão especular:** superfície lisa, existe um único ângulo de reflexão.
- ▶ **Reflexão difusa:** superfície rugosa, raios refletidos em diversas direções.
- ▶ O **raio incidente**, o **raio refletido**, o **raio refratado** e a **normal à superfície** estão **todos sobre o mesmo plano**.
- ▶ O ângulo de reflexão θ_r , é igual ao ângulo de incidência θ_a para todo λ e para qualquer par de materiais.



Leis da Reflexão e Refração

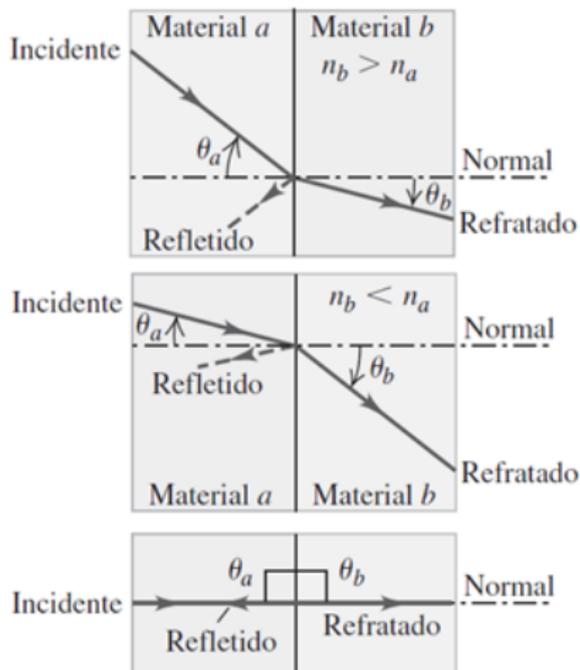
- ▶ **Reflexão especular:** superfície lisa, existe um único ângulo de reflexão.
- ▶ **Reflexão difusa:** superfície rugosa, raios refletidos em diversas direções.
- ▶ O **raio incidente**, o **raio refletido**, o **raio refratado** e a **normal à superfície** estão **todos sobre o mesmo plano**.
- ▶ O ângulo de reflexão θ_r , é igual ao ângulo de incidência θ_a para todo λ e para qualquer par de materiais.
- ▶ $\theta_r = \theta_a$ (**Lei da reflexão**)
- ▶ Quando a luz monocromática atravessa um par de materiais a e b , a razão $\sin \theta_a / \sin \theta_b$, é igual ao inverso da razão entre os dois índices de refração n_b/n_a .
- ▶ $n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$ (**Lei da refração**)



Reflexão e Refração

Leis da Reflexão e Refração

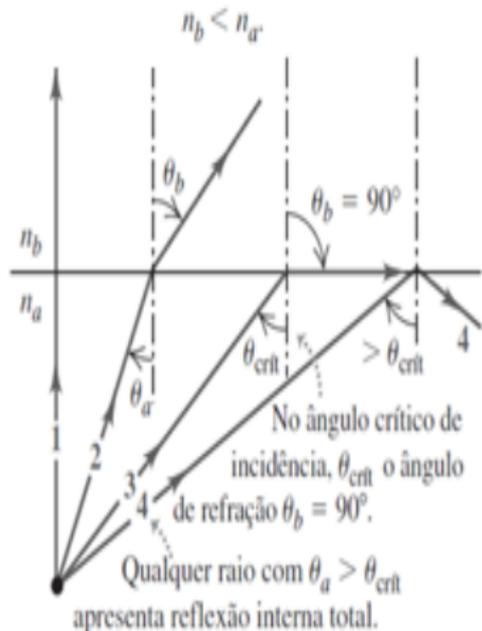
- ▶ **Reflexão especular:** superfície lisa, existe um único ângulo de reflexão.
- ▶ **Reflexão difusa:** superfície rugosa, raios refletidos em diversas direções.
- ▶ O **raio incidente**, o **raio refletido**, o **raio refratado** e a **normal à superfície** estão **todos sobre o mesmo plano**.
- ▶ O ângulo de reflexão θ_r , é igual ao ângulo de incidência θ_a para todo λ e para qualquer par de materiais.
- ▶ $\theta_r = \theta_a$ (**Lei da reflexão**)
- ▶ Quando a luz monocromática atravessa um par de materiais a e b , a razão $\sin \theta_a / \sin \theta_b$, é igual ao inverso da razão entre os dois índices de refração n_b/n_a .
- ▶ $n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$ (**Lei da refração**)



Reflexão Interna Total

Reflexão Interna Total

- ▶ **Reflexão interna total**, ocorre somente quando um raio passa de um material(a) para outro(b) com $n_a < n_b$.
- ▶ O ângulo crítico para dois materiais é encontrado fazendo $\theta_b = 90^\circ$ ($\sin \theta_b = 1$) na lei de Snell.



Reflexão Interna Total

Reflexão Interna Total

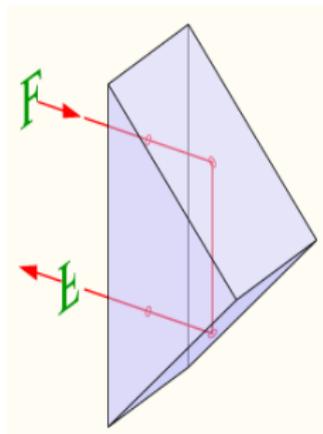
- ▶ **Reflexão interna total**, ocorre somente quando um raio passa de um material(a) para outro(b) com $n_a < n_b$.
- ▶ O ângulo crítico para dois materiais é encontrado fazendo $\theta_b = 90^\circ$ ($\sin \theta_b = 1$) na lei de Snell.

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$$

$$n_a \sin \theta_c = n_b \sin 90^\circ$$

$$\sin \theta_c = \frac{n_b}{n_a}$$

- ▶ **ar-vidro:** $\frac{n_b}{n_a} = \frac{1}{1.52} \rightarrow \theta_c = 41.1^\circ$.
- ▶ **água-vidro:** $\frac{n_b}{n_a} = \frac{1.33}{1.52} \rightarrow \theta_c = 61.0^\circ$.



Reflexão Interna Total

Reflexão Interna Total

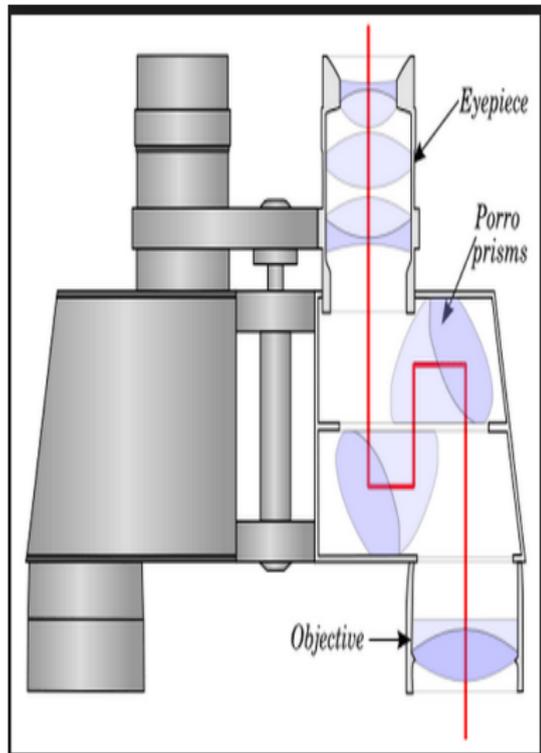
- ▶ **Reflexão interna total**, ocorre somente quando um raio passa de um material(a) para outro(b) com $n_a < n_b$.
- ▶ O ângulo crítico para dois materiais é encontrado fazendo $\theta_b = 90^\circ$ ($\sin \theta_b = 1$) na lei de Snell.

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$$

$$n_a \sin \theta_c = n_b \sin 90^\circ$$

$$\sin \theta_c = \frac{n_b}{n_a}$$

- ▶ ar-vidro: $\frac{n_b}{n_a} = \frac{1}{1.52} \rightarrow \theta_c = 41.1^\circ$.
- ▶ água-vidro: $\frac{n_b}{n_a} = \frac{1.33}{1.52} \rightarrow \theta_c = 61.0^\circ$.



Reflexão Interna Total

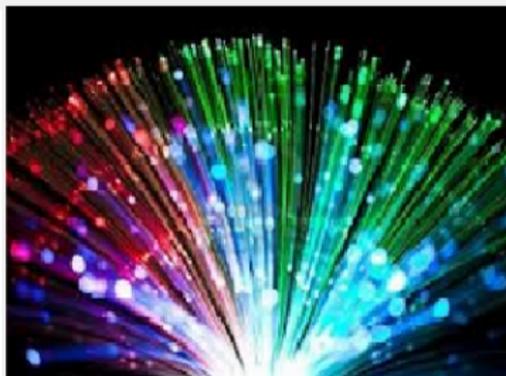
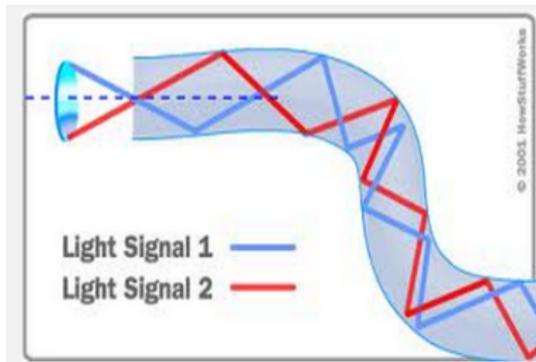
- ▶ **Reflexão interna total**, ocorre somente quando um raio passa de um material(a) para outro(b) com $n_a < n_b$.
- ▶ O ângulo crítico para dois materiais é encontrado fazendo $\theta_b = 90^\circ$ ($\sin \theta_b = 1$) na lei de Snell.

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$$

$$n_a \sin \theta_c = n_b \sin 90^\circ$$

$$\sin \theta_c = \frac{n_b}{n_a}$$

- ▶ **ar-vidro:** $\frac{n_b}{n_a} = \frac{1}{1.52} \rightarrow \theta_c = 41.1^\circ$.
- ▶ **água-vidro:** $\frac{n_b}{n_a} = \frac{1.33}{1.52} \rightarrow \theta_c = 61.0^\circ$.



Índice de refração e aspectos ondulatórios da luz

- ▶ **A direção de um raio de luz varia quando ele passa de um material para outro com índice de refração diferente.**

Índice de refração e aspectos ondulatórios da luz

- ▶ **A direção de um raio de luz varia quando ele passa de um material para outro com índice de refração diferente.**
- ▶ **1) f da OE não varia quando passa de um meio material para outro.**

Índice de refração e aspectos ondulatórios da luz

- ▶ **A direção de um raio de luz varia quando ele passa de um material para outro com índice de refração diferente.**
- ▶ **1) f da OE não varia quando passa de um meio material para outro.**
- ▶ **O número de ciclos que chega por unidade de tempo deve ser igual ao que sai por unidade de tempo.**

Índice de refração e aspectos ondulatórios da luz

- ▶ **A direção de um raio de luz varia quando ele passa de um material para outro com índice de refração diferente.**
- ▶ **1) f da OE não varia quando passa de um meio material para outro.**
- ▶ **O número de ciclos que chega por unidade de tempo deve ser igual ao que sai por unidade de tempo.**
- ▶ **Uma superfície de contorno não pode criar nem destruir uma onda.**

Índice de refração e aspectos ondulatórios da luz

- ▶ **A direção de um raio de luz varia quando ele passa de um material para outro com índice de refração diferente.**
- ▶ **1) f da OE não varia quando passa de um meio material para outro.**
- ▶ **O número de ciclos que chega por unidade de tempo deve ser igual ao que sai por unidade de tempo.**
- ▶ **Uma superfície de contorno não pode criar nem destruir uma onda.**
- ▶ **2) λ da OE geralmente muda quando a onda passa de um meio material para outro.**

Índice de refração e aspectos ondulatórios da luz

- ▶ **A direção de um raio de luz varia quando ele passa de um material para outro com índice de refração diferente.**
- ▶ **1) f da OE não varia quando passa de um meio material para outro.**
- ▶ **O número de ciclos que chega por unidade de tempo deve ser igual ao que sai por unidade de tempo.**
- ▶ **Uma superfície de contorno não pode criar nem destruir uma onda.**
- ▶ **2) λ da OE geralmente muda quando a onda passa de um meio material para outro.**
- ▶ **Como $f = v_1/\lambda_1 = v_2/\lambda_2$ e $v = c/n$ então, $c/(n_1\lambda_1) = c/(n_2\lambda_2)$**

Índice de refração e aspectos ondulatórios da luz

- ▶ **A direção de um raio de luz varia quando ele passa de um material para outro com índice de refração diferente.**
- ▶ **1) f da OE não varia quando passa de um meio material para outro.**
- ▶ **O número de ciclos que chega por unidade de tempo deve ser igual ao que sai por unidade de tempo.**
- ▶ **Uma superfície de contorno não pode criar nem destruir uma onda.**
- ▶ **2) λ da OE geralmente muda quando a onda passa de um meio material para outro.**
- ▶ **Como $f = v_1/\lambda_1 = v_2/\lambda_2$ e $v = c/n$ então, $c/(n_1\lambda_1) = c/(n_2\lambda_2)$**
- ▶ **$\lambda_2 = (n_1/n_2)\lambda_1$**

Índice de refração e aspectos ondulatórios da luz

- ▶ **A direção de um raio de luz varia quando ele passa de um material para outro com índice de refração diferente.**
- ▶ **1) f da OE não varia quando passa de um meio material para outro.**
- ▶ **O número de ciclos que chega por unidade de tempo deve ser igual ao que sai por unidade de tempo.**
- ▶ **Uma superfície de contorno não pode criar nem destruir uma onda.**
- ▶ **2) λ da OE geralmente muda quando a onda passa de um meio material para outro.**
- ▶ **Como $f = v_1/\lambda_1 = v_2/\lambda_2$ e $v = c/n$ então, $c/(n_1\lambda_1) = c/(n_2\lambda_2)$**
- ▶ **$\lambda_2 = (n_1/n_2)\lambda_1$**
- ▶ **Quando a luz passa de um meio material(1) para outro(2) com, $n_2 > n_1$, a velocidade e o comprimento de onda diminuem.**

Dispersão

- ▶ **A luz branca comum é uma superposição de cores cujos comprimentos de onda abrangem todo o espectro visível.**

Dispersão

- ▶ **A luz branca comum é uma superposição de cores cujos comprimentos de onda abrangem todo o espectro visível.**
- ▶ **No vácuo $v = c$ é constante, ou seja, a mesma para todo λ .**

Dispersão

- ▶ **A luz branca comum é uma superposição de cores cujos comprimentos de onda abrangem todo o espectro visível.**
- ▶ **No vácuo $v = c$ é constante, ou seja, a mesma para todo λ .**
- ▶ **No interior de um material, $v = v(\lambda) = \frac{c}{n(\lambda)}$.**

Dispersão

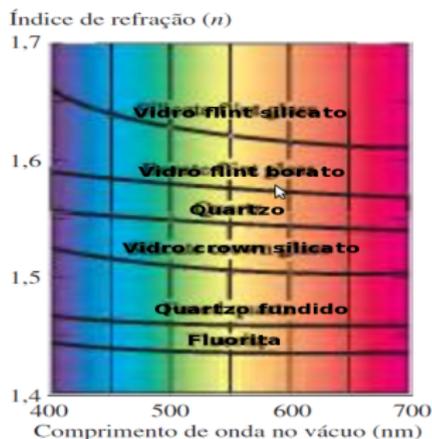
- ▶ **A luz branca comum é uma superposição de cores cujos comprimentos de onda abrangem todo o espectro visível.**
- ▶ **No vácuo $v = c$ é constante, ou seja, a mesma para todo λ .**
- ▶ **No interior de um material, $v = v(\lambda) = \frac{c}{n(\lambda)}$.**
- ▶ **O índice de refração de um material depende do comprimento de onda.**

Dispersão

- ▶ A luz branca comum é uma superposição de cores cujos comprimentos de onda abrangem todo o espectro visível.
- ▶ No vácuo $v = c$ é constante, ou seja, a mesma para todo λ .
- ▶ No interior de um material, $v = v(\lambda) = \frac{c}{n(\lambda)}$.
- ▶ O índice de refração de um material depende do comprimento de onda.
- ▶ A **dispersão** indica como a velocidade da onda e o índice de refração dependem do comprimento de onda.

