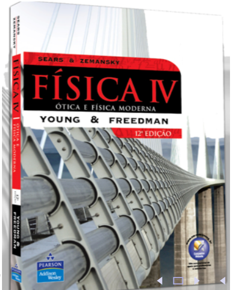
Capítulo 37 Relatividade

RODRIGO ALVES DIAS

Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

Livro texto: Física 3 - Eletromagnetismo
Autores: Sears e Zemansky
Edição: 12ª
Editora: Pearson - Addisson and Wesley

21 de outubro de 2014



Objetivos de Aprendizagem

O Efeito Doppler para as Ondas Eletromagnéticas

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Os dois postulados da teoria especial da relatividade de Einstein, e o raciocínio por trás desses postulados.

Objetivos de Aprendizagem

O Efeito Doppler para as Ondas Eletromagnéticas

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Os dois postulados da teoria especial da relatividade de Einstein, e o raciocínio por trás desses postulados.
- Por que observadores diferentes podem discordar sobre a simultaneidade ou não de dois eventos.

Objetivos de Aprendizagem

O Efeito Doppler para as Ondas Eletromagnéticas

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Os dois postulados da teoria especial da relatividade de Einstein, e o raciocínio por trás desses postulados.
- Por que observadores diferentes podem discordar sobre a simultaneidade ou não de dois eventos.
- Como a relatividade prevê que os relógios se atrasarão, e evidências experimentais que confirmam isso.

Objetivos de Aprendizagem

O Efeito Doppler para as Ondas Eletromagnéticas

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Os dois postulados da teoria especial da relatividade de Einstein, e o raciocínio por trás desses postulados.
- Por que observadores diferentes podem discordar sobre a simultaneidade ou não de dois eventos.
- Como a relatividade prevê que os relógios se atrasarão, e evidências experimentais que confirmam isso.
- Como a extensão de um objeto varia devido ao movimento do objeto.

Objetivos de Aprendizagem

O Efeito Doppler para as Ondas Eletromagnéticas

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Os dois postulados da teoria especial da relatividade de Einstein, e o raciocínio por trás desses postulados.
- Por que observadores diferentes podem discordar sobre a simultaneidade ou não de dois eventos.
- Como a relatividade prevê que os relógios se atrasarão, e evidências experimentais que confirmam isso.
- Como a extensão de um objeto varia devido ao movimento do objeto.
- Como a velocidade de um objeto depende do sistema de referência a partir do qual o objeto e observado.

Objetivos de Aprendizagem

O Efeito Doppler para as Ondas Eletromagnéticas

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Os dois postulados da teoria especial da relatividade de Einstein, e o raciocínio por trás desses postulados.
- Por que observadores diferentes podem discordar sobre a simultaneidade ou não de dois eventos.
- Como a relatividade prevê que os relógios se atrasarão, e evidências experimentais que confirmam isso.
- Como a extensão de um objeto varia devido ao movimento do objeto.
- Como a velocidade de um objeto depende do sistema de referência a partir do qual o objeto e observado.
- Como a teoria da relatividade modifica a relação entre velocidade e momento linear.

Objetivos de Aprendizagem

O Efeito Doppler para as Ondas Eletromagnéticas

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Os dois postulados da teoria especial da relatividade de Einstein, e o raciocínio por trás desses postulados.
- Por que observadores diferentes podem discordar sobre a simultaneidade ou não de dois eventos.
- Como a relatividade prevê que os relógios se atrasarão, e evidências experimentais que confirmam isso.
- Como a extensão de um objeto varia devido ao movimento do objeto.
- Como a velocidade de um objeto depende do sistema de referência a partir do qual o objeto e observado.
- Como a teoria da relatividade modifica a relação entre velocidade e momento linear.
- Como resolver problemas envolvendo trabalho e energia cinética para partículas que se deslocam em velocidades relativísticas.

Objetivos de Aprendizagem

O Efeito Doppler para as Ondas Eletromagnéticas

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Os dois postulados da teoria especial da relatividade de Einstein, e o raciocínio por trás desses postulados.
- Por que observadores diferentes podem discordar sobre a simultaneidade ou não de dois eventos.
- Como a relatividade prevê que os relógios se atrasarão, e evidências experimentais que confirmam isso.
- Como a extensão de um objeto varia devido ao movimento do objeto.
- Como a velocidade de um objeto depende do sistema de referência a partir do qual o objeto e observado.
- Como a teoria da relatividade modifica a relação entre velocidade e momento linear.
- Como resolver problemas envolvendo trabalho e energia cinética para partículas que se deslocam em velocidades relativísticas.
- Alguns dos conceitos-chave da teoria geral da relatividade de Einstein.

Introdução

Criada por Albert Einstein:

- Teoria da relatividade especial(TRE) - 1905 .

Introdução

Criada por Albert Einstein:

- Teoria da relatividade especial(TRE) - 1905 .
- Teoria da relatividade geral (TRG) - 1916 .

Introdução

Criada por Albert Einstein:

- Teoria da relatividade especial(TRE) - 1905 .
- Teoria da relatividade geral (TRG) - 1916 .

- (TRE) $\rightarrow$ Invariância das leis física por uma mudança de referenciais com velocidades relativas uniformes.

Introdução

Criada por Albert Einstein:

- Teoria da relatividade especial(TRE) - 1905 .
- Teoria da relatividade geral (TRG) - 1916 .

- (TRE) $\rightarrow$ Invariância das leis física por uma mudança de referenciais com velocidades relativas uniformes.
- (TRG) $\rightarrow$ Generaliza TRE para referenciais acelerados e incorpora a gravitação.

- Século XVI ao XVIII $\rightarrow$ construção da Mecânica Clássica.

- Século XVI ao XVIII $\rightarrow$ construção da Mecânica Clássica.
- Galileu Galilei e Issac Newton(Principia Mathematica).

- Século XVI ao XVIII → construção da Mecânica Clássica.
- Galileu Galilei e Issac Newton(Principia Mathematica).

1^o Pressuposto: O tempo é:

- absoluto → Independente do observador.

- Século XVI ao XVIII $\rightarrow$ construção da Mecânica Clássica.
- Galileu Galilei e Issac Newton(Principia Mathematica).

1^{o} Pressuposto: O tempo é:

- absoluto $\rightarrow$ Independente do observador.
- homogêneo $\rightarrow$ Flui uniformemente.

- Século XVI ao XVIII $\rightarrow$ construção da Mecânica Clássica.
- Galileu Galilei e Issac Newton(Principia Mathematica).

1^o Pressuposto: O tempo é:

- absoluto $\rightarrow$ Independente do observador.
- homogêneo $\rightarrow$ Flui uniformemente.
- isotrópico $\rightarrow$ Passado $\Rightarrow$ futuro é equivalente a futuro $\Rightarrow$ passado.

- Século XVI ao XVIII $\rightarrow$ construção da Mecânica Clássica.
- Galileu Galilei e Issac Newton(Principia Mathematica).

1^o Pressuposto: O tempo é:

- absoluto $\rightarrow$ Independente do observador.
- homogêneo $\rightarrow$ Flui uniformemente.
- isotrópico $\rightarrow$ Passado $\Rightarrow$ futuro é equivalente a futuro $\Rightarrow$ passado.

2^o Pressuposto: O espaço é:

- absoluto $\rightarrow$ Permanece imóvel.

- Século XVI ao XVIII $\rightarrow$ construção da Mecânica Clássica.
- Galileu Galilei e Issac Newton(Principia Mathematica).

1^o Pressuposto: O tempo é:

- absoluto $\rightarrow$ Independente do observador.
- homogêneo $\rightarrow$ Flui uniformemente.
- isotrópico $\rightarrow$ Passado $\Rightarrow$ futuro é equivalente a futuro $\Rightarrow$ passado.

2^o Pressuposto: O espaço é:

- absoluto $\rightarrow$ Permanece imóvel.
- homogêneo $\rightarrow$ Continuo e uniforme.

- Século XVI ao XVIII $\rightarrow$ construção da Mecânica Clássica.
- Galileu Galilei e Issac Newton(Principia Mathematica).

1^o Pressuposto: O tempo é:

- absoluto $\rightarrow$ Independente do observador.
- homogêneo $\rightarrow$ Flui uniformemente.
- isotrópico $\rightarrow$ Passado $\Rightarrow$ futuro é equivalente a futuro $\Rightarrow$ passado.