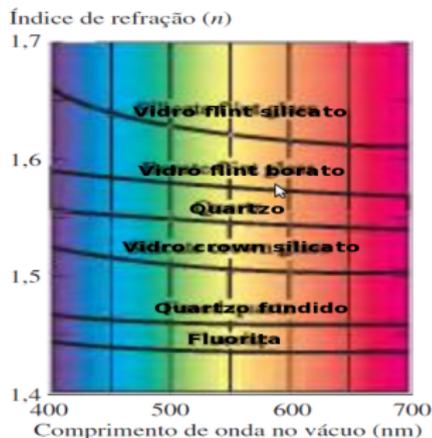
Dispersão

- ▶ A luz branca comum é uma superposição de cores cujos comprimentos de onda abrangem todo o espectro visível.
 - ▶ No vácuo $v = c$ é constante, ou seja, a mesma para todo λ .
 - ▶ No interior de um material, $v = v(\lambda) = \frac{c}{n(\lambda)}$.
 - ▶ O índice de refração de um material depende do comprimento de onda.
 - ▶ A **dispersão** indica como a velocidade da onda e o índice de refração dependem do comprimento de onda.
-
- ▶ O eixo horizontal é o comprimento de onda λ_0 da luz no vácuo.



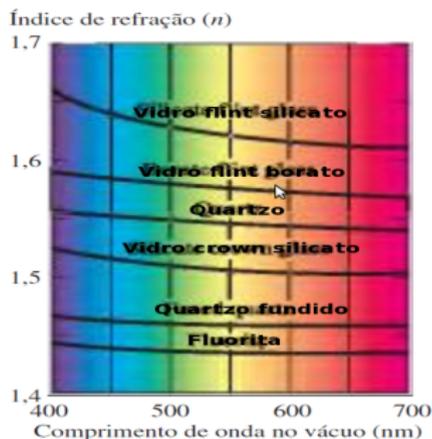
Dispersão

- ▶ A luz branca comum é uma superposição de cores cujos comprimentos de onda abrangem todo o espectro visível.
 - ▶ No vácuo $v = c$ é constante, ou seja, a mesma para todo λ .
 - ▶ No interior de um material, $v = v(\lambda) = \frac{c}{n(\lambda)}$.
 - ▶ O índice de refração de um material depende do comprimento de onda.
 - ▶ A **dispersão** indica como a velocidade da onda e o índice de refração dependem do comprimento de onda.
-
- ▶ O eixo horizontal é o comprimento de onda λ_0 da luz no vácuo.
 - ▶ λ de um material pode ser obtido por $\lambda = \lambda_0/n$.



Dispersão

- ▶ A luz branca comum é uma superposição de cores cujos comprimentos de onda abrangem todo o espectro visível.
 - ▶ No vácuo $v = c$ é constante, ou seja, a mesma para todo λ .
 - ▶ No interior de um material, $v = v(\lambda) = \frac{c}{n(\lambda)}$.
 - ▶ O índice de refração de um material depende do comprimento de onda.
 - ▶ A **dispersão** indica como a velocidade da onda e o índice de refração dependem do comprimento de onda.
-
- ▶ O eixo horizontal é o comprimento de onda λ_0 da luz no vácuo.
 - ▶ λ de um material pode ser obtido por $\lambda = \lambda_0/n$.
 - ▶ Em quase todos os materiais, $n \uparrow$ quando $\lambda \downarrow$.



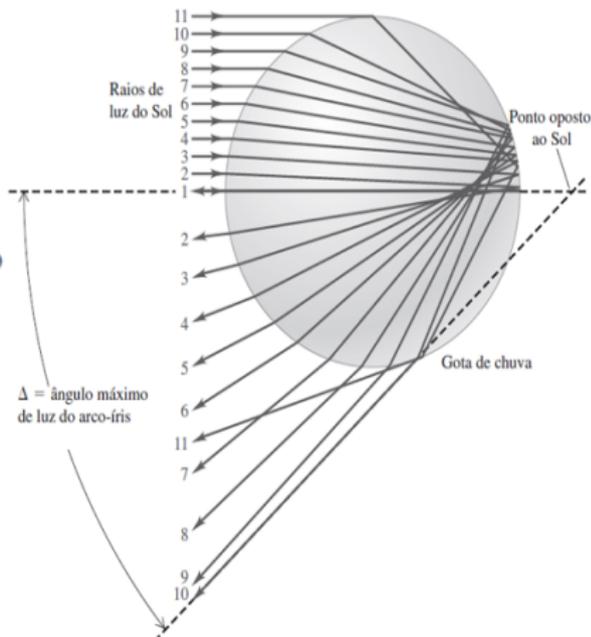
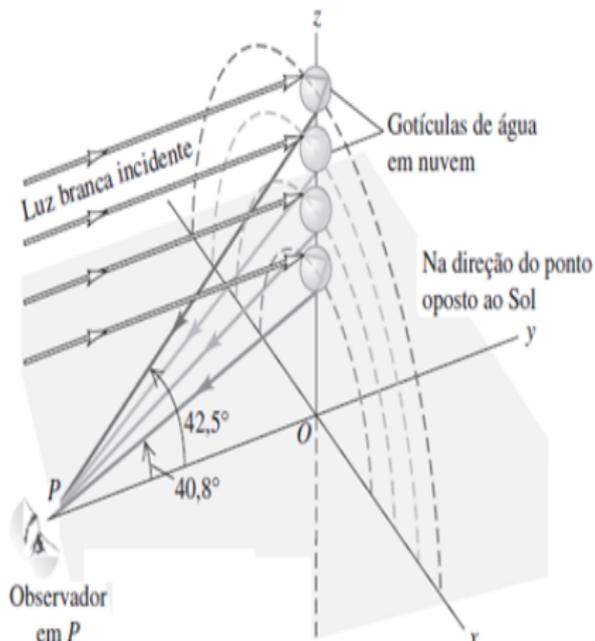
Dispersão

- ▶ A luz branca comum é uma superposição de cores cujos comprimentos de onda abrangem todo o espectro visível.
 - ▶ No vácuo $v = c$ é constante, ou seja, a mesma para todo λ .
 - ▶ No interior de um material, $v = v(\lambda) = \frac{c}{n(\lambda)}$.
 - ▶ O índice de refração de um material depende do comprimento de onda.
 - ▶ A **dispersão** indica como a velocidade da onda e o índice de refração dependem do comprimento de onda.
-
- ▶ O eixo horizontal é o comprimento de onda λ_0 da luz no vácuo.
 - ▶ λ de um material pode ser obtido por $\lambda = \lambda_0/n$.
 - ▶ Em quase todos os materiais, $n \uparrow$ quando $\lambda \downarrow$.
 - ▶ O desvio (mudança de direção) produzido pelo prisma cresce com o aumento do índice de refração e da frequência.



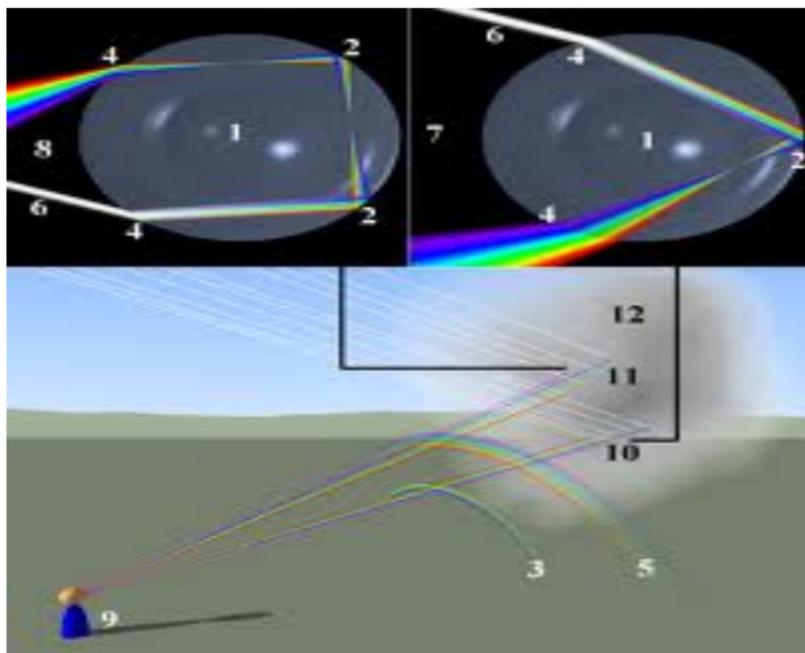
Arco-íris

- ▶ O sol está atrás do observador e a luz se refrata para o interior de uma gotícula de água, a seguir ela e (parcialmente) refletida na parte interna posterior da gotícula e finalmente refratada, saindo da gotícula.



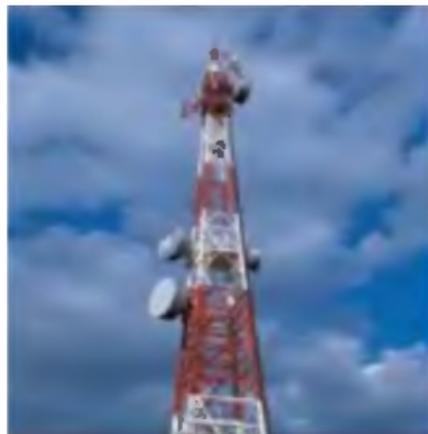
Arco-iris

- ▶ O sol está atrás do observador e a luz se refrata para o interior de uma gotícula de água, a seguir ela e (parcialmente) refletida na parte interna posterior da gotícula e finalmente refratada, saindo da gotícula.



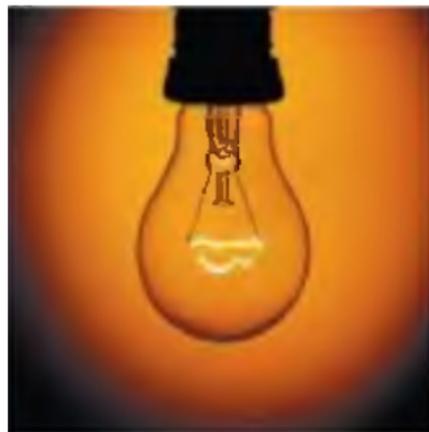
Filtros polarizadores

- ▶ As ondas produzidas por uma emissora de radio são, em geral, linearmente polarizadas.
- ▶ Se uma antena possui um elemento na **horizontal/vertical**, ela capta ondas polarizadas na **horizontal/vertical**.



Filtros polarizadores

- ▶ As ondas produzidas por uma emissora de radio são, em geral, linearmente polarizadas.
- ▶ Se uma antena possui um elemento na **horizontal/vertical**, ela capta ondas polarizadas na **horizontal/vertical**.
- ▶ Fontes comuns (Lampâdas), emitem luz que não polarizada, chamada de **luz natural** ou **luz não-polarizada**.



Filtros polarizadores

- ▶ As ondas produzidas por uma emissora de radio são, em geral, linearmente polarizadas.
- ▶ Se uma antena possui um elemento na **horizontal/vertical**, ela capta ondas polarizadas na **horizontal/vertical**.
- ▶ Fontes comuns(Lampâdas), emitem luz que não polarizada, chamada de **luz natural ou luz não-polarizada**.
- ▶ Filtros usados para polarizar luz dependem do comprimento de onda.

Filtros polarizadores

- ▶ As ondas produzidas por uma emissora de radio são, em geral, linearmente polarizadas.
- ▶ Se uma antena possui um elemento na **horizontal/vertical**, ela capta ondas polarizadas na **horizontal/vertical**.
- ▶ Fontes comuns(Lampâdas), emitem luz que não polarizada, chamada de **luz natural ou luz não-polarizada**.
- ▶ Filtros usados para polarizar luz dependem do comprimento de onda.
- ▶ Para microondas($\lambda \sim 1,0cm$) um bom filtro polarizador é uma grade de fios condutores próximos e paralelos, isolados entre si e igualmente espaçados.

Filtros polarizadores

- ▶ As ondas produzidas por uma emissora de radio são, em geral, linearmente polarizadas.
- ▶ Se uma antena possui um elemento na **horizontal/vertical**, ela capta ondas polarizadas na **horizontal/vertical**.
- ▶ Fontes comuns(Lampâdas), emitem luz que não polarizada, chamada de **luz natural ou luz não-polarizada**.
- ▶ Filtros usados para polarizar luz dependem do comprimento de onda.
- ▶ Para microondas($\lambda \sim 1,0cm$) um bom filtro polarizador é uma grade de fios condutores próximos e paralelos, isolados entre si e igualmente espaçados.

Usando filtros polarizadores

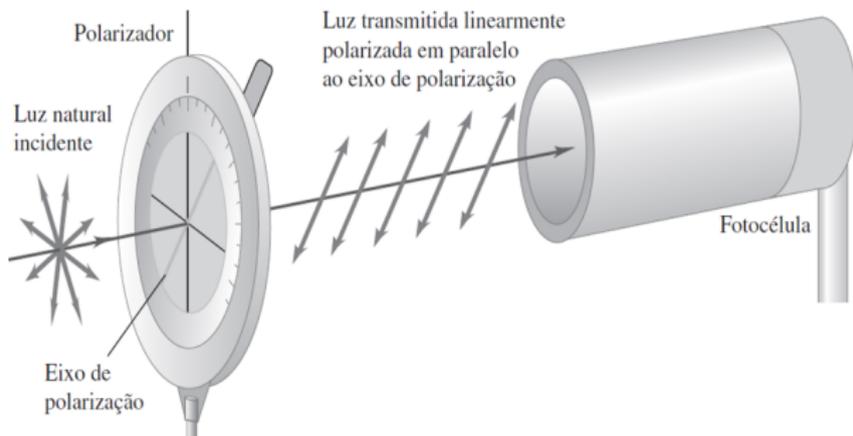
- ▶ **Filtro polarizador ideal deixa passar 100% da luz polarizada na mesma direção do eixo de polarização.**

Usando filtros polarizadores

- ▶ **Filtro polarizador ideal deixa passar 100% da luz polarizada na mesma direção do eixo de polarização.**
- ▶ **Bloqueia completamente a luz polarizada na direção perpendicular a esse eixo.**

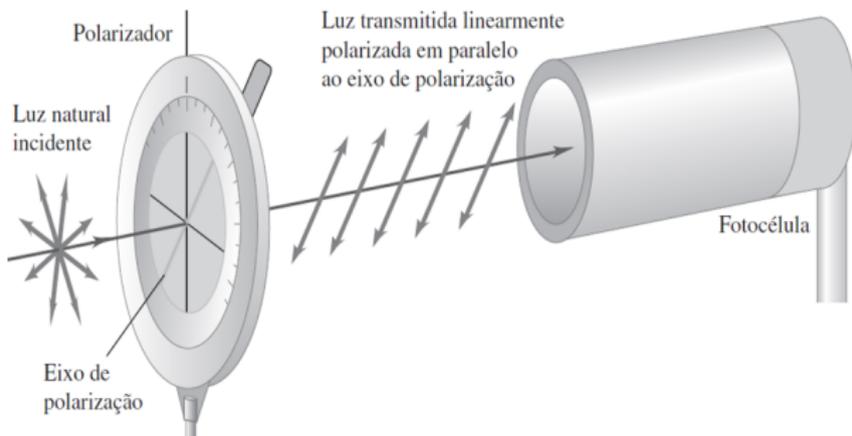
Usando filtros polarizadores

- ▶ Filtro polarizador ideal deixa passar 100% da luz polarizada na mesma direção do eixo de polarização.
- ▶ Bloqueia completamente a luz polarizada na direção perpendicular a esse eixo.
- ▶ O vetor \vec{E} do feixe incidente pode ser decomposta nas componentes paralela e perpendicular ao eixo de polarização.



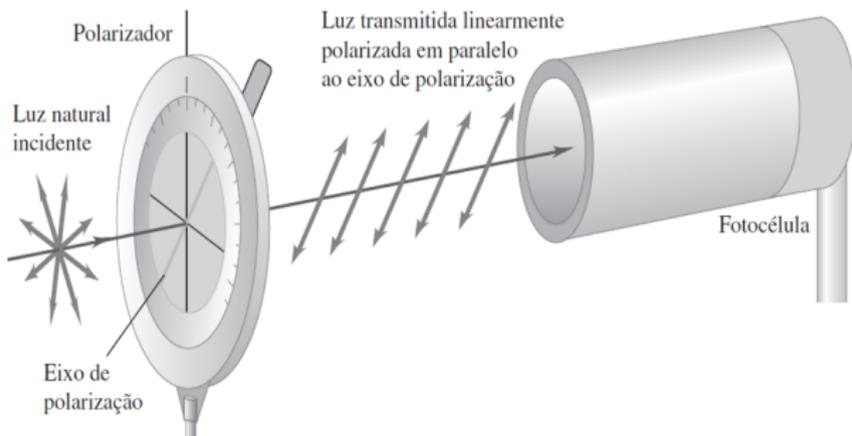
Usando filtros polarizadores

- ▶ Filtro polarizador ideal deixa passar 100% da luz polarizada na mesma direção do eixo de polarização.
- ▶ Bloqueia completamente a luz polarizada na direção perpendicular a esse eixo.
- ▶ O vetor \vec{E} do feixe incidente pode ser decomposta nas componentes paralela e perpendicular ao eixo de polarização.
- ▶ Somente a componente paralela ao eixo do polarizador é transmitido.



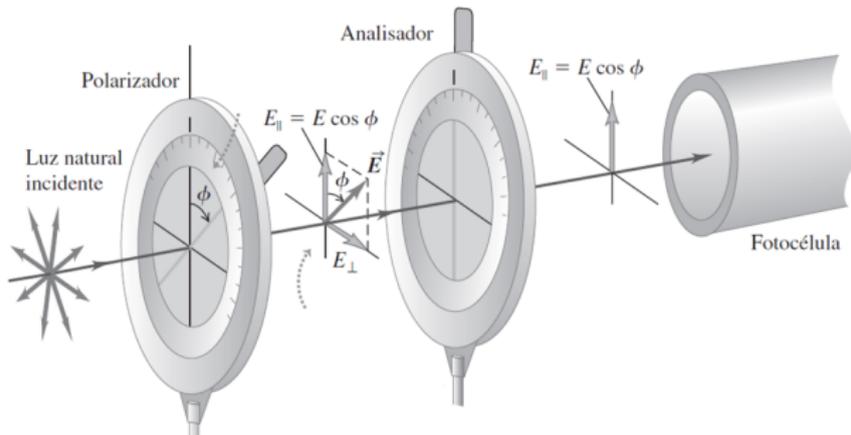
Usando filtros polarizadores

- ▶ Filtro polarizador ideal deixa passar 100% da luz polarizada na mesma direção do eixo de polarização.
- ▶ Bloqueia completamente a luz polarizada na direção perpendicular a esse eixo.
- ▶ O vetor \vec{E} do feixe incidente pode ser decomposta nas componentes paralela e perpendicular ao eixo de polarização.
- ▶ Somente a componente paralela ao eixo do polarizador é transmitido.
- ▶ A intensidade da luz transmitida é exatamente a metade da intensidade da luz não-polarizada incidente.



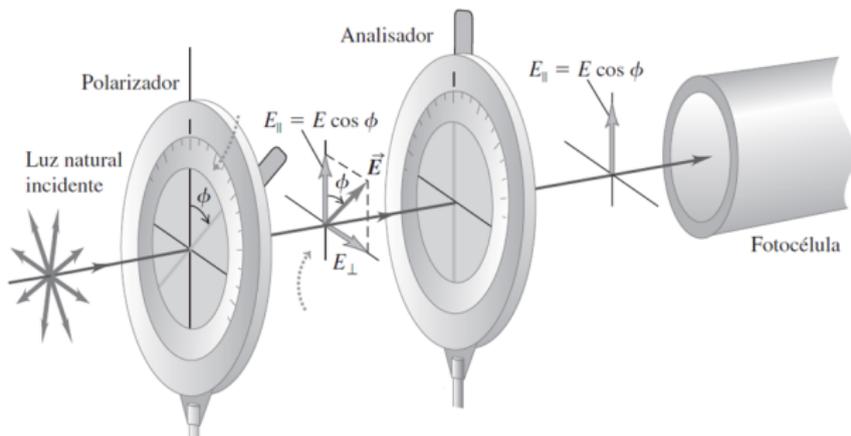
Usando filtros polarizadores

- O que acontece quando a luz linearmente polarizada que emerge de um polarizador incide sobre um segundo polarizador?



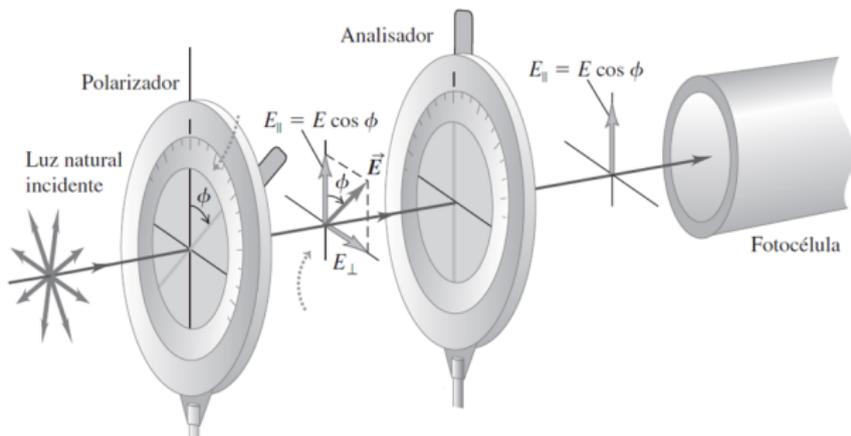
Usando filtros polarizadores

- ▶ O que acontece quando a luz linearmente polarizada que emerge de um polarizador incide sobre um segundo polarizador?
- ▶ No caso geral no qual o eixo do **analisador**, faz um ângulo ϕ com o eixo de polarização do primeiro polarizador.



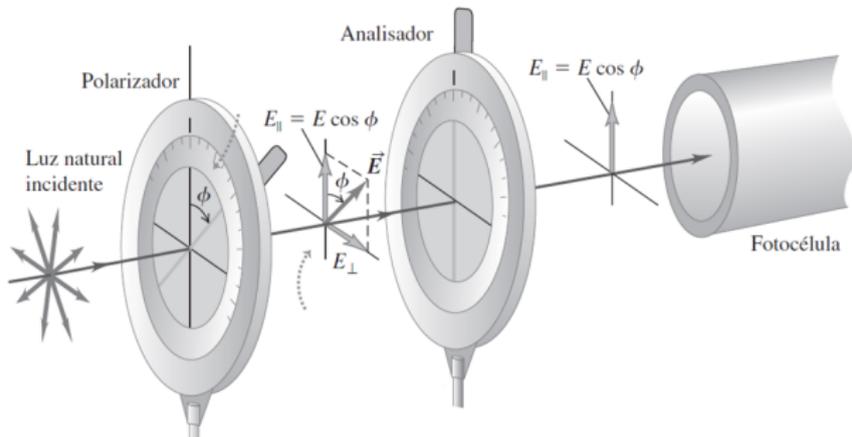
Usando filtros polarizadores

- ▶ O que acontece quando a luz linearmente polarizada que emerge de um polarizador incide sobre um segundo polarizador?
- ▶ No caso geral no qual o eixo do **analisador**, faz um ângulo ϕ com o eixo de polarização do primeiro polarizador.
- ▶ A luz linearmente polarizada transmitida pelo primeiro polarizador pode ser decomposta em duas componentes, uma paralela e outra perpendicular ao eixo do analisador.



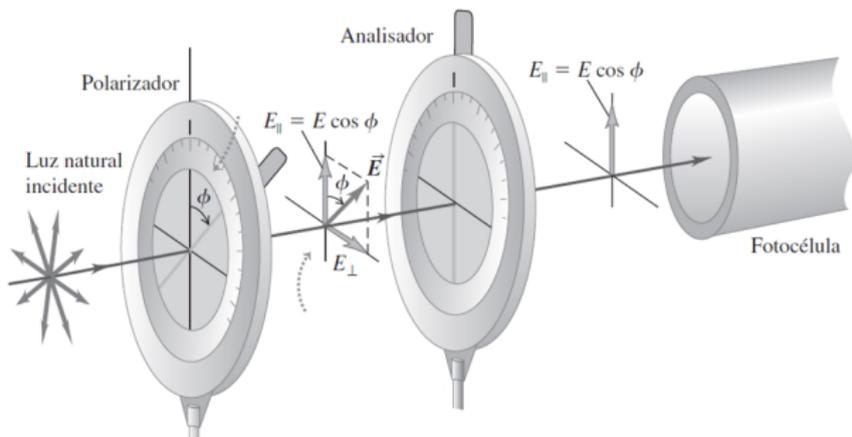
Usando filtros polarizadores

- Somente a componente paralelo, com amplitude $E_{\parallel} = E \cos \phi$, será transmitido pelo analisador.



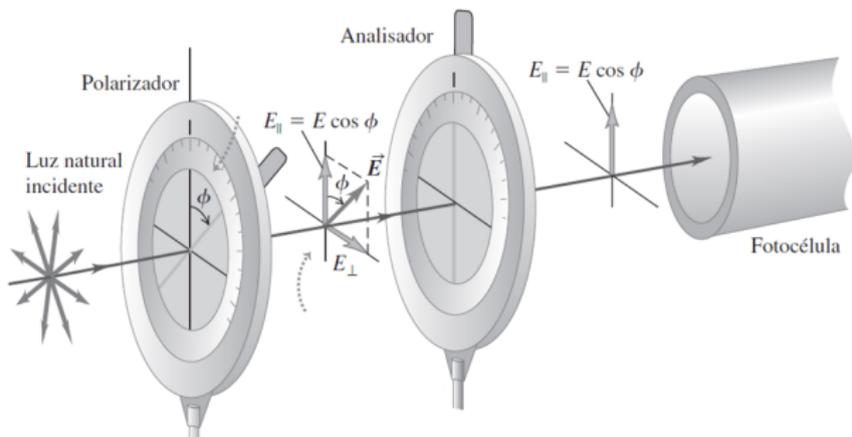
Usando filtros polarizadores

- ▶ Somente a componente paralelo, com amplitude $E_{\parallel} = E \cos \phi$, será transmitido pelo analisador.
- ▶ Como a razão $\frac{E_{\parallel}}{E} = \cos \phi$ e a intensidade de uma onda é proporcional ao quadrado da amplitude.



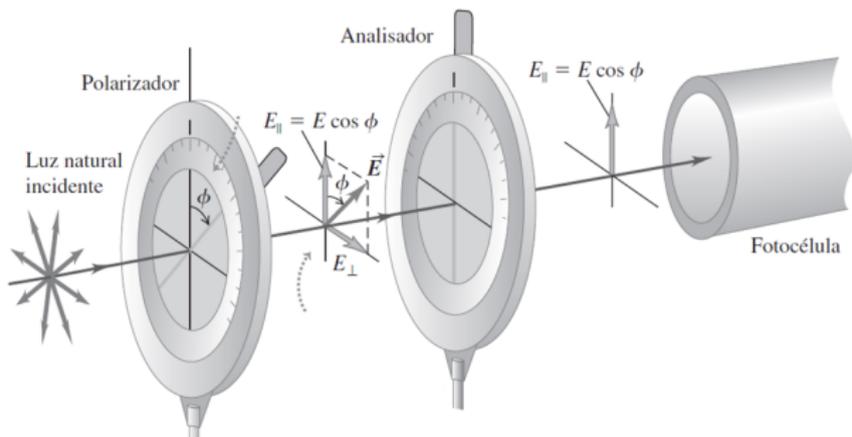
Usando filtros polarizadores

- ▶ Somente a componente paralelo, com amplitude $E_{\parallel} = E \cos \phi$, será transmitido pelo analisador.
- ▶ Como a razão $\frac{E_{\parallel}}{E} = \cos \phi$ e a intensidade de uma onda é proporcional ao quadrado da amplitude.
- ▶ A intensidade da luz que emerge do analisador será: $I = I_{max} \cos^2 \phi$ (Lei de Malus).