2^o Pressuposto: O espaço é:

- absoluto $\rightarrow$ Permanece imóvel.
- homogêneo $\rightarrow$ Continuo e uniforme.
- isotrópico $\rightarrow$ todas as direções são equivalentes.

- Século XVI ao XVIII → construção da Mecânica Clássica.
- Galileu Galilei e Issac Newton(Principia Mathematica).

1^o Pressuposto: O tempo é:

- absoluto → Independente do observador.
- homogêneo → Flui uniformemente.
- isotrópico → Passado ⇒ futuro é equivalente a futuro ⇒ passado.

2^o Pressuposto: O espaço é:

- absoluto → Permanece imóvel.
- homogêneo → Continuo e uniforme.
- isotrópico → todas as direções são equivalentes.
- euclidiano → Métrica euclidiana(Reta: menor distância entre dois pontos).

- Século XVI ao XVIII $\rightarrow$ construção da Mecânica Clássica.
- Galileu Galilei e Issac Newton(Principia Mathematica).

1^o Pressuposto: O tempo é:

- absoluto $\rightarrow$ Independente do observador.
- homogêneo $\rightarrow$ Flui uniformemente.
- isotrópico $\rightarrow$ Passado $\Rightarrow$ futuro é equivalente a futuro $\Rightarrow$ passado.

2^o Pressuposto: O espaço é:

- absoluto $\rightarrow$ Permanece imóvel.
- homogêneo $\rightarrow$ Continuo e uniforme.
- isotrópico $\rightarrow$ todas as direções são equivalentes.
- euclidiano $\rightarrow$ Métrica euclidiana(Reta: menor distância entre dois pontos).

Newton constrói sua mecânica sobre suas 3 leis fundamentais:

1. Lei da Inércia: Partícula mantém seu estado($\vec{v} = C^{te}$) se $\vec{F}_R = 0$.
2. Lei da Força: $\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt}$; $\vec{p} = m\vec{v}$; Se $m = C^{te} \Rightarrow \vec{F}_R = m\vec{a}$.
3. Lei da Ação e Reação: $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$.

- Século XVI ao XVIII $\rightarrow$ construção da Mecânica Clássica.
- Galileu Galilei e Issac Newton(Principia Mathematica).

1^o Pressuposto: O tempo é:

- absoluto $\rightarrow$ Independente do observador.
- homogêneo $\rightarrow$ Flui uniformemente.
- isotrópico $\rightarrow$ Passado $\Rightarrow$ futuro é equivalente a futuro $\Rightarrow$ passado.

2^o Pressuposto: O espaço é:

- absoluto $\rightarrow$ Permanece imóvel.
- homogêneo $\rightarrow$ Continuo e uniforme.
- isotrópico $\rightarrow$ todas as direções são equivalentes.
- euclidiano $\rightarrow$ Métrica euclidiana(Reta: menor distância entre dois pontos).

Newton constrói sua mecânica sobre suas 3 leis fundamentais:

1. Lei da Inércia: Partícula mantém seu estado($\vec{v} = C^{te}$) se $\vec{F}_R = 0$.
2. Lei da Força: $\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt}$; $\vec{p} = m\vec{v}$; Se $m = C^{te} \Rightarrow \vec{F}_R = m\vec{a}$.
3. Lei da Ação e Reação: $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$.

Referencial Inercial:

- É o referencial na qual a Lei da Inércia de Newton é válido.

1^o Pressuposto: O tempo é:

- absoluto $\rightarrow$ Independente do observador.
- homogêneo $\rightarrow$ Flui uniformemente.
- isotrópico $\rightarrow$ Passado $\Rightarrow$ futuro é equivalente a futuro $\Rightarrow$ passado.

2^o Pressuposto: O espaço é:

- absoluto $\rightarrow$ Permanece imóvel.
- homogêneo $\rightarrow$ Continuo e uniforme.
- isotrópico $\rightarrow$ todas as direções são equivalentes.
- euclidiano $\rightarrow$ Métrica euclidiana(Reta: menor distância entre dois pontos).

Newton constrói sua mecânica sobre suas 3 leis fundamentais:

1. Lei da Inércia: Partícula mantém seu estado($\vec{v} = C^{te}$) se $\vec{F}_R = 0$.
2. Lei da Força: $\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt}$; $\vec{p} = m\vec{v}$; Se $m = C^{te} \Rightarrow \vec{F}_R = m\vec{a}$.
3. Lei da Ação e Reação: $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$.

Referencial Inercial:

- É o referencial na qual a Lei da Inércia de Newton é válido.

Movimento dos Corpos:[Tempo ; Posição instantânea]

1^o Pressuposto: O tempo é:

- absoluto $\rightarrow$ Independente do observador.
- homogêneo $\rightarrow$ Flui uniformemente.
- isotrópico $\rightarrow$ Passado $\Rightarrow$ futuro é equivalente a futuro $\Rightarrow$ passado.

2^o Pressuposto: O espaço é:

- absoluto $\rightarrow$ Permanece imóvel.
- homogêneo $\rightarrow$ Continuo e uniforme.
- isotrópico $\rightarrow$ todas as direções são equivalentes.
- euclidiano $\rightarrow$ Métrica euclidiana(Reta: menor distância entre dois pontos).

Newton constrói sua mecânica sobre suas 3 leis fundamentais:

1. Lei da Inércia: Partícula mantém seu estado($\vec{v} = C^{te}$) se $\vec{F}_R = 0$.
2. Lei da Força: $\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt}$; $\vec{p} = m\vec{v}$; Se $m = C^{te} \Rightarrow \vec{F}_R = m\vec{a}$.
3. Lei da Ação e Reação: $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$.

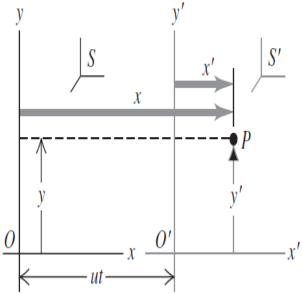
Referencial Inercial:

- É o referencial na qual a Lei da Inércia de Newton é válido.

Movimento dos Corpos:[Tempo ; Posição instantânea]

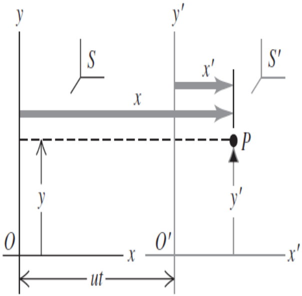
- "Qualquer conjunto de corpos em repouso relativo pode ser usado como referencial"(Métrica Euclidiana).
- "Qualquer fenômeno periódico pode ser usado como relógio".

Transformação de Galileu(TG)



Transformação de coordenadas.

$$
\begin{aligned}
x &= x' + ut' \\
y &= y' \\
z &= z' \\
t &= t'
\end{aligned}
$$



Transformação de coordenadas.

$$
\begin{aligned}
x' &= x - ut \\
y' &= y \\
z' &= z \\
t' &= t
\end{aligned}
$$

Transformação de coordenadas.

$$\begin{aligned} x &= x' + ut' \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned}$$

Transformação de velocidades, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.

$$\begin{aligned} v_x &= v_x' + u \\ v_y &= v_y' \\ v_z &= v_z' \end{aligned}$$

Transformação de coordenadas.

$$\begin{aligned} x' &= x - ut \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}$$

Transformação de velocidades, $\vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt'}$.

$$\begin{aligned} v_x' &= v_x - u \\ v_y' &= v_y \\ v_z' &= v_z \end{aligned}$$

Transformação de coordenadas.

$$
\begin{aligned}
x &= x' + ut' \\
y &= y' \\
z &= z' \\
t &= t'
\end{aligned}
$$

Transformação de velocidades, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.

$$
\begin{aligned}
v_x &= v_x' + u \\
v_y &= v_y' \\
v_z &= v_z'
\end{aligned}
$$

Transformação de coordenadas.

$$
\begin{aligned}
x' &= x - ut \\
y' &= y \\
z' &= z \\
t' &= t
\end{aligned}
$$

Transformação de velocidades, $\vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt'}$.

$$
\begin{aligned}
v_x' &= v_x - u \\
v_y' &= v_y \\
v_z' &= v_z
\end{aligned}
$$

Princípio da relatividade de Galileo(PRG)

- "É impossível detectar por meio de uma experiência mecânica o movimento de um referencial inercial".
- "As leis da mecânica são invariantes por uma transformação de Galileu".

Transformação de coordenadas.

$$\begin{aligned} x &= x' + ut' \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned}$$

Transformação de velocidades, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.

$$\begin{aligned} v_x &= v_x' + u \\ v_y &= v_y' \\ v_z &= v_z' \end{aligned}$$

Transformação de coordenadas.

$$\begin{aligned} x' &= x - ut \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}$$

Transformação de velocidades, $\vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt'}$.

$$\begin{aligned} v_x' &= v_x - u \\ v_y' &= v_y \\ v_z' &= v_z \end{aligned}$$

Princípio da relatividade de Galileo(PRG)

- "É impossível detectar por meio de uma experiência mecânica o movimento de um referencial inercial".
- "As leis da mecânica são invariantes por uma transformação de Galileu".

Mostre que a 2ª Lei de Newton, escrita abaixo, é invariante por uma TG.

$$\vec{F}_R' = m\frac{d\vec{v}'}{dt'} = -\nabla_i' \sum_j V(|\vec{r}_j' - \vec{r}_i'|) \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_R = m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla_i \sum_j V(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)$$

Duas partículas carregadas

Considere duas partícula de carga $q > 0$ vista por um referencial, $\sum$, em repouso.

Considere duas partícula de carga $q > 0$ vista por um referencial, $\sum$, em repouso.
Em $t = 0$ e do referencial, $\sum$, cada uma sofre uma força resultante, $\vec{F}_R = \vec{F}_e = q\vec{E}$.

Considere duas partícula de carga $q > 0$ vista por um referencial, $\sum$, em repouso.
Em $t = 0$ e do referencial, $\sum$, cada uma sofre uma força resultante, $\vec{F}_R = \vec{F}_e = q\vec{E}$.

As mesmas partícula vista por um referencial, $\sum'$, com velocidade constante $\vec{u}$, em $t = 0$ sofre cada uma a força resultante,
$\vec{F}_R' = \vec{F}_e' + \vec{F}_m' = q\vec{E}' + q\vec{u} \times \vec{B}'$.

Considere duas partícula de carga $q > 0$ vista por um referencial, $\sum$, em repouso.
Em $t = 0$ e do referencial, $\sum$, cada uma sofre uma força resultante, $\vec{F}_R = \vec{F}_e = q\vec{E}$.

As mesmas partícula vista por um referencial, $\sum'$, com velocidade constante $\vec{u}$, em $t = 0$ sofre cada uma a força resultante,
$\vec{F}'_R = \vec{F}'_e + \vec{F}'_m = q\vec{E}' + q\vec{u} \times \vec{B}'$.

- Existe alguma inconsistência, $\vec{F}_R \neq \vec{F}'_R$. A dinâmica é afetada por uma TG.

Considere duas partícula de carga $q > 0$ vista por um referencial, $\sum$, em repouso.
Em $t = 0$ e do referencial, $\sum$, cada uma sofre uma força resultante, $\vec{F}_R = \vec{F}_e = q\vec{E}$.

As mesmas partícula vista por um referencial, $\sum'$, com velocidade constante $\vec{u}$, em $t = 0$ sofre cada uma a força resultante,
$\vec{F}'_R = \vec{F}'_e + \vec{F}'_m = q\vec{E}' + q\vec{u} \times \vec{B}'$.

- Existe alguma inconsistência, $\vec{F}_R \neq \vec{F}'_R$. A dinâmica é afetada por uma TG.
- Os fenômenos eletromagnéticos são descritos pelas Equações de Maxwell.

Considere duas partícula de carga $q > 0$ vista por um referencial, $\sum$, em repouso.
Em $t = 0$ e do referencial, $\sum$, cada uma sofre uma força resultante, $\vec{F}_R = \vec{F}_e = q\vec{E}$.

As mesmas partícula vista por um referencial, $\sum'$, com velocidade constante $\vec{u}$, em $t = 0$ sofre cada uma a força resultante,
$\vec{F}'_R = \vec{F}'_e + \vec{F}'_m = q\vec{E}' + q\vec{u} \times \vec{B}'$.

- Existe alguma inconsistência, $\vec{F}_R \neq \vec{F}'_R$. A dinâmica é afetada por uma TG.
- Os fenômenos eletromagnéticos são descritos pelas Equações de Maxwell.
- Estas levam a uma equação de onda para os campos elétrico e magnético.

Considere duas partícula de carga $q > 0$ vista por um referencial, $\sum$, em repouso.
Em $t = 0$ e do referencial, $\sum$, cada uma sofre uma força resultante, $\vec{F}_R = \vec{F}_e = q\vec{E}$.

As mesmas partícula vista por um referencial, $\sum'$, com velocidade constante $\vec{u}$, em $t = 0$ sofre cada uma a força resultante,
$\vec{F}_R' = \vec{F}_e' + \vec{F}_m' = q\vec{E}' + q\vec{u} \times \vec{B}'$.

- Existe alguma inconsistência, $\vec{F}_R \neq \vec{F}_R'$. A dinâmica é afetada por uma TG.
- Os fenômenos eletromagnéticos são descritos pelas Equações de Maxwell.
- Estas levam a uma equação de onda para os campos elétrico e magnético.
- Essas equações levam a uma velocidade da onda, $v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$.

Considere duas partícula de carga $q > 0$ vista por um referencial, $\sum$, em repouso.
Em $t = 0$ e do referencial, $\sum$, cada uma sofre uma força resultante, $\vec{F}_R = \vec{F}_e = q\vec{E}$.

As mesmas partícula vista por um referencial, $\sum'$, com velocidade constante $\vec{u}$, em $t = 0$ sofre cada uma a força resultante,
$\vec{F}'_R = \vec{F}'_e + \vec{F}'_m = q\vec{E}' + q\vec{u} \times \vec{B}'$.

- Existe alguma inconsistência, $\vec{F}_R \neq \vec{F}'_R$. A dinâmica é afetada por uma TG.
- Os fenômenos eletromagnéticos são descritos pelas Equações de Maxwell.
- Estas levam a uma equação de onda para os campos elétrico e magnético.
- Essas equações levam a uma velocidade da onda, $v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$.

Mostre que a Eq. Onda não é invariante por TG.

$$\nabla'^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \frac{2}{c^2} (\vec{u} \cdot \nabla) \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{2}{c^2} (\vec{u} \cdot \nabla)(\vec{u} \cdot \nabla) \psi$$

Considere duas partícula de carga $q > 0$ vista por um referencial, $\sum$, em repouso.
Em $t = 0$ e do referencial, $\sum$, cada uma sofre uma força resultante, $\vec{F}_R = \vec{F}_e = q\vec{E}$.

As mesmas partícula vista por um referencial, $\sum'$, com velocidade constante $\vec{u}$, em $t = 0$ sofre cada uma a força resultante,
$\vec{F}'_R = \vec{F}'_e + \vec{F}'_m = q\vec{E}' + q\vec{u} \times \vec{B}'$.

- Existe alguma inconsistência, $\vec{F}_R \neq \vec{F}'_R$. A dinâmica é afetada por uma TG.
- Os fenômenos eletromagnéticos são descritos pelas Equações de Maxwell.
- Estas levam a uma equação de onda para os campos elétrico e magnético.
- Essas equações levam a uma velocidade da onda, $v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$.

Mostre que a Eq. Onda não é invariante por TG.

$$\nabla'^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \frac{2}{c^2} (\vec{u} \cdot \nabla) \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{2}{c^2} (\vec{u} \cdot \nabla)(\vec{u} \cdot \nabla) \psi$$

Ondas Mecânicas: ok!

- A velocidade da onda depende da velocidade do meio de propagação.
- Existe um referencial privilegiado.
- É aquele que está em repouso em relação ao movimento do meio na qual a onda se propaga.

Considere duas partícula de carga $q > 0$ vista por um referencial, $\sum$, em repouso.
Em $t = 0$ e do referencial, $\sum$, cada uma sofre uma força resultante, $\vec{F}_R = \vec{F}_e = q\vec{E}$.