Usando filtros polarizadores

- ▶ Somente a componente paralelo, com amplitude $E_{\parallel} = E \cos \phi$, será transmitido pelo analisador.
- ▶ Como a razão $\frac{E_{\parallel}}{E} = \cos \phi$ e a intensidade de uma onda é proporcional ao quadrado da amplitude.
- ▶ A intensidade da luz que emerge do analisador será: $I = I_{max} \cos^2 \phi$ (Lei de Malus).
- ▶ I_{max} e a intensidade máxima da luz transmitida (para $\phi = 0$)

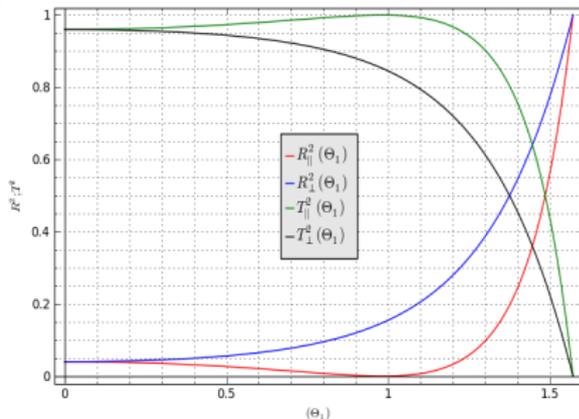
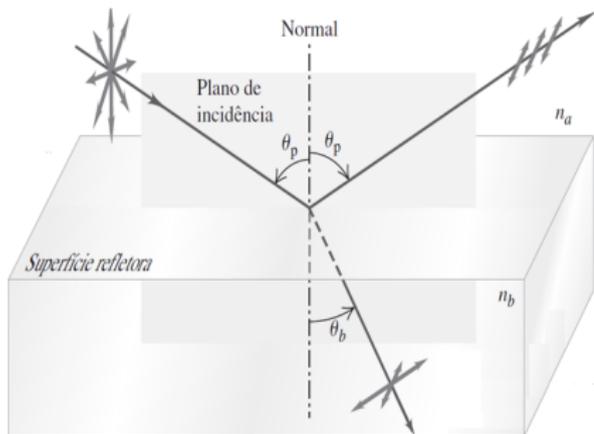


Polarização por reflexão

- ▶ **A luz não-polarizada pode ser parcial ou totalmente polarizada por meio da reflexão.**

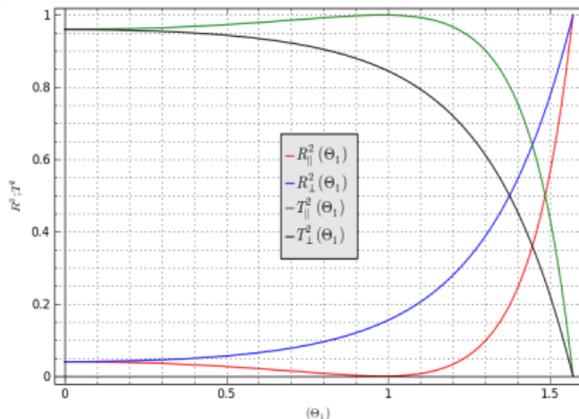
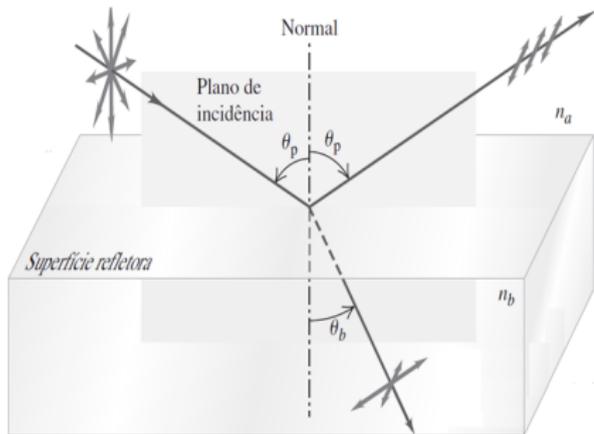
Polarização por reflexão

- ▶ A luz não-polarizada pode ser parcial ou totalmente polarizada por meio da reflexão.
- ▶ No ângulo de polarização θ_p (incidência), \vec{E}_{\parallel} ao plano de incidência é totalmente refratados e \vec{E}_{\perp} é parcialmente refletido e refratado.



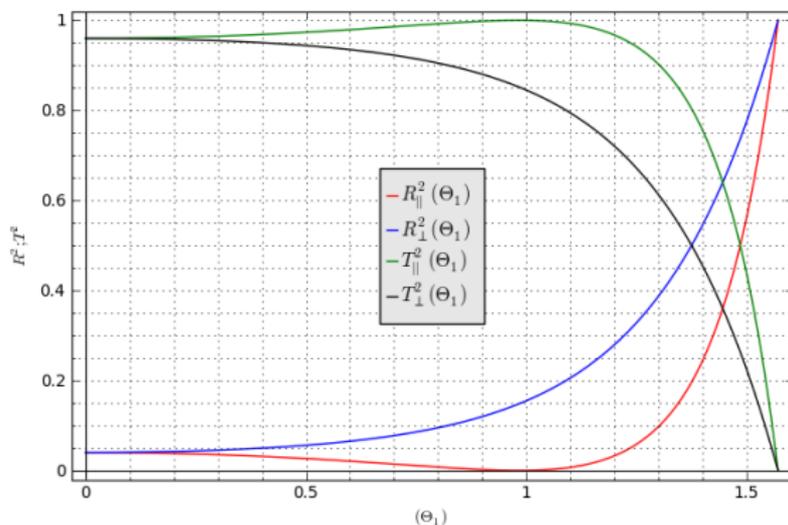
Polarização por reflexão

- ▶ A luz não-polarizada pode ser parcial ou totalmente polarizada por meio da reflexão.
- ▶ No ângulo de polarização θ_p (incidência), \vec{E}_{\parallel} ao plano de incidência é totalmente refratados e \vec{E}_{\perp} é parcialmente refletido e refratado.
- ▶ A luz refletida e totalmente polarizada em um plano perpendicular ao plano de incidência.



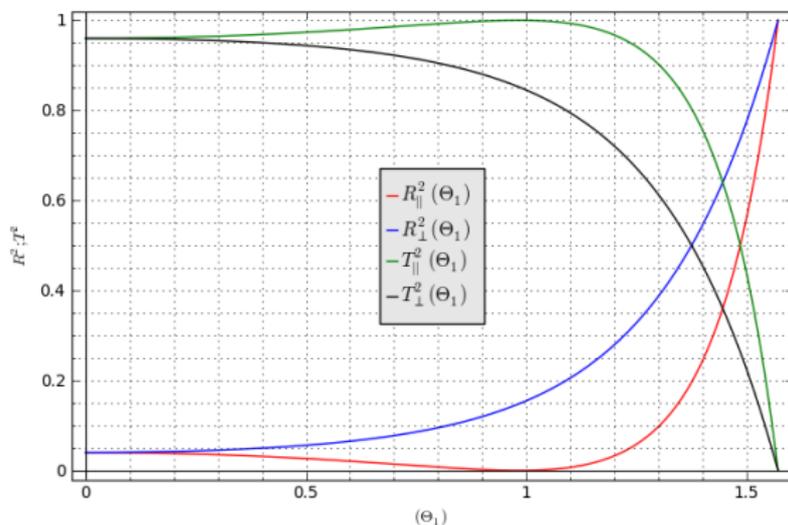
Polarização por reflexão

- ▶ A luz não-polarizada pode ser parcial ou totalmente polarizada por meio da reflexão.
- ▶ No ângulo de polarização θ_p (incidência), \vec{E}_{\parallel} ao plano de incidência é totalmente refratado e \vec{E}_{\perp} é parcialmente refletido e refratado.
- ▶ A luz refletida é totalmente polarizada em um plano perpendicular ao plano de incidência.



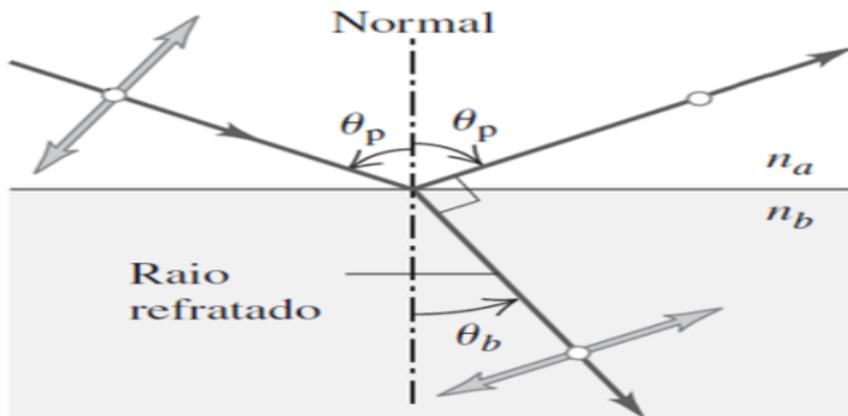
Polarização por reflexão

- ▶ A luz não-polarizada pode ser parcial ou totalmente polarizada por meio da reflexão.
- ▶ No ângulo de polarização θ_p (incidência), \vec{E}_{\parallel} ao plano de incidência é totalmente refratado e \vec{E}_{\perp} é parcialmente refletido e refratado.
- ▶ A luz refletida é totalmente polarizada em um plano perpendicular ao plano de incidência.



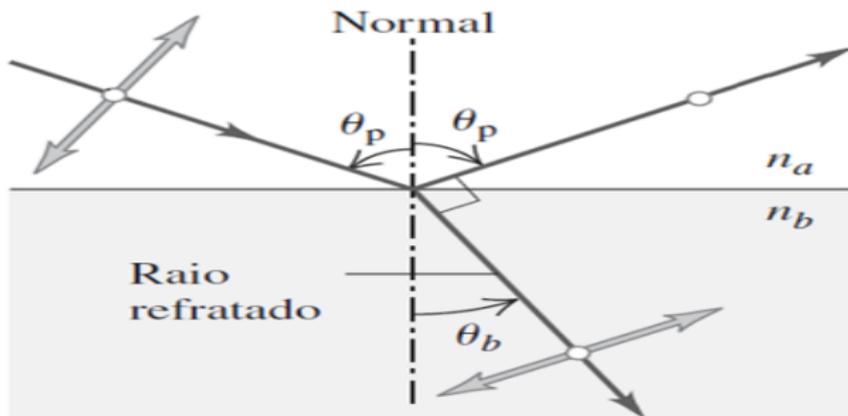
Polarização por reflexão

- ▶ sir David Brewster descobriu que: quando $\theta_i = \theta_p$ o raio refletido é perpendicular ao raio refratado.



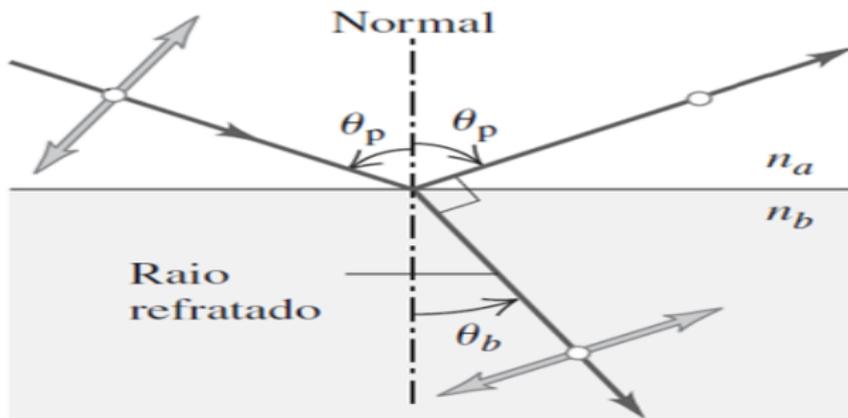
Polarização por reflexão

- ▶ sir David Brewster descobriu que: quando $\theta_i = \theta_p$ o raio refletido é perpendicular ao raio refratado.
- ▶ O ângulo de refração θ_b torna-se igual ao complemento de θ_p . $\theta_b = 90^\circ - \theta_p$



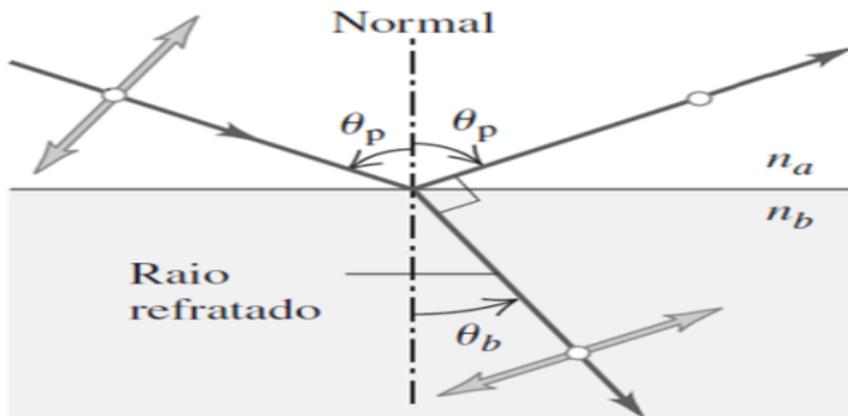
Polarização por reflexão

- ▶ sir David Brewster descobriu que: quando $\theta_i = \theta_p$ o raio refletido é perpendicular ao raio refratado.
- ▶ O ângulo de refração θ_b torna-se igual ao complemento de θ_p . $\theta_b = 90^\circ - \theta_p$
- ▶ Da lei da Snell, $n_a \sin \theta_p = n_b \sin \theta_b = n_b \sin(90^\circ - \theta_p) = n_b \cos \theta_p$



Polarização por reflexão

- ▶ sir David Brewster descobriu que: quando $\theta_i = \theta_p$ o raio refletido é perpendicular ao raio refratado.
- ▶ O ângulo de refração θ_b torna-se igual ao complemento de θ_p . $\theta_b = 90^\circ - \theta_p$
- ▶ Da lei da Snell, $n_a \sin \theta_p = n_b \sin \theta_b = n_b \sin(90^\circ - \theta_p) = n_b \cos \theta_p$
- ▶ $\tan \theta_p = \frac{n_b}{n_a}$. (Lei de Brewster)



- ▶ **A lei de Snell foi descoberta experimentalmente, muito tempo antes da natureza ondulatória da luz ser comprovada.**

└ Princípio de Huygens

- ▶ A lei de Snell foi descoberta experimentalmente, muito tempo antes da natureza ondulatória da luz ser comprovada.
- ▶ O princípio de Huygens é um método geométrico para determinar, a partir de uma forma conhecida de uma frente de onda em t , a forma da frente de onda em $t + \Delta t$.

- ▶ A lei de Snell foi descoberta experimentalmente, muito tempo antes da natureza ondulatória da luz ser comprovada.
- ▶ O princípio de Huygens é um método geométrico para determinar, a partir de uma forma conhecida de uma frente de onda em t , a forma da frente de onda em $t + \Delta t$.
- ▶ Todos os pontos de uma frente de onda podem ser considerados fontes de ondas secundárias que se espalham em todas as direções com uma velocidade igual a velocidade de propagação da onda.

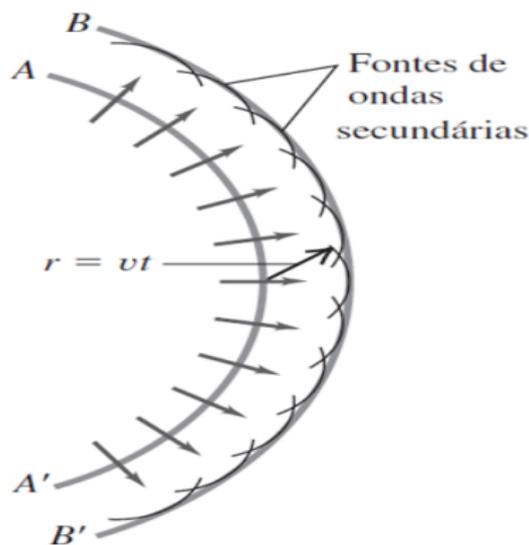
└ Princípio de Huygens

- ▶ **Todos os pontos de uma frente de onda podem ser considerados fontes de ondas secundárias que se espalham em todas as direções com uma velocidade igual a velocidade de propagação da onda.**

- ▶ **A nova frente de onda em $t + \Delta t$ é obtida traçando a envoltória das ondas secundárias.**

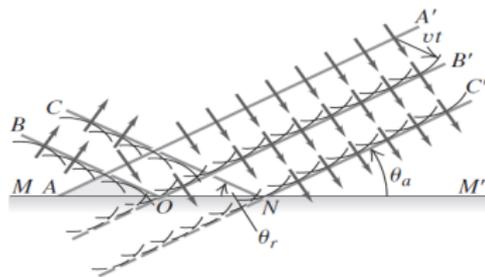
Princípio de Huygens

- ▶ Todos os pontos de uma frente de onda podem ser considerados fontes de ondas secundárias que se espalham em todas as direções com uma velocidade igual a velocidade de propagação da onda.
- ▶ A nova frente de onda em $t + \Delta t$ é obtida traçando a envoltória das ondas secundárias.
- ▶ Consideramos que a velocidade v seja a mesma em todos os pontos e em todas as direções.