As mesmas partícula vista por um referencial, $\sum'$, com velocidade constante $\vec{u}$, em $t = 0$ sofre cada uma a força resultante,
$\vec{F}'_R = \vec{F}'_e + \vec{F}'_m = q\vec{E}' + q\vec{u} \times \vec{B}'$.

- Existe alguma inconsistência, $\vec{F}_R \neq \vec{F}'_R$. A dinâmica é afetada por uma TG.
- Os fenômenos eletromagnéticos são descritos pelas Equações de Maxwell.
- Estas levam a uma equação de onda para os campos elétrico e magnético.
- Essas equações levam a uma velocidade da onda, $v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$.

Mostre que a Eq. Onda não é invariante por TG.

$$\nabla'^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \frac{2}{c^2} (\vec{u} \cdot \nabla) \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{2}{c^2} (\vec{u} \cdot \nabla)(\vec{u} \cdot \nabla) \psi$$

Ondas Mecânicas: ok!

- A velocidade da onda depende da velocidade do meio de propagação.
- Existe um referencial privilegiado.
- É aquele que está em repouso em relação ao movimento do meio na qual a onda se propaga.

Qual é o meio de propagação das ondas Eletromagnéticas?
Qual é o referencial privilegiado? O ÉTER !

O Éter!

Propriedades Estranhas:

- Não deveria possuir massa!(Onda EM no vácuo!)

Propriedades Estranhas:

- Não deveria possuir massa!(Onda EM no vácuo!)
- Elevada elasticidade! $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = c = 3 \times 10^8 m/s.$

Propriedades Estranhas:

- Não deveria possuir massa!(Onda EM no vácuo!)
- Elevada elasticidade! $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = c = 3 \times 10^8 m/s$.
- É o referencial privilegiado das Ondas Eletromagnéticas.

Propriedades Estranhas:

- Não deveria possuir massa!(Onda EM no vácuo!)
- Elevada elasticidade! $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = c = 3 \times 10^8 m/s$.
- É o referencial privilegiado das Ondas Eletromagnéticas.
- No entanto, não existia nenhuma comprovação experimental para a existência do Éter.

Propriedades Estranhas:

- Não deveria possuir massa!(Onda EM no vácuo!)
- Elevada elasticidade! $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = c = 3 \times 10^8 m/s$.
- É o referencial privilegiado das Ondas Eletromagnéticas.
- No entanto, não existia nenhuma comprovação experimental para a existência do Éter.

Possíveis soluções ao problema:

1. As equações de Maxwell não são apropriadas para explicar os fenômenos eletromagnéticos.

Propriedades Estranhas:

- Não deveria possuir massa!(Onda EM no vácuo!)
- Elevada elasticidade! $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = c = 3 \times 10^8 m/s$.
- É o referencial privilegiado das Ondas Eletromagnéticas.
- No entanto, não existia nenhuma comprovação experimental para a existência do Éter.

Possíveis soluções ao problema:

1. As equações de Maxwell não são apropriadas para explicar os fenômenos eletromagnéticos.
2. Existe um referencial privilegiado, O Éter, e que em outros referenciais as equações de Maxwell precisão de modificações.

Propriedades Estranhas:

- Não deveria possuir massa!(Onda EM no vácuo!)
- Elevada elasticidade! $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = c = 3 \times 10^8 m/s$.
- É o referencial privilegiado das Ondas Eletromagnéticas.
- No entanto, não existia nenhuma comprovação experimental para a existência do Éter.

Possíveis soluções ao problema:

1. As equações de Maxwell não são apropriadas para explicar os fenômenos eletromagnéticos.
2. Existe um referencial privilegiado, O Éter, e que em outros referenciais as equações de Maxwell precisão de modificações.
3. As equações de Maxwell são invariantes por uma troca de referenciais e a TG não é apropriada para descrever essa troca.

Possíveis soluções ao problema:

1. As equações de Maxwell não são apropriadas para explicar os fenômenos eletromagnéticos.
2. Existe um referencial privilegiado, O Éter, e que em outros referenciais as equações de Maxwell precisão de modificações.
3. As equações de Maxwell são invariantes por uma troca de referenciais e a TG não é apropriada para descrever essa troca.

A resposta correta é a 3)! No entanto, os físicos foram a procura do Éter.

Possíveis soluções ao problema:

1. As equações de Maxwell não são apropriadas para explicar os fenômenos eletromagnéticos.
2. Existe um referencial privilegiado, O Éter, e que em outros referenciais as equações de Maxwell precisão de modificações.
3. As equações de Maxwell são invariantes por uma troca de referenciais e a TG não é apropriada para descrever essa troca.

A resposta correta é a 3)! No entanto, os físicos foram a procura do Éter.

Três evidencias experimentais:

1. A experiência de Maxwell e Morley. (Deslocamento das franjas de interferência não observado). A Terra deve arrastar o Éter.

Possíveis soluções ao problema:

1. As equações de Maxwell não são apropriadas para explicar os fenômenos eletromagnéticos.
2. Existe um referencial privilegiado, O Éter, e que em outros referenciais as equações de Maxwell precisão de modificações.
3. As equações de Maxwell são invariantes por uma troca de referenciais e a TG não é apropriada para descrever essa troca.

A resposta correta é a 3)! No entanto, os físicos foram a procura do Éter.

Três evidencias experimentais:

1. A experiência de Maxwell e Morley. (Deslocamento das franjas de interferência não observado). A Terra deve arrastar o Éter.
2. Aberração da luz das estrelas(James Bradley-1725). Se a Terra arrastasse o Éter não seria observado esse efeito.

Possíveis soluções ao problema:

1. As equações de Maxwell não são apropriadas para explicar os fenômenos eletromagnéticos.
2. Existe um referencial privilegiado, O Éter, e que em outros referenciais as equações de Maxwell precisão de modificações.
3. As equações de Maxwell são invariantes por uma troca de referenciais e a TG não é apropriada para descrever essa troca.

A resposta correta é a 3)! No entanto, os físicos foram a procura do Éter.

Três evidencias experimentais:

1. A experiência de Maxwell e Morley. (Deslocamento das franjas de interferência não observado). A Terra deve arrastar o Éter.
2. Aberração da luz das estrelas(James Bradley-1725). Se a Terra arrastasse o Éter não seria observado esse efeito.
3. Experiência de Fizeau-Fresnel. Sugere que o Éter não é arrastado.

Possíveis soluções ao problema:

1. As equações de Maxwell não são apropriadas para explicar os fenômenos eletromagnéticos.
2. Existe um referencial privilegiado, O Éter, e que em outros referenciais as equações de Maxwell precisão de modificações.
3. As equações de Maxwell são invariantes por uma troca de referenciais e a TG não é apropriada para descrever essa troca.

A resposta correta é a 3)! No entanto, os físicos foram a procura do Éter.

Três evidencias experimentais:

1. A experiência de Maxwell e Morley. (Deslocamento das franjas de interferência não observado). A Terra deve arrastar o Éter.
2. Aberração da luz das estrelas(James Bradley-1725). Se a Terra arrastasse o Éter não seria observado esse efeito.
3. Experiência de Fizeau-Fresnel. Sugere que o Éter não é arrastado.

Essas 3 experiências impossibilitam a existência do Éter.

Postulados da Relatividade Especial

1. As Leis da natureza, incluindo todos os fenômenos mecânicos e eletromagnéticos, são os mesmos em todos os referenciais que se movem com movimento uniforme relativo um ao outro.

Postulados da Relatividade Especial

1. As Leis da natureza, incluindo todos os fenômenos mecânicos e eletromagnéticos, são os mesmos em todos os referenciais que se movem com movimento uniforme relativo um ao outro.
2. A velocidade de luz no espaço vazio é a mesma em todos os sistemas de referencia e é independente do corpo emissor.

Postulados da Relatividade Especial

1. As Leis da natureza, incluindo todos os fenômenos mecânicos e eletromagnéticos, são os mesmos em todos os referenciais que se movem com movimento uniforme relativo um ao outro.
2. A velocidade de luz no espaço vazio é a mesma em todos os sistemas de referencia e é independente do corpo emissor.

Princípio da Correspondência

- Qualquer teoria nova proposta deve concordar com uma teoria antiga na previsão dos fenômenos para os quais a teoria antiga fornece a previsão correta.