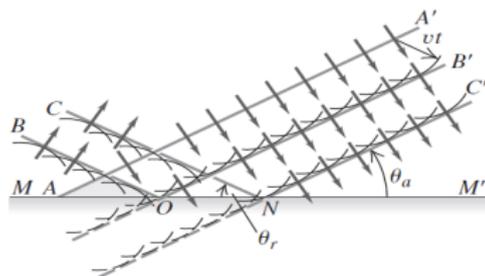
A reflexão e o princípio de Huygens

- Considere uma onda plana aproximando-se de uma superfície refletora plana.



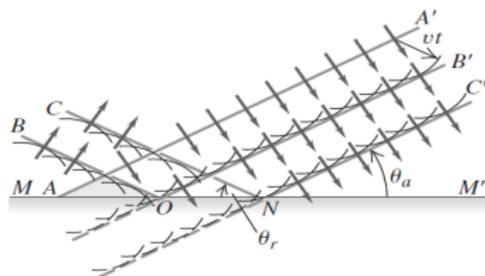
A reflexão e o princípio de Huygens

- ▶ Considere uma onda plana aproximando-se de uma superfície refletora plana.
- ▶ As linhas AA' , OB' e NC' : posições sucessivas da onda que se aproximam da superfície MM' .



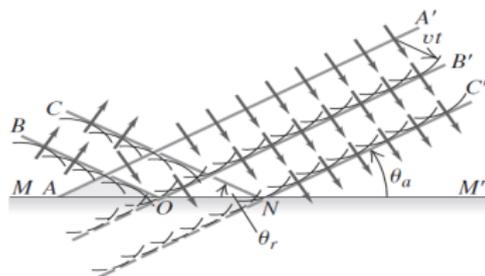
A reflexão e o princípio de Huygens

- ▶ Considere uma onda plana aproximando-se de uma superfície refletora plana.
- ▶ As linhas AA' , OB' e NC' : posições sucessivas da onda que se aproximam da superfície MM' .



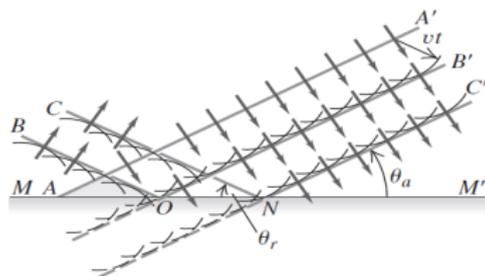
A reflexão e o princípio de Huygens

- ▶ Considere uma onda plana aproximando-se de uma superfície refletora plana.
- ▶ As linhas AA' , OB' e NC' : posições sucessivas da onda que se aproximam da superfície MM' .
- ▶ As onda secundárias que se originam na extremidade superior de AA' espalham-se ate encontrar o obstáculo, e a envoltória dessas ondas fornece o segmento OB' da nova frente de onda.
- ▶ Em vez disso, essas ondas secundárias atingem a superfície refletora.



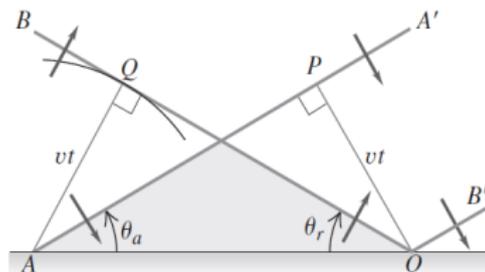
A reflexão e o princípio de Huygens

- ▶ Considere uma onda plana aproximando-se de uma superfície refletora plana.
- ▶ As linhas AA' , OB' e NC' : posições sucessivas da onda que se aproximam da superfície MM' .
- ▶ As onda secundárias que se originam na extremidade superior de AA' espalham-se ate encontrar o obstáculo, e a envoltória dessas ondas fornece o segmento OB' da nova frente de onda.
- ▶ Em vez disso, essas ondas secundárias atingem a superfície refletora.



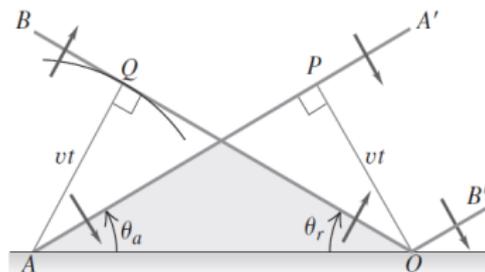
A reflexão e o princípio de Huygens

- ▶ A primeira dessas ondas secundárias está centralizada no ponto A a envoltória das ondas secundárias que retornam e o segmento OB da frente de onda.



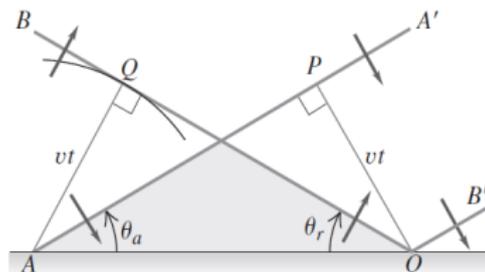
A reflexão e o princípio de Huygens

- ▶ A primeira dessas ondas secundárias está centralizada no ponto A a envoltória das ondas secundárias que retornam e o segmento OB da frente de onda.



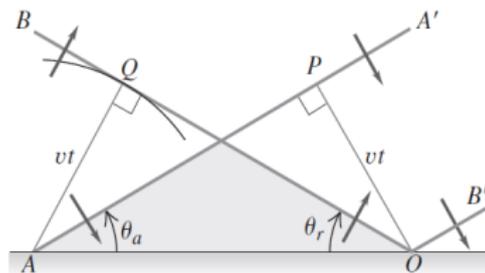
A reflexão e o princípio de Huygens

- ▶ A primeira dessas ondas secundárias esta centralizada no ponto A a envoltória das ondas secundárias que retornam e o segmento OB da frente de onda.
- ▶ De O desenhamos $OP = vt$, perpendicular a AA' . O segmento OB , é tangente ao círculo vt com centro em A .



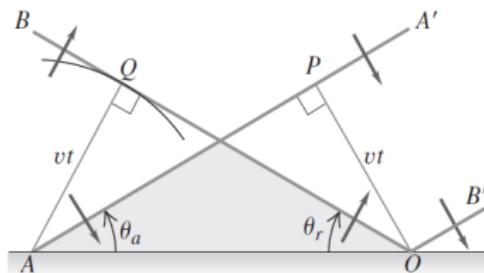
A reflexão e o princípio de Huygens

- ▶ A primeira dessas ondas secundárias esta centralizada no ponto A a envoltória das ondas secundárias que retornam e o segmento OB da frente de onda.
- ▶ De O desenhamos $OP = vt$, perpendicular a AA' . O segmento OB , é tangente ao círculo vt com centro em A .
- ▶ Os triângulos APO e OQA são congruentes porque são triângulos retângulos.



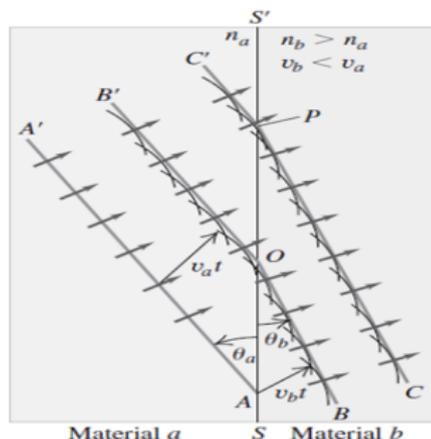
A reflexão e o princípio de Huygens

- ▶ A primeira dessas ondas secundárias está centralizada no ponto A a envoltória das ondas secundárias que retornam e o segmento OB da frente de onda.
- ▶ De O desenhamos $OP = vt$, perpendicular a AA' . O segmento OB , é tangente ao círculo vt com centro em A .
- ▶ Os triângulos APO e OQA são congruentes porque são triângulos retângulos.
- ▶ Concluimos que $\theta_a = \theta_r$, (lei da reflexão).



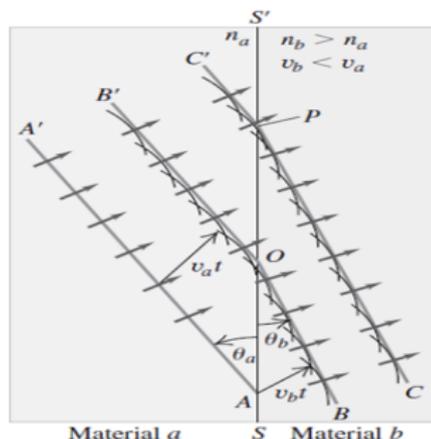
A refração e o princípio de Huygens

- Considere uma frente de onda plana, representada pela linha reta AA' , na qual o ponto A acaba de incidir sobre a interface SS' entre os dois materiais a e b .



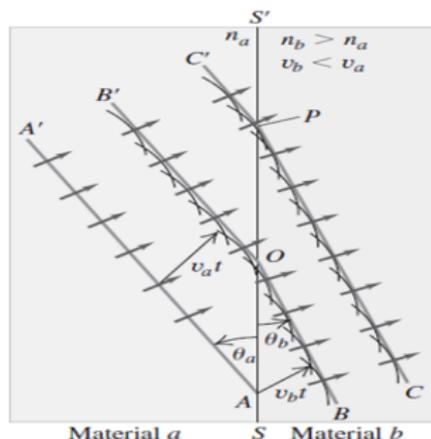
A refração e o princípio de Huygens

- ▶ Considere uma frente de onda plana, representada pela linha reta AA' , na qual o ponto A acaba de incidir sobre a interface SS' entre os dois materiais a e b .
- ▶ Estes possuem índices de refração n_a e n_b e velocidades das ondas são v_a e v_b .



A refração e o princípio de Huygens

- ▶ Considere uma frente de onda plana, representada pela linha reta AA' , na qual o ponto A acaba de incidir sobre a interface SS' entre os dois materiais a e b .
- ▶ Estes possuem índices de refração n_a e n_b e velocidades das ondas são v_a e v_b .
- ▶ Usando os pontos da reta AA' como centros, desenhamos diversas ondas secundárias.

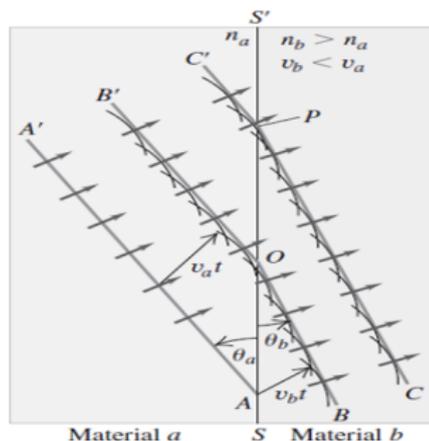


└ Princípio de Huygens

A refração e o princípio de Huygens

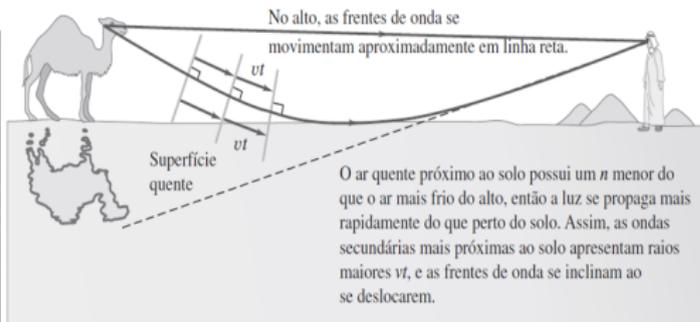
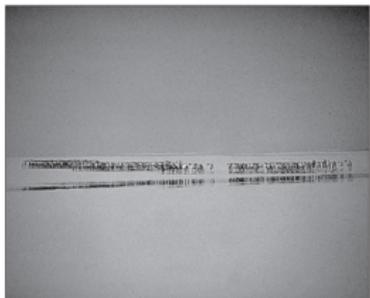
- ▶ Considere uma frente de onda plana, representada pela linha reta AA' , na qual o ponto A acaba de incidir sobre a interface SS' entre os dois materiais a e b .
- ▶ Estes possuem índices de refração n_a e n_b e velocidades das ondas são v_a e v_b .
- ▶ Usando os pontos da reta AA' como centros, desenhamos diversas ondas secundárias.
- ▶ Observando os triângulos AOQ e AOB , temos:

$$\sin \theta_a = \frac{v_a t}{AO} ; \quad \sin \theta_b = \frac{v_b t}{AO}$$



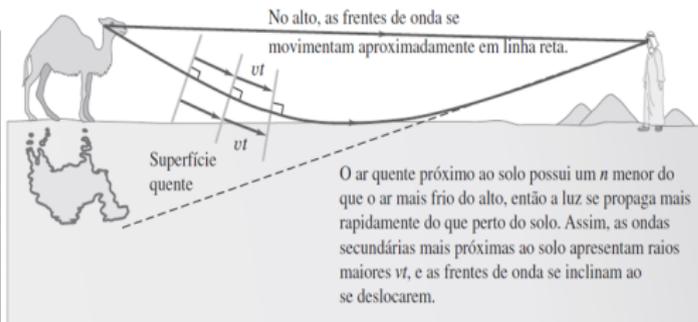
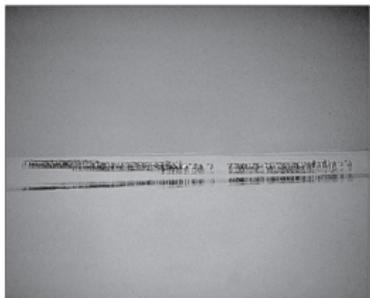
Miragens

- ▶ A miragem é um interessante exemplo do emprego do princípio de Huygens.



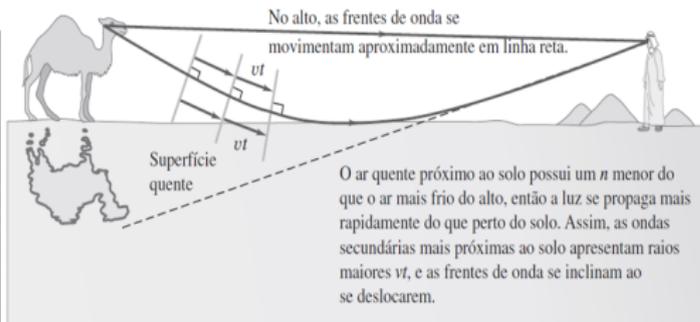
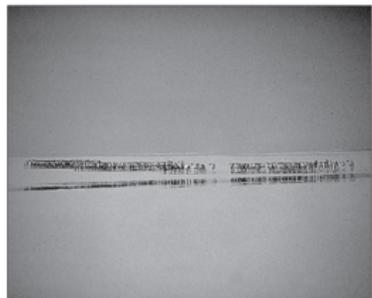
Miragens

- ▶ A miragem é um interessante exemplo do emprego do princípio de Huygens.
- ▶ Quando os raios solares aquecem uma superfície, forma-se nos arredores desta uma camada quente, menos densa, com índice de refração n menor do que o índice de refração da camada superior.