Postulados da Relatividade Especial

1. As Leis da natureza, incluindo todos os fenômenos mecânicos e eletromagnéticos, são os mesmos em todos os referenciais que se movem com movimento uniforme relativo um ao outro.
2. A velocidade de luz no espaço vazio é a mesma em todos os sistemas de referencia e é independente do corpo emissor.

Princípio da Correspondência

- Qualquer teoria nova proposta deve concordar com uma teoria antiga na previsão dos fenômenos para os quais a teoria antiga fornece a previsão correta.

Com essas hipóteses qual é a transformação apropriada entre referenciais?

Transformação de Lorentz(TL)

A TL não pode mudar muito da TG, suponha que mude por uma constante γ.

$$
\begin{aligned}
x &= \gamma(x' + ut') \\
x' &= \gamma(x - ut)
\end{aligned}
$$

Transformação de Lorentz(TL)

A TL não pode mudar muito da TG, suponha que mude por uma constante γ.

$$\begin{aligned} x &= \gamma(x' + ut') \\ x' &= \gamma(x - ut) \end{aligned}$$

Dos postulados de Einstein: $x = ct$ e $x' = ct'$.

$$\begin{aligned} ct &= \gamma(ct' + ut') = \gamma(c + u)t' \\ ct' &= \gamma(ct - ut) = \gamma(c - u)t \end{aligned}$$

Transformação de Lorentz(TL)

A TL não pode mudar muito da TG, suponha que mude por uma constante γ.

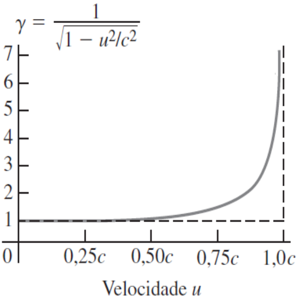
$$x = \gamma(x' + ut')$$
$$x' = \gamma(x - ut)$$

Dos postulados de Einstein: $x = ct$ e $x' = ct'$.

$$ct = \gamma(ct' + ut') = \gamma(c+u)t'$$
$$ct' = \gamma(ct - ut) = \gamma(c-u)t$$

Eliminando t ou t', obtemos:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$



Transformação de Lorentz(TL)

A TL não pode mudar muito da TG, suponha que mude por uma constante γ.

$$\begin{aligned} x &= \gamma(x' + ut') \\ x' &= \gamma(x - ut) \end{aligned}$$

Dos postulados de Einstein: $x = ct$ e $x' = ct'$.

$$\begin{aligned} ct &= \gamma(ct' + ut') = \gamma(c + u)t' \\ ct' &= \gamma(ct - ut) = \gamma(c - u)t \end{aligned}$$

Eliminando t ou t', obtemos:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Para obter t ou t',

$$\begin{aligned} x &= \gamma[\gamma(x - ut) + ut'] \\ x' &= \gamma[\gamma(x' + ut') - ut] \end{aligned}$$

Transformação de Lorentz(TL)

A TL não pode mudar muito da TG, suponha que mude por uma constante γ.

$$\begin{aligned} x &= \gamma(x' + ut') \\ x' &= \gamma(x - ut) \end{aligned}$$

Dos postulados de Einstein: $x = ct$ e $x' = ct'$.

$$\begin{aligned} ct &= \gamma(ct' + ut') = \gamma(c + u)t' \\ ct' &= \gamma(ct - ut) = \gamma(c - u)t \end{aligned}$$

Eliminando t ou t', obtemos:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Para obter t ou t',

$$\begin{aligned} t &= \gamma[t' + x'u/c^2] \\ t' &= \gamma[t - xu/c^2] \end{aligned}$$

Transformação de Lorentz(TL)

A TL não pode mudar muito da TG, suponha que mude por uma constante γ.

$$\begin{aligned} x &= \gamma(x' + ut') \\ x' &= \gamma(x - ut) \end{aligned}$$

Dos postulados de Einstein: $x = ct$ e $x' = ct'$.

$$\begin{aligned} ct &= \gamma(ct' + ut') = \gamma(c+u)t' \\ ct' &= \gamma(ct - ut) = \gamma(c-u)t \end{aligned}$$

Eliminando t ou t', obtemos:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Para obter t ou t',

$$\begin{aligned} t &= \gamma[t' + x'u/c^2] \\ t' &= \gamma[t - xu/c^2] \end{aligned}$$

Transformação de coordenadas de Lorentz.

$$\begin{aligned} t &= \gamma(t' + x'u/c^2) \\ x &= \gamma(x' + ut') \\ y &= y' \\ z &= z' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t' &= \gamma(t - xu/c^2) \\ x' &= \gamma(x - ut) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}$$

Transformação de Lorentz(TL)

A TL não pode mudar muito da TG, suponha que mude por uma constante γ.

$$\begin{aligned} x &= \gamma(x' + ut') \\ x' &= \gamma(x - ut) \end{aligned}$$

Dos postulados de Einstein: $x = ct$ e $x' = ct'$.

$$\begin{aligned} ct &= \gamma(ct' + ut') = \gamma(c+u)t' \\ ct' &= \gamma(ct - ut) = \gamma(c-u)t \end{aligned}$$

Eliminando t ou t', obtemos:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Para obter t ou t',

$$\begin{aligned} t &= \gamma[t' + x'u/c^2] \\ t' &= \gamma[t - xu/c^2] \end{aligned}$$

Transformação de coordenadas de Lorentz.

$$\begin{aligned} t &= \gamma(t' + x'u/c^2) \\ x &= \gamma(x' + ut') \\ y &= y' \\ z &= z' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t' &= \gamma(t - xu/c^2) \\ x' &= \gamma(x - ut) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}$$

Mostre que a Eq. Onda é invariante por TL.

Transformação de Lorentz(TL)

Transformação de coordenadas de Lorentz.

Conseqüências importantes da TL

1. Modificação do conceito de simultaneidade.
2. Contração do espaço.
3. Dilatação do tempo.

Mostre que a Eq. Onda é invariante por TL.

$$
\begin{aligned}
t &= \gamma(t^{'} + x^{'}u/c^2) \\
x &= \gamma(x^{'} + ut^{'}) \\
y &= y^{'} \\
z &= z^{'}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
t^{'} &= \gamma(t - xu/c^2) \\
x^{'} &= \gamma(x - ut) \\
y^{'} &= y \\
z^{'} &= z
\end{aligned}
$$

Relatividade da Simultaneidade

- Dois eventos simultâneos em $\sum \Rightarrow \{x_1 \neq x_2 \;\; e \;\; t_1 = t_2\}$.

Relatividade da Simultaneidade

- Dois eventos simultâneos em $\sum \Rightarrow \{x_1 \neq x_2 \; e \; t_1 = t_2\}$.
- Em $\sum^{'}$ pela TL temos que:

$$
\begin{aligned}
t_1^{'} - t_2^{'} &= \gamma(t_1 - t_2) - \frac{\gamma u}{c^2}(x_1 - x_2) \\
t_1^{'} - t_2^{'} &= \frac{\gamma u}{c^2}(x_2 - x_1)
\end{aligned}
$$

Relatividade da Simultaneidade

- Dois eventos simultâneos em $\sum \Rightarrow \{x_1 \neq x_2 \;\; e \;\; t_1 = t_2\}$.
- Em $\sum^{'}$ pela TL temos que:

$$
\begin{aligned}
t_1^{'} - t_2^{'} &= \gamma(t_1 - t_2) - \frac{\gamma u}{c^2}(x_1 - x_2) \\
t_1^{'} - t_2^{'} &= \frac{\gamma u}{c^2}(x_2 - x_1)
\end{aligned}
$$

Dois eventos simultâneos em $\sum$ podem não ser em $\sum^{'}$.

Relatividade dos Intervalos de Tempo

- Devemos medir um intervalo, $\mathtt{T}^{'} = t_1^{'} - t_2^{'}$, em $\sum^{'}$ na mesma posição, $x_1^{'} = x_2^{'}$, logo,

Relatividade dos Intervalos de Tempo

- Devemos medir um intervalo, $\mathtt{T}^{'} = t_1^{'} - t_2^{'}$, em $\sum^{'}$ na mesma posição, $x_1^{'} = x_2^{'}$, logo,
- Em $\sum$ pela TL temos que:

$$
\begin{aligned}
t_1 - t_2 &= \gamma(t_1^{'} - t_2^{'}) - \frac{\gamma u}{c^2}(x_1^{'} - x_2^{'}) \\
t_1 - t_2 &= \gamma(t_1^{'} - t_2^{'}) \\
\mathtt{T} &= \gamma \mathtt{T}^{'}
\end{aligned}
$$

Relatividade dos Intervalos de Tempo

- Devemos medir um intervalo, $\mathtt{T}^{'} = t_1^{'} - t_2^{'}$, em $\sum^{'}$ na mesma posição, $x_1^{'} = x_2^{'}$, logo,
- Em $\sum$ pela TL temos que:

$$\begin{aligned} t_1 - t_2 &= \gamma(t_1^{'} - t_2^{'}) - \frac{\gamma u}{c^2}(x_1^{'} - x_2^{'}) \\ t_1 - t_2 &= \gamma(t_1^{'} - t_2^{'}) \\ \mathtt{T} &= \gamma \mathtt{T}^{'} \end{aligned}$$

Como $\gamma \geq 1$ temos que $\mathtt{T} \geq \mathtt{T}^{'}$.

O tempo proprio,$\mathtt{T}^{'}$, é aquele medido no referencial que está parado em relação ao relógio.

Relatividade dos Intervalos de Tempo

- Devemos medir um intervalo, $\mathtt{T}^{'} = t_1^{'} - t_2^{'}$, em $\sum^{'}$ na mesma posição, $x_1^{'} = x_2^{'}$, logo,
- Em $\sum$ pela TL temos que:

$$
\begin{aligned}
t_1 - t_2 &= \gamma(t_1^{'} - t_2^{'}) - \frac{\gamma u}{c^2}(x_1^{'} - x_2^{'}) \\
t_1 - t_2 &= \gamma(t_1^{'} - t_2^{'}) \\
\mathtt{T} &= \gamma \mathtt{T}^{'}
\end{aligned}
$$

Como $\gamma \geq 1$ temos que $\mathtt{T} \geq \mathtt{T}^{'}$.

O tempo proprio,$\mathtt{T}^{'}$, é aquele medido no referencial que está parado em relação ao relógio. Paradoxo dos Gêmeos.

Relatividade do Comprimento

- Devemos medir o comprimento, $L = x_1 - x_2$, em $\sum$ no mesmo instante, $t_1 = t_2$, logo,

Relatividade do Comprimento

- Devemos medir o comprimento, $L = x_1 - x_2$, em $\sum$ no mesmo instante, $t_1 = t_2$, logo,
- Em $\sum'$ pela TL temos que:

$$\begin{aligned} x_1' - x_2' &= \gamma(x_1 - x_2) - u(t_1 - t_2) \\ x_1' - x_2' &= \gamma(x_1 - x_2) \\ L' &= \gamma L \Rightarrow L = L'/\gamma \end{aligned}$$

Relatividade do Comprimento

- Devemos medir o comprimento, $L = x_1 - x_2$, em $\sum$ no mesmo instante, $t_1 = t_2$, logo,
- Em $\sum'$ pela TL temos que:

$$
\begin{aligned}
x_1' - x_2' &= \gamma(x_1 - x_2) - u(t_1 - t_2) \\
x_1' - x_2' &= \gamma(x_1 - x_2) \\
L' &= \gamma L \Rightarrow L = L'/\gamma
\end{aligned}
$$

Como $\gamma \geq 1$ temos que $L \leq L'$.

O comprimento proprio, L', do objeto é aquele medido no referencial que está parado em relação ao objeto.

- Uma onda plana linearmente polarizada em y se propagando na direção x, em um referencial $\sum$,pode ser escrita por:
$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{j} \\ \vec{B} &= B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{k}\end{aligned}$$

- Uma onda plana linearmente polarizada em y se propagando na direção x, em um referencial $\sum$,pode ser escrita por:
$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{j}\\ \vec{B} &= B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{k}\end{aligned}$$
- Um segundo observador em um referencial $\sum^{'}$ que se move com velocidade $\vec{u} = u\hat{i}$, verá:
$$\begin{aligned}\vec{E}^{'} &= E_0^{'} \cos(k^{'} x^{'} - \omega^{'} t^{'})\hat{j}^{'}\\ \vec{B}^{'} &= B_0^{'} \cos(k^{'} x^{'} - \omega^{'} t^{'})\hat{k}^{'}\end{aligned}$$

- Uma onda plana linearmente polarizada em y se propagando na direção x, em um referencial $\sum$,pode ser escrita por:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{j}\\ \vec{B} &= B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{k}\end{aligned}$$

- Um segundo observador em um referencial $\sum'$ que se move com velocidade $\vec{u} = u\hat{i}$, verá:

$$\begin{aligned}\vec{E}' &= E_0' \cos(k'x' - \omega' t')\hat{j}'\\ \vec{B}' &= B_0' \cos(k'x' - \omega' t')\hat{k}'\end{aligned}$$

- Como a velocidade da onda deve ser a mesma em qualquer referencial inercial temos que:

$$\phi = kx - \omega t = C^{te} = \phi' = k'x' - \omega' t'$$

- Uma onda plana linearmente polarizada em y se propagando na direção x, em um referencial $\sum$,pode ser escrita por:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{j}\\ \vec{B} &= B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{k}\end{aligned}$$

- Um segundo observador em um referencial $\sum^{'}$ que se move com velocidade $\vec{u} = u\hat{i}$, verá:

$$\begin{aligned}\vec{E}^{'} &= E_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{j}^{'}\\ \vec{B}^{'} &= B_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{k}^{'}\end{aligned}$$

- Como a velocidade da onda deve ser a mesma em qualquer referencial inercial temos que:

$$\begin{aligned}\phi &= kx - \omega t = C^{te} = \phi^{'} = k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'}\\ \frac{d\phi}{dt} &= 0 \rightarrow v = c = \frac{\omega}{k}\\ \frac{d\phi^{'}}{dt^{'}} &= 0 \rightarrow v = c = \frac{\omega^{'}}{k^{'}}\end{aligned}$$

- Uma onda plana linearmente polarizada em y se propagando na direção x, em um referencial $\sum$,pode ser escrita por:
$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{j} \\ \vec{B} &= B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{k}\end{aligned}$$
- Um segundo observador em um referencial $\sum^{'}$ que se move com velocidade $\vec{u} = u\hat{i}$, verá:
$$\begin{aligned}\vec{E}^{'} &= E_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{j}^{'} \\ \vec{B}^{'} &= B_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{k}^{'}\end{aligned}$$
- Como a velocidade da onda deve ser a mesma em qualquer referencial inercial temos que:
$$\phi = kx - \omega t = C^{te} = \phi^{'} = k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'}$$

- Uma onda plana linearmente polarizada em y se propagando na direção x, em um referencial $\sum$,pode ser escrita por:
$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{j} \\ \vec{B} &= B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{k} \end{aligned}$$
- Um segundo observador em um referencial $\sum^{'}$ que se move com velocidade $\vec{u} = u\hat{i}$, verá:
$$\begin{aligned} \vec{E}^{'} &= E_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{j}^{'} \\ \vec{B}^{'} &= B_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{k}^{'} \end{aligned}$$
- Como a velocidade da onda deve ser a mesma em qualquer referencial inercial temos que:
$$\begin{aligned} \phi &= kx - \omega t = C^{te} = \phi^{'} = k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'} \\ x &= \gamma(x^{'} + ut^{'}) \ \ ; \ \ t = \gamma(t^{'} + ux^{'}/c^2) \\ k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'} &= k\gamma(x^{'} + ut^{'}) - \omega\gamma(t^{'} + ux^{'}/c^2) \end{aligned}$$

- Uma onda plana linearmente polarizada em y se propagando na direção x, em um referencial $\sum$,pode ser escrita por:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{j}\\ \vec{B} &= B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{k}\end{aligned}$$

- Um segundo observador em um referencial $\sum^{'}$ que se move com velocidade $\vec{u} = u\hat{i}$, verá:

$$\begin{aligned}\vec{E}^{'} &= E_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{j}^{'}\\ \vec{B}^{'} &= B_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{k}^{'}\end{aligned}$$