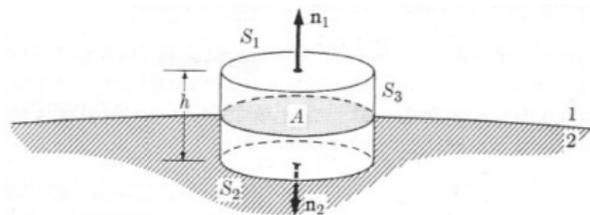


Miragens

- ▶ A miragem é um interessante exemplo do emprego do princípio de Huygens.
- ▶ Quando os raios solares aquecem uma superfície, forma-se nos arredores desta uma camada quente, menos densa, com índice de refração n menor do que o índice de refração da camada superior.
- ▶ A velocidade da luz nessas áreas da superfície é ligeiramente maior do que nas vizinhanças da camada superior, e as ondas secundárias de Huygens possuem raios um pouco maiores, de modo que as frentes de onda se inclinam levemente e os raios que se aproximam da superfície com ângulos de incidência elevados (próximos de 90°) curvam-se para cima.



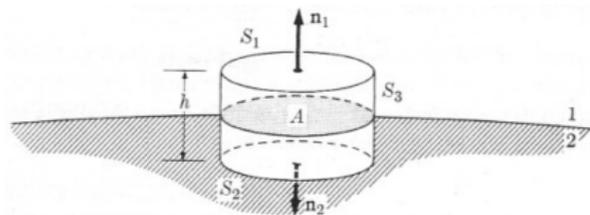
Condições de Contorno na Interface entre dois meios



Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios

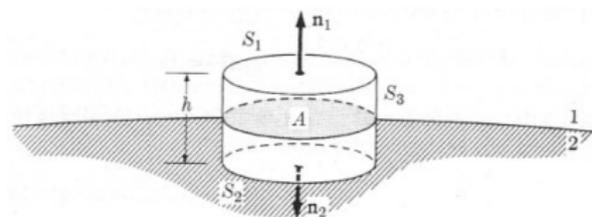


Lei de Gauss do Magnetismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\int \vec{B} \cdot \hat{n}_1 da + \int \vec{B} \cdot \hat{n}_2 da + \int \vec{B} \cdot \hat{n}_3 da = 0$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios

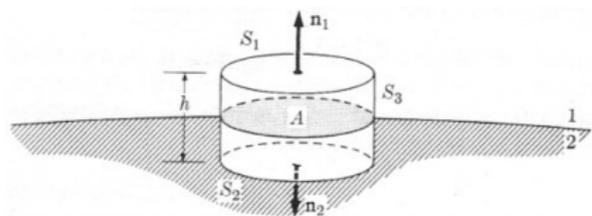


$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\int \vec{B} \cdot \hat{n}_1 da + \int \vec{B} \cdot \hat{n}_2 da + \int \vec{B} \cdot \hat{n}_3 da = 0$$

$$(\vec{B} \cdot \hat{n}_1 - \vec{B} \cdot \hat{n}_2)\pi R^2 + \vec{B} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h = 0$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios



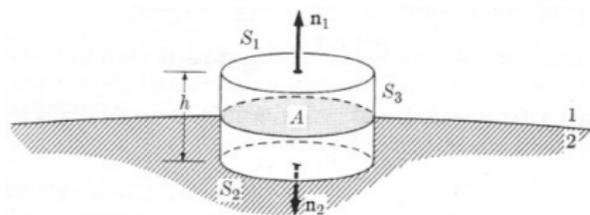
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\int \vec{B} \cdot \hat{n}_1 da + \int \vec{B} \cdot \hat{n}_2 da + \int \vec{B} \cdot \hat{n}_3 da = 0$$

$$(\vec{B} \cdot \hat{n}_1 - \vec{B} \cdot \hat{n}_2)\pi R^2 + \vec{B} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h = 0$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} [(\vec{B} \cdot \hat{n}_1 - \vec{B} \cdot \hat{n}_2)\pi R^2 + \vec{B} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h = 0]$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

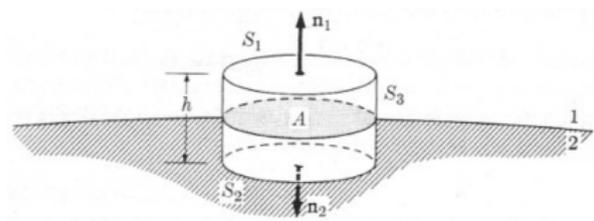
$$\int \vec{B} \cdot \hat{n}_1 da + \int \vec{B} \cdot \hat{n}_2 da + \int \vec{B} \cdot \hat{n}_3 da = 0$$

$$(\vec{B} \cdot \hat{n}_1 - \vec{B} \cdot \hat{n}_2)\pi R^2 + \vec{B} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h = 0$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} [(\vec{B} \cdot \hat{n}_1 - \vec{B} \cdot \hat{n}_2)\pi R^2 + \vec{B} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h = 0]$$

$$B_{n1} = B_{n2}$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios

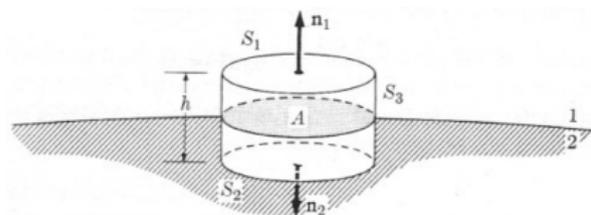


$$B_{1n} = B_{2n}$$

Lei de Gauss do Eletricidade

$$\oint \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{liq}$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios



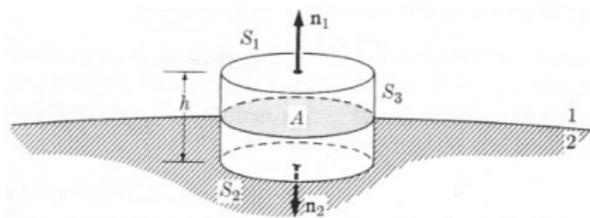
$$B_{1n} = B_{2n}$$

Lei de Gauss do Eletricidade

$$\oint \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{liq}$$

$$(\epsilon_1 \vec{E} \cdot \hat{n}_1 - \epsilon_2 \vec{E} \cdot \hat{n}_2) \pi R^2 + \epsilon_1 \vec{E} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h / 2 + \epsilon_2 \vec{E} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h / 2 = \rho * \pi R^2 h$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios



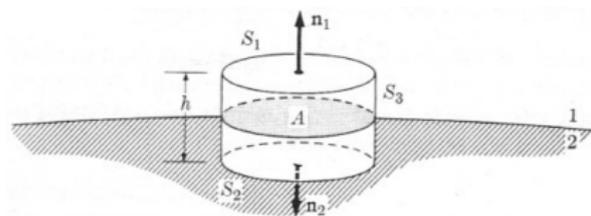
$$B_{1n} = B_{2n}$$

$$\oint \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{liq}$$

$$(\epsilon_1 \vec{E} \cdot \hat{n}_1 - \epsilon_2 \vec{E} \cdot \hat{n}_2) \pi R^2 + \epsilon_1 \vec{E} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h / 2 + \epsilon_2 \vec{E} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h / 2 = \rho * \pi R^2 h$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} [(\epsilon_1 \vec{E} \cdot \hat{n}_1 - \epsilon_2 \vec{E} \cdot \hat{n}_2) \pi R^2 + \epsilon_1 \vec{E} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h / 2 + \epsilon_2 \vec{E} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h / 2] = \rho * \pi R^2 h$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios



$$B_{1n} = B_{2n}$$

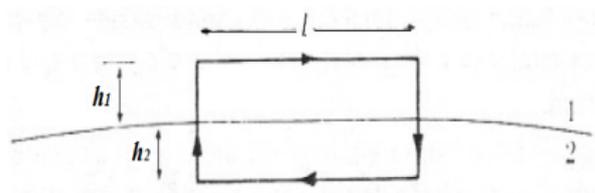
$$\oint \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{liq}$$

$$(\epsilon_1 \vec{E} \cdot \hat{n}_1 - \epsilon_2 \vec{E} \cdot \hat{n}_2) \pi R^2 + \epsilon_1 \vec{E} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h / 2 + \epsilon_2 \vec{E} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h / 2 = \rho * \pi R^2 h$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} [(\epsilon_1 \vec{E} \cdot \hat{n}_1 - \epsilon_2 \vec{E} \cdot \hat{n}_2) \pi R^2 + \epsilon_1 \vec{E} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h / 2 + \epsilon_2 \vec{E} \cdot \hat{n}_3 2\pi R h / 2] = \rho * \pi R^2 h$$

$$\epsilon_1 E_{n1} = \epsilon_2 E_{n2}$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios



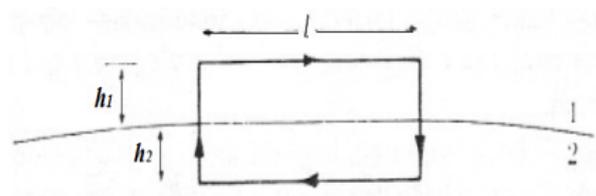
$$B_{1n} = B_{2n}$$

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$

Lei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios



$$B_{1n} = B_{2n}$$

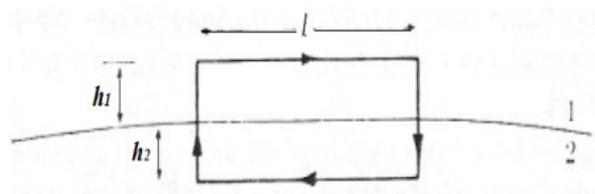
$$\epsilon_1 E_{1t} = \epsilon_2 E_{2t}$$

Lei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$lE_{1t} - lE_{2t} + h_1 E_{1n} + h_2 E_{2n} - h_1 E'_{1n} - h_2 E'_{2n} = -\frac{d(lh_1 B_{1\perp} + lh_2 B_{2\perp})}{dt}$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios



$$B_{1n} = B_{2n}$$

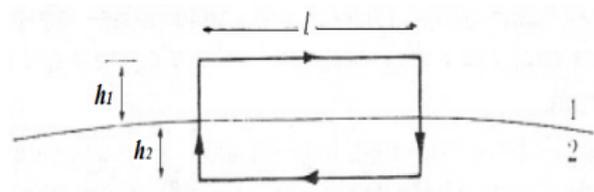
$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$|E_{1t} - E_{2t} + h_1 E_{1n} + h_2 E_{2n} - h_1 E'_{1n} - h_2 E'_{2n}| = -\frac{d(lh_1 B_{1\perp} + lh_2 B_{2\perp})}{dt}$$

$$\lim_{h_1, h_2 \rightarrow 0} \left[|E_{1t} - E_{2t} + h_1 E_{1n} + h_2 E_{2n} - h_1 E'_{1n} - h_2 E'_{2n}| = -\frac{d(lh_1 B_{1\perp} + lh_2 B_{2\perp})}{dt} \right]$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios



$$B_{1n} = B_{2n}$$

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$

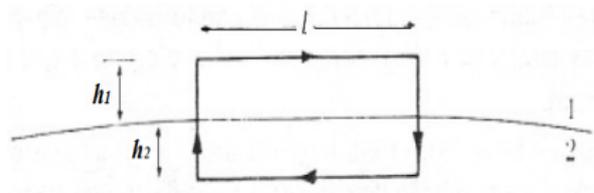
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$|E_{1t}| - |E_{2t}| + h_1 E_{1n} + h_2 E_{2n} - h_1 E'_{1n} - h_2 E'_{2n} = -\frac{d(lh_1 B_{1\perp} + lh_2 B_{2\perp})}{dt}$$

$$\lim_{h_1, h_2 \rightarrow 0} \left[|E_{1t}| - |E_{2t}| + h_1 E_{1n} + h_2 E_{2n} - h_1 E'_{1n} - h_2 E'_{2n} = -\frac{d(lh_1 B_{1\perp} + lh_2 B_{2\perp})}{dt} \right]$$

$$E_{1t} = E_{2t}$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios



$$B_{1n} = B_{2n}$$

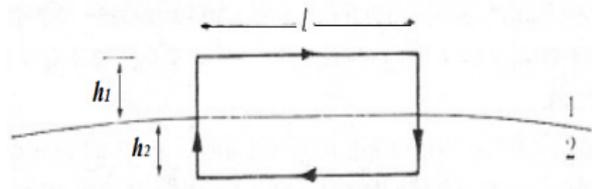
$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$

$$E_{1t} = E_{2t}$$

Lei de Ampere-Maxwell

$$\oint \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = \left(I_c + \frac{d\Phi_{\epsilon E}}{dt} \right)_{\text{inte}}$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios



$$B_{1n} = B_{2n}$$

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$

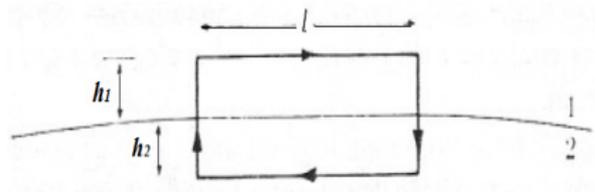
$$E_{1t} = E_{2t}$$

Lei de Ampere-Maxwell

$$\oint \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = \left(I_c + \frac{d\Phi_{\epsilon E}}{dt} \right)_{\text{inte}}$$

$$l \frac{B_{1t}}{\mu_1} - l \frac{B_{2t}}{\mu_2} + h_1 \frac{B_{1n}}{\mu_1} + h_2 \frac{B_{2n}}{\mu_2} - h_1 \frac{B'_{1n}}{\mu_1} - h_2 \frac{B'_{2n}}{\mu_2} = - \frac{d(lh_1 \epsilon_1 E_{1\perp} + lh_2 \epsilon_2 E_{2\perp})}{dt}$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios



$$B_{1n} = B_{2n}$$

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$

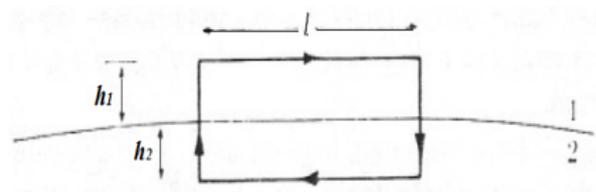
$$E_{1t} = E_{2t}$$

$$\oint \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = \left(I_c + \frac{d\Phi_{\epsilon E}}{dt} \right)_{\text{inte}}$$

$$l \frac{B_{1t}}{\mu_1} - l \frac{B_{2t}}{\mu_2} + h_1 \frac{B_{1n}}{\mu_1} + h_2 \frac{B_{2n}}{\mu_2} - h_1 \frac{B'_{1n}}{\mu_1} - h_2 \frac{B'_{2n}}{\mu_2} = - \frac{d(lh_1\epsilon_1 E_{1\perp} + lh_2\epsilon_2 E_{2\perp})}{dt}$$

$$\lim_{h_1, h_2 \rightarrow 0} \left[l \frac{B_{1t}}{\mu_1} - l \frac{B_{2t}}{\mu_2} + h_1 \frac{B_{1n}}{\mu_1} + h_2 \frac{B_{2n}}{\mu_2} - h_1 \frac{B'_{1n}}{\mu_1} - h_2 \frac{B'_{2n}}{\mu_2} \right] = - \frac{d(lh_1\epsilon_1 E_{1\perp} + lh_2\epsilon_2 E_{2\perp})}{dt}$$