- Como a velocidade da onda deve ser a mesma em qualquer referencial inercial temos que:

$$\begin{aligned}\phi &= kx - \omega t = C^{te} = \phi^{'} = k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'}\\ x &= \gamma(x^{'} + ut^{'}) \;\;;\;\; t = \gamma(t^{'} + ux^{'}/c^2)\\ k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'} &= k\gamma(x^{'} + ut^{'}) - \omega\gamma(t^{'} + ux^{'}/c^2)\\ k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'} &= \gamma(k - \omega u/c^2)x^{'} - \gamma(\omega - ku)t^{'}\end{aligned}$$

- Uma onda plana linearmente polarizada em y se propagando na direção x, em um referencial $\sum$,pode ser escrita por:
$$\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{j}$$
$$\vec{B} = B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{k}$$
- Um segundo observador em um referencial $\sum^{'}$ que se move com velocidade $\vec{u} = u\hat{i}$, verá:
$$\vec{E}^{'} = E_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{j}^{'}$$
$$\vec{B}^{'} = B_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{k}^{'}$$
- Como a velocidade da onda deve ser a mesma em qualquer referencial inercial temos que:
$$\phi = kx - \omega t = C^{te} = \phi^{'} = k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'}$$
$$x = \gamma(x^{'} + ut^{'}) \;\; ; \;\; t = \gamma(t^{'} + ux^{'}/c^2)$$
$$k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'} = k\gamma(x^{'} + ut^{'}) - \omega\gamma(t^{'} + ux^{'}/c^2)$$
$$k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'} = \gamma(k - \omega u/c^2)x^{'} - \gamma(\omega - ku)t^{'}$$

$$k^{'} = \gamma(k - \omega u/c^2)$$
$$\omega^{'} = \gamma(\omega - ku)$$

- Uma onda plana linearmente polarizada em y se propagando na direção x, em um referencial $\sum$,pode ser escrita por:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{j} \\ \vec{B} &= B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{k}\end{aligned}$$

- Um segundo observador em um referencial $\sum'$ que se move com velocidade $\vec{u} = u\hat{i}$, verá:

$$\begin{aligned}\vec{E}' &= E_0' \cos(k'x' - \omega' t')\hat{j}' \\ \vec{B}' &= B_0' \cos(k'x' - \omega' t')\hat{k}'\end{aligned}$$

- Como a velocidade da onda deve ser a mesma em qualquer referencial inercial temos que:

$$\begin{aligned}\phi &= kx - \omega t = C^{te} = \phi' = k'x' - \omega' t' \\ x &= \gamma(x' + ut') \;\; ; \;\; t = \gamma(t' + ux'/c^2) \\ k'x' - \omega' t' &= k\gamma(x' + ut') - \omega\gamma(t' + ux'/c^2) \\ k'x' - \omega' t' &= \gamma(k - \omega u/c^2)x' - \gamma(\omega - ku)t'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k' &= \gamma(k - \omega u/c^2) \\ \omega' &= \gamma(\omega - ku) \\ k' &= k\gamma(1 - \omega u/c) \\ \omega' &= \omega\gamma(1 - u/c)\end{aligned}$$

- Uma onda plana linearmente polarizada em y se propagando na direção x, em um referencial $\sum$,pode ser escrita por:
$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{j} \\ \vec{B} &= B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{k}\end{aligned}$$
- Um segundo observador em um referencial $\sum^{'}$ que se move com velocidade $\vec{u} = u\hat{i}$, verá:
$$\begin{aligned}\vec{E}^{'} &= E_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{j}^{'} \\ \vec{B}^{'} &= B_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{k}^{'}\end{aligned}$$
- Como a velocidade da onda deve ser a mesma em qualquer referencial inercial temos que:
$$\begin{aligned}\phi &= kx - \omega t = C^{te} = \phi^{'} = k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'} \\ x &= \gamma(x^{'} + ut^{'}) \;\; ; \;\; t = \gamma(t^{'} + ux^{'}/c^2) \\ k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'} &= k\gamma(x^{'} + ut^{'}) - \omega\gamma(t^{'} + ux^{'}/c^2) \\ k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'} &= \gamma(k - \omega u/c^2)x^{'} - \gamma(\omega - ku)t^{'}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k^{'} &= \gamma(k - \omega u/c^2) \\ \omega^{'} &= \gamma(\omega - ku) \\ k^{'} &= k\gamma(1 - \omega u/c) \\ \omega^{'} &= \omega\gamma(1 - u/c)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda &= \lambda^{'}\sqrt{\frac{c-u}{c+u}} \\ \omega^{'} &= \omega\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\end{aligned}$$

- Uma onda plana linearmente polarizada em y se propagando na direção x, em um referencial $\sum$,pode ser escrita por:
$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{j} \\ \vec{B} &= B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{k}\end{aligned}$$
- Um segundo observador em um referencial $\sum^{'}$ que se move com velocidade $\vec{u} = u\hat{i}$, verá:
$$\begin{aligned}\vec{E}^{'} &= E_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{j}^{'} \\ \vec{B}^{'} &= B_0^{'} \cos(k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'})\hat{k}^{'}\end{aligned}$$
- Como a velocidade da onda deve ser a mesma em qualquer referencial inercial temos que:
$$\begin{aligned}\phi &= kx - \omega t = C^{te} = \phi^{'} = k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'} \\ x &= \gamma(x^{'} + ut^{'}) \;\; ; \;\; t = \gamma(t^{'} + ux^{'}/c^2) \\ k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'} &= k\gamma(x^{'} + ut^{'}) - \omega\gamma(t^{'} + ux^{'}/c^2) \\ k^{'}x^{'} - \omega^{'}t^{'} &= \gamma(k - \omega u/c^2)x^{'} - \gamma(\omega - ku)t^{'}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k^{'} &= \gamma(k - \omega u/c^2) \\ \omega^{'} &= \gamma(\omega - ku) \\ k^{'} &= k\gamma(1 - \omega u/c) \\ \omega^{'} &= \omega\gamma(1 - u/c)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda &= \lambda^{'}\sqrt{\frac{c-u}{c+u}} \\ \mathtt{T} &= \mathtt{T}^{'}\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\end{aligned}$$

Transformação de Velocidades

Das transformação de Lorentz obtemos,

$$\begin{aligned} dt &= \gamma(dt' + dx' u/c^2) \\ dx &= \gamma(dx' + udt') \\ dy &= dy' \\ dz &= dz' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dt' &= \gamma(dt - dxu/c^2) \\ dx' &= \gamma(dx - udt) \\ dy' &= dy \\ dz' &= dz \end{aligned}$$

Transformação de Velocidades

Das transformação de Lorentz obtemos,

$$\begin{aligned} dt &= \gamma(dt^{'} + dx^{'} u/c^2) \\ dx &= \gamma(dx^{'} + udt^{'}) \\ dy &= dy^{'} \\ dz &= dz^{'} \end{aligned}$$

Transformação de velocidades, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.

$$\begin{aligned} dt^{'} &= \gamma(dt - dxu/c^2) \\ dx^{'} &= \gamma(dx - udt) \\ dy^{'} &= dy \\ dz^{'} &= dz \end{aligned}$$

Transformação de velocidades, $\vec{v}^{'} = \frac{d\vec{r}^{'}}{dt^{'}}$.

Transformação de Velocidades

Das transformação de Lorentz obtemos,

$$
\begin{aligned}
dt &= \gamma(dt' + dx' u/c^2) \\
dx &= \gamma(dx' + udt') \\
dy &= dy' \\
dz &= dz'
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
dt' &= \gamma(dt - dxu/c^2) \\
dx' &= \gamma(dx - udt) \\
dy' &= dy \\
dz' &= dz
\end{aligned}
$$

Transformação de velocidades, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.

$$
\begin{aligned}
v_x &= \frac{dx}{dt} = \frac{v_x' + u}{1 + v_x' u/c^2} \\
v_y &= \frac{dy}{dt} = \frac{v_y'}{\gamma(1 + v_x' u/c^2)} \\
v_z &= \frac{dz}{dt} = \frac{v_z'}{\gamma(1 + v_x' u/c^2)}
\end{aligned}
$$

Transformação de velocidades, $\vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt'}$.

$$
\begin{aligned}
v_x' &= \frac{dx'}{dt'} = \frac{v_x - u}{1 - v_x u/c^2} \\
v_y' &= \frac{dy'}{dt'} = \frac{v_y}{\gamma(1 - v_x u/c^2)} \\
v_z' &= \frac{dz'}{dt'} = \frac{v_z}{\gamma(1 - v_x u/c^2)}
\end{aligned}
$$

Momento Linear Relativístico

- A definição não relativística do momento linear é,

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Momento Linear Relativístico

- A definição não relativística do momento linear é,

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- Para preservarmos a conservação do momento relativístico temos que definir que $m = m(v) = \gamma m_0$.