Condições de Contorno na Interface entre dois meios



$$B_{1n} = B_{2n}$$

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$

$$E_{1t} = E_{2t}$$

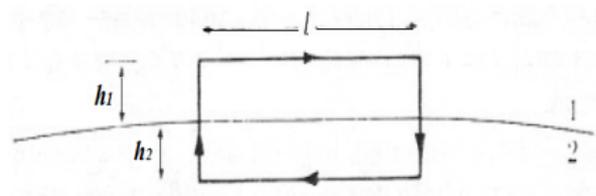
$$\oint \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = \left(I_c + \frac{d\Phi_{\epsilon E}}{dt} \right)_{\text{inte}}$$

$$l \frac{B_{1t}}{\mu_1} - l \frac{B_{2t}}{\mu_2} + h_1 \frac{B_{1n}}{\mu_1} + h_2 \frac{B_{2n}}{\mu_2} - h_1 \frac{B'_{1n}}{\mu_1} - h_2 \frac{B'_{2n}}{\mu_2} = - \frac{d(lh_1\epsilon_1 E_{1\perp} + lh_2\epsilon_2 E_{2\perp})}{dt}$$

$$\lim_{h_1, h_2 \rightarrow 0} \left[l \frac{B_{1t}}{\mu_1} - l \frac{B_{2t}}{\mu_2} + h_1 \frac{B_{1n}}{\mu_1} + h_2 \frac{B_{2n}}{\mu_2} - h_1 \frac{B'_{1n}}{\mu_1} - h_2 \frac{B'_{2n}}{\mu_2} \right] = - \frac{d(lh_1\epsilon_1 E_{1\perp} + lh_2\epsilon_2 E_{2\perp})}{dt}$$

$$\frac{B_{1t}}{\mu_1} = \frac{B_{2t}}{\mu_2}$$

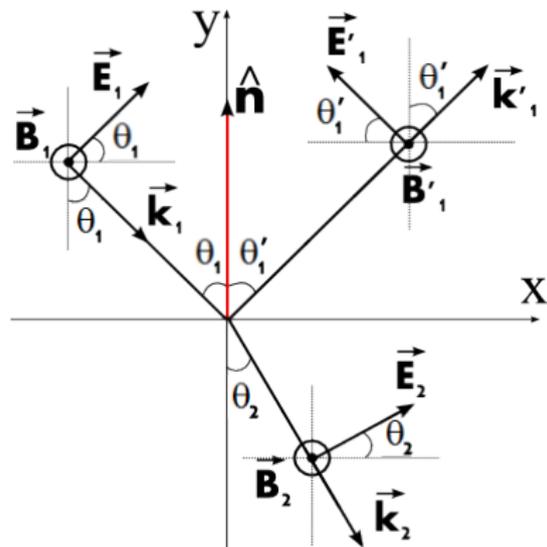
Condições de Contorno na Interface entre dois meios



$$\begin{aligned}
 B_{1n} &= B_{2n} \\
 \frac{B_{1t}}{\mu_1} &= \frac{B_{2t}}{\mu_2} \\
 \epsilon_1 E_{1n} &= \epsilon_2 E_{2n} \\
 E_{1t} &= E_{2t}
 \end{aligned}$$

Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$



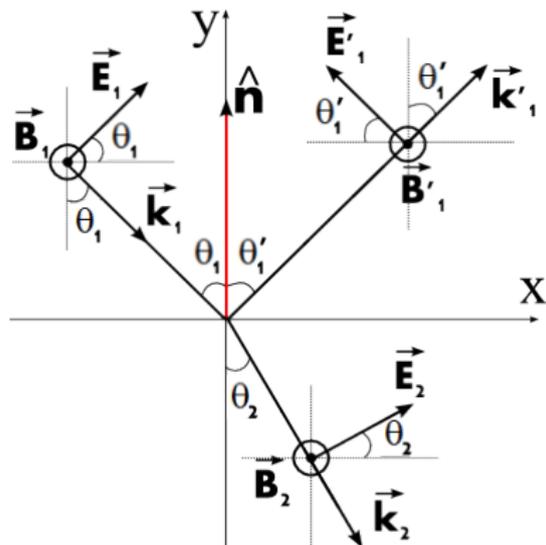
Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} e^{-i(\omega_1 t + \vec{k}_1 \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{E}'_1(\vec{r}, t) = \vec{E}'_{01} e^{-i(\omega'_1 t + \vec{k}'_1 \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02} e^{-i(\omega_2 t + \vec{k}_2 \cdot \vec{r})}$$

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$



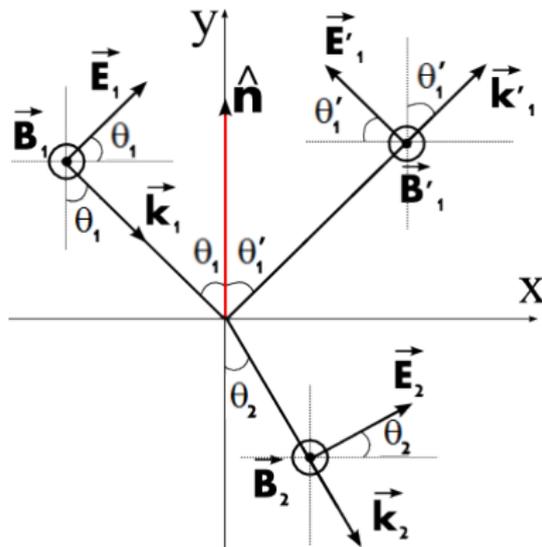
Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} e^{-i(\omega_1 t + \vec{k}_1 \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{E}'_1(\vec{r}, t) = \vec{E}'_{01} e^{-i(\omega'_1 t + \vec{k}'_1 \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02} e^{-i(\omega_2 t + \vec{k}_2 \cdot \vec{r})}$$

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$



$$\epsilon_1 (\vec{E}_{01} e^{-i(\omega_1 t + \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} + \vec{E}'_{01} e^{-i(\omega'_1 t + \vec{k}'_1 \cdot \vec{r})}) \cdot \hat{j} = \epsilon_2 (\vec{E}_{02} e^{-i(\omega_2 t + \vec{k}_2 \cdot \vec{r})}) \cdot \hat{j}$$

Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

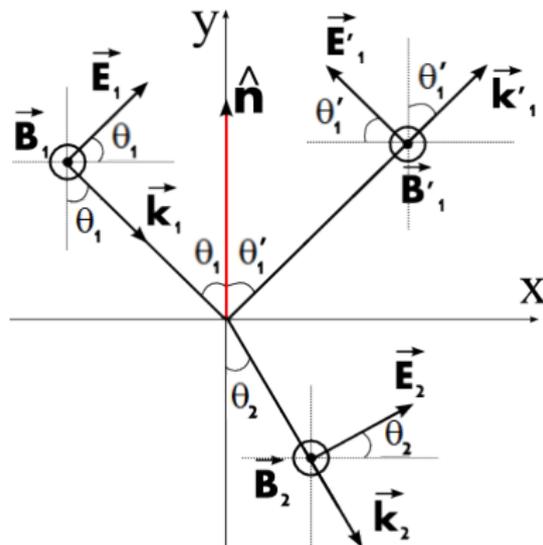
$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} e^{-i(\omega_1 t + \vec{k}_1 \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{E}'_1(\vec{r}, t) = \vec{E}'_{01} e^{-i(\omega'_1 t + \vec{k}'_1 \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02} e^{-i(\omega_2 t + \vec{k}_2 \cdot \vec{r})}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_1(\vec{E}_{01} + \vec{E}'_{01}) \cdot \hat{j} &= \epsilon_2(\vec{E}_{02}) \cdot \hat{j} \\ (\omega_1 t + \vec{k}_1 \cdot \vec{r})_{x=0} &= (\omega'_1 t + \vec{k}'_1 \cdot \vec{r})_{x=0} \\ &= (\omega_2 t + \vec{k}_2 \cdot \vec{r})_{x=0} \end{aligned}$$

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$



Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} e^{-i(\omega_1 t + \vec{\kappa}_1 \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{E}'_1(\vec{r}, t) = \vec{E}'_{01} e^{-i(\omega'_1 t + \vec{\kappa}'_1 \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02} e^{-i(\omega_2 t + \vec{\kappa}_2 \cdot \vec{r})}$$

$$\epsilon_1(\vec{E}_{01} + \vec{E}'_{01}) \cdot \hat{j} = \epsilon_2(\vec{E}_{02}) \cdot \hat{j}$$

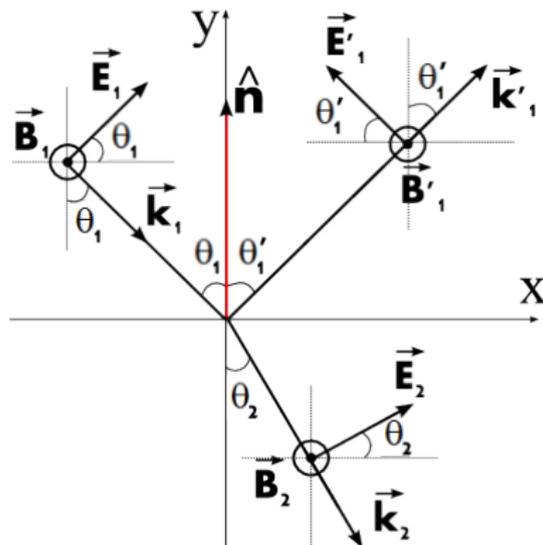
$$(\omega_1 t + \vec{\kappa}_1 \cdot \vec{r})_{x=0} = (\omega'_1 t + \vec{\kappa}'_1 \cdot \vec{r})_{x=0}$$

$$= (\omega_2 t + \vec{\kappa}_2 \cdot \vec{r})_{x=0}$$

$$\omega_1 = \omega'_1 = \omega_2$$

$$(\vec{\kappa}_1 \cdot \vec{r})_{x=0} = (\vec{\kappa}'_1 \cdot \vec{r})_{x=0} = (\vec{\kappa}_2 \cdot \vec{r})_{x=0}$$

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$



Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} e^{-i(\omega_1 t + \vec{\kappa}_1 \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{E}'_1(\vec{r}, t) = \vec{E}'_{01} e^{-i(\omega'_1 t + \vec{\kappa}'_1 \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02} e^{-i(\omega_2 t + \vec{\kappa}_2 \cdot \vec{r})}$$

$$\epsilon_1(\vec{E}_{01} + \vec{E}'_{01}) \cdot \hat{j} = \epsilon_2(\vec{E}_{02}) \cdot \hat{j}$$

$$\vec{E}_{01} = a_1 \hat{k} + b_1 \cos \theta_1 \hat{i} + b_1 \sin \theta_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}'_{01} = a'_1 \hat{k} - b'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} + b'_1 \sin \theta'_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}_{02} = a_2 \hat{k} + b_2 \cos \theta_2 \hat{i} + b_2 \sin \theta_2 \hat{j}$$

$$(\vec{\kappa}_1 \cdot \vec{r})_{x=0} = (\vec{\kappa}'_1 \cdot \vec{r})_{x=0} = (\vec{\kappa}_2 \cdot \vec{r})_{x=0}$$

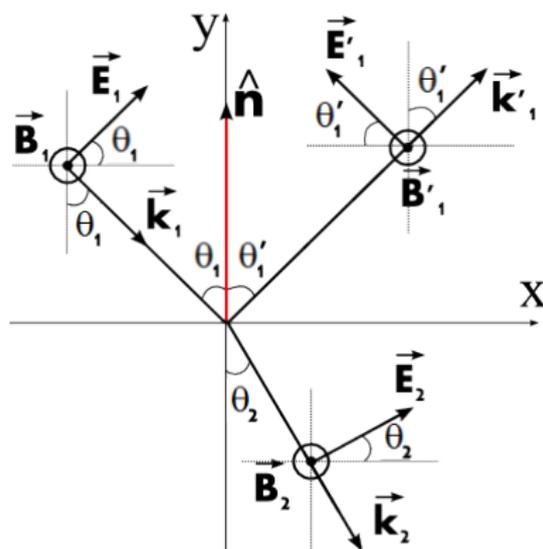
$$\vec{r} = x \hat{i} + z \hat{k}$$

$$\vec{\kappa}_1 = \kappa_1 (\sin \theta_1 \hat{i} - \cos \theta_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}'_1 = \kappa'_1 (\sin \theta'_1 \hat{i} + \cos \theta'_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}_2 = \kappa_2 (\sin \theta_2 \hat{i} - \cos \theta_2 \hat{j})$$

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$



Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\begin{aligned} \epsilon_1(\vec{E}_{01} + \vec{E}'_{01}) \cdot \hat{j} &= \epsilon_2(\vec{E}_{02}) \cdot \hat{j} \\ \vec{E}_{01} &= a_1 \hat{k} + b_1 \cos \theta_1 \hat{i} + b_1 \sin \theta_1 \hat{j} \\ \vec{E}'_{01} &= a'_1 \hat{k} - b'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} + b'_1 \sin \theta'_1 \hat{j} \\ \vec{E}_{02} &= a_2 \hat{k} + b_2 \cos \theta_2 \hat{i} + b_2 \sin \theta_2 \hat{j} \end{aligned}$$

$$(\vec{\kappa}_1 \cdot \vec{r})_{x=0} = (\vec{\kappa}'_1 \cdot \vec{r})_{x=0} = (\vec{\kappa}_2 \cdot \vec{r})_{x=0}$$

$$\vec{r} = x \hat{i} + z \hat{k}$$

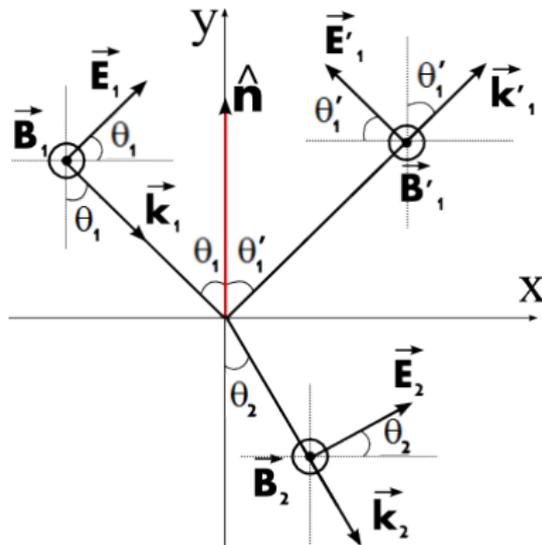
$$\vec{\kappa}_1 = \kappa_1 (\sin \theta_1 \hat{i} - \cos \theta_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}'_1 = \kappa'_1 (\sin \theta'_1 \hat{i} + \cos \theta'_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}_2 = \kappa_2 (\sin \theta_2 \hat{i} - \cos \theta_2 \hat{j})$$

$$\kappa_1 \sin \theta_1 = \kappa'_1 \sin \theta'_1 = \kappa_2 \sin \theta_2$$

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$



Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\epsilon_1(\vec{E}_{01} + \vec{E}'_{01}) \cdot \hat{j} = \epsilon_2(\vec{E}_{02}) \cdot \hat{j}$$

$$\vec{E}_{01} = a_1 \hat{k} + b_1 \cos \theta_1 \hat{i} + b_1 \sin \theta_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}'_{01} = a'_1 \hat{k} - b'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} + b'_1 \sin \theta'_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}_{02} = a_2 \hat{k} + b_2 \cos \theta_2 \hat{i} + b_2 \sin \theta_2 \hat{j}$$

$$(\vec{\kappa}_1 \cdot \vec{r})_{x=0} = (\vec{\kappa}'_1 \cdot \vec{r})_{x=0} = (\vec{\kappa}_2 \cdot \vec{r})_{x=0}$$

$$\vec{r} = x \hat{i} + z \hat{k}$$

$$\vec{\kappa}_1 = \kappa_1 (\sin \theta_1 \hat{i} - \cos \theta_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}'_1 = \kappa'_1 (\sin \theta'_1 \hat{i} + \cos \theta'_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}_2 = \kappa_2 (\sin \theta_2 \hat{i} - \cos \theta_2 \hat{j})$$

$$\kappa_1 \sin \theta_1 = \kappa'_1 \sin \theta'_1 = \kappa_2 \sin \theta_2$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_1 \sin \theta'_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\begin{aligned} \epsilon_1(\vec{E}_{01} + \vec{E}'_{01}) \cdot \hat{j} &= \epsilon_2(\vec{E}_{02}) \cdot \hat{j} \\ \vec{E}_{01} &= a_1 \hat{k} + b_1 \cos \theta_1 \hat{i} + b_1 \sin \theta_1 \hat{j} \\ \vec{E}'_{01} &= a'_1 \hat{k} - b'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} + b'_1 \sin \theta'_1 \hat{j} \\ \vec{E}_{02} &= a_2 \hat{k} + b_2 \cos \theta_2 \hat{i} + b_2 \sin \theta_2 \hat{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_1 E_{1n} &= \epsilon_2 E_{2n} \\ \theta_1 &= \theta'_1 \\ n_1 \sin \theta_1 &= n_2 \sin \theta_2 \\ \vec{\kappa}_1 &= \kappa_1 (\sin \theta_1 \hat{i} - \cos \theta_1 \hat{j}) \\ \vec{\kappa}'_1 &= \kappa'_1 (\sin \theta'_1 \hat{i} + \cos \theta'_1 \hat{j}) \\ \vec{\kappa}_2 &= \kappa_2 (\sin \theta_2 \hat{i} - \cos \theta_2 \hat{j}) \end{aligned}$$

Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\epsilon_1(b_1 + b'_1) \sin \theta_1 = \epsilon_2 b_2 \cos \theta_2$$

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$

$$\theta_1 = \theta'_1$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\vec{\kappa}_1 = \kappa_1(\sin \theta_1 \hat{i} - \cos \theta_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}'_1 = \kappa'_1(\sin \theta'_1 \hat{i} + \cos \theta'_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}_2 = \kappa_2(\sin \theta_2 \hat{i} - \cos \theta_2 \hat{j})$$

$$\vec{E}_{01} = a_1 \hat{k} + b_1 \cos \theta_1 \hat{i} + b_1 \sin \theta_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}'_{01} = a'_1 \hat{k} - b'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} + b'_1 \sin \theta'_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}_{02} = a_2 \hat{k} + b_2 \cos \theta_2 \hat{i} + b_2 \sin \theta_2 \hat{j}$$

Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\begin{aligned}\epsilon_1(b_1 + b'_1) \sin \theta_1 &= \epsilon_2 b_2 \cos \theta_2 \\ E_{1t} &= E_{2t}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \theta'_1 \\ n_1 \sin \theta_1 &= n_2 \sin \theta_2\end{aligned}$$

$$\vec{\kappa}_1 = \kappa_1(\sin \theta_1 \hat{i} - \cos \theta_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}'_1 = \kappa'_1(\sin \theta'_1 \hat{i} + \cos \theta'_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}_2 = \kappa_2(\sin \theta_2 \hat{i} - \cos \theta_2 \hat{j})$$

$$\vec{E}_{01} = a_1 \hat{k} + b_1 \cos \theta_1 \hat{i} + b_1 \sin \theta_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}'_{01} = a'_1 \hat{k} - b'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} + b'_1 \sin \theta'_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}_{02} = a_2 \hat{k} + b_2 \cos \theta_2 \hat{i} + b_2 \sin \theta_2 \hat{j}$$

$$\vec{B} = \frac{n}{c} \hat{k} \times \vec{E}$$

$$\vec{B}_{01} = \frac{n_1}{c} [b_1 \hat{k} - a_1 \cos \theta_1 \hat{i} - a_1 \sin \theta_1 \hat{j}]$$

$$\vec{B}'_{01} = \frac{n_1}{c} [b'_1 \hat{k} + a'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} - a'_1 \sin \theta'_1 \hat{j}]$$

$$\vec{B}_{02} = \frac{n_2}{c} [b_2 \hat{k} - a_2 \cos \theta_2 \hat{i} - a_2 \sin \theta_2 \hat{j}]$$

Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\epsilon_1(b_1 + b'_1) \sin \theta_1 = \epsilon_2 b_2 \cos \theta_2$$

$$(b_1 - b'_1) \sin \theta_1 = b_2 \cos \theta_2$$

$$\theta_1 = \theta'_1$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\vec{\kappa}_1 = \kappa_1(\sin \theta_1 \hat{i} - \cos \theta_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}'_1 = \kappa'_1(\sin \theta'_1 \hat{i} + \cos \theta'_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}_2 = \kappa_2(\sin \theta_2 \hat{i} - \cos \theta_2 \hat{j})$$

$$\vec{E}_{01} = a_1 \hat{k} + b_1 \cos \theta_1 \hat{i} + b_1 \sin \theta_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}'_{01} = a'_1 \hat{k} - b'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} + b'_1 \sin \theta'_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}_{02} = a_2 \hat{k} + b_2 \cos \theta_2 \hat{i} + b_2 \sin \theta_2 \hat{j}$$

$$\vec{B} = \frac{n}{c} \hat{k} \times \vec{E}$$

$$\vec{B}_{01} = \frac{n_1}{c} [b_1 \hat{k} - a_1 \cos \theta_1 \hat{i} - a_1 \sin \theta_1 \hat{j}]$$

$$\vec{B}'_{01} = \frac{n_1}{c} [b'_1 \hat{k} + a'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} - a'_1 \sin \theta'_1 \hat{j}]$$

$$\vec{B}_{02} = \frac{n_2}{c} [b_2 \hat{k} - a_2 \cos \theta_2 \hat{i} - a_2 \sin \theta_2 \hat{j}]$$

Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\epsilon_1(b_1 + b'_1) \sin \theta_1 = \epsilon_2 b_2 \cos \theta_2$$

$$(b_1 - b'_1) \sin \theta_1 = b_2 \cos \theta_2$$

$$B_{1n} = B_{2n}$$

$$\theta_1 = \theta'_1$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\vec{\kappa}_1 = \kappa_1(\sin \theta_1 \hat{i} - \cos \theta_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}'_1 = \kappa'_1(\sin \theta'_1 \hat{i} + \cos \theta'_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}_2 = \kappa_2(\sin \theta_2 \hat{i} - \cos \theta_2 \hat{j})$$

$$\vec{E}_{01} = a_1 \hat{k} + b_1 \cos \theta_1 \hat{i} + b_1 \sin \theta_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}'_{01} = a'_1 \hat{k} - b'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} + b'_1 \sin \theta'_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}_{02} = a_2 \hat{k} + b_2 \cos \theta_2 \hat{i} + b_2 \sin \theta_2 \hat{j}$$

$$\vec{B} = \frac{n}{c} \hat{k} \times \vec{E}$$

$$\vec{B}_{01} = \frac{n_1}{c} [b_1 \hat{k} - a_1 \cos \theta_1 \hat{i} - a_1 \sin \theta_1 \hat{j}]$$

$$\vec{B}'_{01} = \frac{n_1}{c} [b'_1 \hat{k} + a'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} - a'_1 \sin \theta'_1 \hat{j}]$$

$$\vec{B}_{02} = \frac{n_2}{c} [b_2 \hat{k} - a_2 \cos \theta_2 \hat{i} - a_2 \sin \theta_2 \hat{j}]$$

Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\epsilon_1(b_1 + b'_1) \sin \theta_1 = \epsilon_2 b_2 \cos \theta_2$$

$$(b_1 - b'_1) \sin \theta_1 = b_2 \cos \theta_2$$

$$n_1(a_1 + a'_1) \sin \theta_1 = n_2 a_2 \sin \theta_2$$

$$\theta_1 = \theta'_1$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\vec{\kappa}_1 = \kappa_1(\sin \theta_1 \hat{i} - \cos \theta_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}'_1 = \kappa'_1(\sin \theta'_1 \hat{i} + \cos \theta'_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}_2 = \kappa_2(\sin \theta_2 \hat{i} - \cos \theta_2 \hat{j})$$

$$\vec{E}_{01} = a_1 \hat{k} + b_1 \cos \theta_1 \hat{i} + b_1 \sin \theta_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}'_{01} = a'_1 \hat{k} - b'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} + b'_1 \sin \theta'_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}_{02} = a_2 \hat{k} + b_2 \cos \theta_2 \hat{i} + b_2 \sin \theta_2 \hat{j}$$

$$\vec{B} = \frac{n}{c} \hat{k} \times \vec{E}$$

$$\vec{B}_{01} = \frac{n_1}{c} [b_1 \hat{k} - a_1 \cos \theta_1 \hat{i} - a_1 \sin \theta_1 \hat{j}]$$

$$\vec{B}'_{01} = \frac{n_1}{c} [b'_1 \hat{k} + a'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} - a'_1 \sin \theta'_1 \hat{j}]$$

$$\vec{B}_{02} = \frac{n_2}{c} [b_2 \hat{k} - a_2 \cos \theta_2 \hat{i} - a_2 \sin \theta_2 \hat{j}]$$

Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\epsilon_1(b_1 + b_1') \sin \theta_1 = \epsilon_2 b_2 \cos \theta_2$$

$$(b_1 - b_1') \sin \theta_1 = b_2 \cos \theta_2$$

$$n_1(a_1 + a_1') \sin \theta_1 = n_2 a_2 \sin \theta_2$$

$$B_{1t} = B_{2t}$$

$$\theta_1 = \theta_1'$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\vec{\kappa}_1 = \kappa_1(\sin \theta_1 \hat{i} - \cos \theta_1 \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}_1' = \kappa_1'(\sin \theta_1' \hat{i} + \cos \theta_1' \hat{j})$$

$$\vec{\kappa}_2 = \kappa_2(\sin \theta_2 \hat{i} - \cos \theta_2 \hat{j})$$

$$\vec{E}_{01} = a_1 \hat{k} + b_1 \cos \theta_1 \hat{i} + b_1 \sin \theta_1 \hat{j}$$

$$\vec{E}'_{01} = a_1' \hat{k} - b_1' \cos \theta_1' \hat{i} + b_1' \sin \theta_1' \hat{j}$$

$$\vec{E}_{02} = a_2 \hat{k} + b_2 \cos \theta_2 \hat{i} + b_2 \sin \theta_2 \hat{j}$$

$$\vec{B} = \frac{n}{c} \hat{k} \times \vec{E}$$

$$\vec{B}_{01} = \frac{n_1}{c} [b_1 \hat{k} - a_1 \cos \theta_1 \hat{i} - a_1 \sin \theta_1 \hat{j}]$$

$$\vec{B}'_{01} = \frac{n_1}{c} [b_1' \hat{k} + a_1' \cos \theta_1' \hat{i} - a_1' \sin \theta_1' \hat{j}]$$

$$\vec{B}_{02} = \frac{n_2}{c} [b_2 \hat{k} - a_2 \cos \theta_2 \hat{i} - a_2 \sin \theta_2 \hat{j}]$$

Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\begin{aligned}
 \epsilon_1(b_1 + b'_1) \sin \theta_1 &= \epsilon_2 b_2 \cos \theta_2 & \theta_1 &= \theta'_1 \\
 (b_1 - b'_1) \sin \theta_1 &= b_2 \cos \theta_2 & n_1 \sin \theta_1 &= n_2 \sin \theta_2 \\
 n_1(a_1 + a'_1) \sin \theta_1 &= n_2 a_2 \sin \theta_2 & \vec{\kappa}_1 &= \kappa_1(\sin \theta_1 \hat{i} - \cos \theta_1 \hat{j}) \\
 n_1(-a_1 + a'_1) \cos \theta_1 &= -n_2 a_2 \cos \theta_2 & \vec{\kappa}'_1 &= \kappa'_1(\sin \theta'_1 \hat{i} + \cos \theta'_1 \hat{j}) \\
 & & \vec{\kappa}_2 &= \kappa_2(\sin \theta_2 \hat{i} - \cos \theta_2 \hat{j}) \\
 & & \vec{E}_{01} &= a_1 \hat{k} + b_1 \cos \theta_1 \hat{i} + b_1 \sin \theta_1 \hat{j} \\
 & & \vec{E}'_{01} &= a'_1 \hat{k} - b'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} + b'_1 \sin \theta'_1 \hat{j} \\
 & & \vec{E}_{02} &= a_2 \hat{k} + b_2 \cos \theta_2 \hat{i} + b_2 \sin \theta_2 \hat{j} \\
 & & \vec{B} &= \frac{n}{c} \hat{k} \times \vec{E} \\
 \vec{B}_{01} &= \frac{n_1}{c} [b_1 \hat{k} - a_1 \cos \theta_1 \hat{i} - a_1 \sin \theta_1 \hat{j}] \\
 \vec{B}'_{01} &= \frac{n_1}{c} [b'_1 \hat{k} + a'_1 \cos \theta'_1 \hat{i} - a'_1 \sin \theta'_1 \hat{j}] \\
 \vec{B}_{02} &= \frac{n_2}{c} [b_2 \hat{k} - a_2 \cos \theta_2 \hat{i} - a_2 \sin \theta_2 \hat{j}]
 \end{aligned}$$

Reflexão e Refração na interface entre dois meios não-condutores

$$\begin{aligned}
 \epsilon_1(b_1 + b_1') \sin \theta_1 &= \epsilon_2 b_2 \cos \theta_2 & \theta_1 &= \theta_1' \\
 (b_1 - b_1') \sin \theta_1 &= b_2 \cos \theta_2 & n_1 \sin \theta_1 &= n_2 \sin \theta_2 \\
 n_1(a_1 + a_1') \sin \theta_1 &= n_2 a_2 \sin \theta_2 & \vec{\kappa}_1 &= \kappa_1(\sin \theta_1 \hat{i} - \cos \theta_1 \hat{j}) \\
 n_1(-a_1 + a_1') \cos \theta_1 &= -n_2 a_2 \cos \theta_2 & \vec{\kappa}_1' &= \kappa_1'(\sin \theta_1' \hat{i} + \cos \theta_1' \hat{j}) \\
 & & \vec{\kappa}_2 &= \kappa_2(\sin \theta_2 \hat{i} - \cos \theta_2 \hat{j}) \\
 b_2/b_1 &= \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1} & \vec{E}_{01} &= a_1 \hat{k} + b_1 \cos \theta_1 \hat{i} + b_1 \sin \theta_1 \hat{j} \\
 b_1'/b_1 &= \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1} & \vec{E}_{01}' &= a_1' \hat{k} - b_1' \cos \theta_1' \hat{i} + b_1' \sin \theta_1' \hat{j} \\
 a_2/a_1 &= \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} & \vec{E}_{02} &= a_2 \hat{k} + b_2 \cos \theta_2 \hat{i} + b_2 \sin \theta_2 \hat{j} \\
 a_1'/a_1 &= \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} & \vec{B} &= \frac{n}{c} \hat{k} \times \vec{E} \\
 & & \vec{B}_{01} &= \frac{n_1}{c} [b_1 \hat{k} - a_1 \cos \theta_1 \hat{i} - a_1 \sin \theta_1 \hat{j}] \\
 & & \vec{B}_{01}' &= \frac{n_1}{c} [b_1' \hat{k} + a_1' \cos \theta_1' \hat{i} - a_1' \sin \theta_1' \hat{j}] \\
 & & \vec{B}_{02} &= \frac{n_2}{c} [b_2 \hat{k} - a_2 \cos \theta_2 \hat{i} - a_2 \sin \theta_2 \hat{j}]
 \end{aligned}$$