Momento Linear Relativístico

- A definição não relativística do momento linear é,

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- Para preservarmos a conservação do momento relativístico temos que definir que $m = m(v) = \gamma m_0$.
- Onde m_0 é a massa propria, medida no referencial que está em repouso. Logo,

$$\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v}$$

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Trabalho e Energia na Relatividade

- Da definição de trabalho, e considerando a força resultante temos que,

$$W_{ab} \quad = \quad \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt$$

Trabalho e Energia na Relatividade

- Da definição de trabalho, e considerando a força resultante temos que,

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p}
\end{aligned}
$$

Trabalho e Energia na Relatividade

- Da definição de trabalho, e considerando a força resultante temos que,

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma
\end{aligned}
$$

Trabalho e Energia na Relatividade

- Da definição de trabalho, e considerando a força resultante temos que,

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= \int_a^b m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} + \int_a^b m_0 \vec{v} \cdot \vec{v} d\gamma
\end{aligned}
$$

- Da definição de trabalho, e considerando a força resultante temos que,

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= \int_a^b m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} + \int_a^b m_0 \vec{v} \cdot \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= m_0 \int_a^b \frac{vdv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&+ m_0 \int_a^b v^2 d[(1 - v^2/c^2)^{-1/2}]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v}dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= \int_a^b m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} + \int_a^b m_0 \vec{v} \cdot \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= m_0 \int_a^b \frac{vdv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&+ m_0 \int_a^b v^2 d[(1 - v^2/c^2)^{-1/2}] \\
W_{ab} &= \gamma m_0 c^2 \Big|_0^v = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= \int_a^b m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} + \int_a^b m_0 \vec{v} \cdot \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= m_0 \int_a^b \frac{v dv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&+ m_0 \int_a^b v^2 d[(1 - v^2/c^2)^{-1/2}] \\
W_{ab} &= \gamma m_0 c^2 \Big|_0^v = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 \\
W_{ab} &= \Delta K = K(v) - K(0)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= \int_a^b m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} + \int_a^b m_0 \vec{v} \cdot \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= m_0 \int_a^b \frac{v dv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&+ m_0 \int_a^b v^2 d[(1 - v^2/c^2)^{-1/2}] \\
W_{ab} &= \gamma m_0 c^2 \Big|_0^v = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 \\
W_{ab} &= \Delta K = K(v) - K(0)
\end{aligned}
$$

Como $K(0) = 0$ para $\vec{v} = 0$, obtemos:

$$K(v) = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= \int_a^b m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} + \int_a^b m_0 \vec{v} \cdot \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= m_0 \int_a^b \frac{v dv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&+ m_0 \int_a^b v^2 d[(1 - v^2/c^2)^{-1/2}] \\
W_{ab} &= \gamma m_0 c^2 \Big|_0^v = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 \\
W_{ab} &= \Delta K = K(v) - K(0)
\end{aligned}
$$

Como $K(0) = 0$ para $\vec{v} = 0$, obtemos:

$$K(v) = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$

A variação da energia total é igual a soma das variações da energia cinética e potencial,

$$dE = dK + dU$$

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= \int_a^b m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} + \int_a^b m_0 \vec{v} \cdot \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= m_0 \int_a^b \frac{v dv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&+ m_0 \int_a^b v^2 d[(1 - v^2/c^2)^{-1/2}] \\
W_{ab} &= \gamma m_0 c^2 \Big|_0^v = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 \\
W_{ab} &= \Delta K = K(v) - K(0)
\end{aligned}
$$

Como $K(0) = 0$ para $\vec{v} = 0$, obtemos:

$$K(v) = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$

A variação da energia total é igual a soma das variações da energia cinética e potencial,

$$dE = dK + dU$$

Em uma região que a energia potencial não varie,

$$dE = dK$$

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= \int_a^b m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} + \int_a^b m_0 \vec{v} \cdot \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= m_0 \int_a^b \frac{v dv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&+ m_0 \int_a^b v^2 d[(1 - v^2/c^2)^{-1/2}] \\
W_{ab} &= \gamma m_0 c^2 \Big|_0^v = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 \\
W_{ab} &= \Delta K = K(v) - K(0)
\end{aligned}
$$

Como $K(0) = 0$ para $\vec{v} = 0$, obtemos:

$$K(v) = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$

A variação da energia total é igual a soma das variações da energia cinética e potencial,

$$dE = dK + dU$$

Em uma região que a energia potencial não varie,

$$
\begin{aligned}
dE &= dK \\
dE &= d(\gamma m_0 c^2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= \int_a^b m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} + \int_a^b m_0 \vec{v} \cdot \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= m_0 \int_a^b \frac{v dv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&+ m_0 \int_a^b v^2 d[(1 - v^2/c^2)^{-1/2}] \\
W_{ab} &= \gamma m_0 c^2 \Big|_0^v = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 \\
W_{ab} &= \Delta K = K(v) - K(0)
\end{aligned}
$$

Como $K(0) = 0$ para $\vec{v} = 0$, obtemos:

$$
K(v) = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2
$$

A variação da energia total é igual a soma das variações da energia cinética e potencial,

$$
dE = dK + dU
$$

Em uma região que a energia potencial não varie,

$$
\begin{aligned}
dE &= dK \\
dE &= d(\gamma m_0 c^2) \\
E(v) &= \gamma m_0 c^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v}dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= \int_a^b m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} + \int_a^b m_0 \vec{v} \cdot \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= m_0 \int_a^b \frac{vdv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&+ m_0 \int_a^b v^2 d[(1 - v^2/c^2)^{-1/2}] \\
W_{ab} &= \gamma m_0 c^2 \Big|_0^v = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 \\
W_{ab} &= \Delta K = K(v) - K(0)
\end{aligned}
$$

Como $K(0) = 0$ para $\vec{v} = 0$, obtemos:

$$
K(v) = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2
$$

A variação da energia total é igual a soma das variações da energia cinética e potencial,

$$
dE = dK + dU
$$

Em uma região que a energia potencial não varie,

$$
\begin{aligned}
dE &= dK \\
dE &= d(\gamma m_0 c^2) \\
E(v) &= \gamma m_0 c^2 \\
E(v) &= K + m_0 c^2
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= \int_a^b m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} + \int_a^b m_0 \vec{v} \cdot \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= m_0 \int_a^b \frac{v dv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&+ m_0 \int_a^b v^2 d[(1 - v^2/c^2)^{-1/2}] \\
W_{ab} &= \gamma m_0 c^2 \Big|_0^v = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 \\
W_{ab} &= \Delta K = K(v) - K(0)
\end{aligned}$$

Como $K(0) = 0$ para $\vec{v} = 0$, obtemos:

$$K(v) = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$

A variação da energia total é igual a soma das variações da energia cinética e potencial,

$$dE = dK + dU$$

Em uma região que a energia potencial não varie,

$$\begin{aligned}
dE &= dK \\
dE &= d(\gamma m_0 c^2) \\
E(v) &= \gamma m_0 c^2 \\
E(v) &= K + m_0 c^2
\end{aligned}$$

A energia de repouso de uma partícula será,

$$E(v = 0) = E_0 = m_0 c^2$$

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= \int_a^b m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} + \int_a^b m_0 \vec{v} \cdot \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= m_0 \int_a^b \frac{vdv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&+ m_0 \int_a^b v^2 d[(1 - v^2/c^2)^{-1/2}] \\
W_{ab} &= \gamma m_0 c^2 \Big|_0^v = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 \\
W_{ab} &= \Delta K = K(v) - K(0)
\end{aligned}
$$

Como $K(0) = 0$ para $\vec{v} = 0$, obtemos:

$$
K(v) = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2
$$

A variação da energia total é igual a soma das variações da energia cinética e potencial,

$$
dE = dK + dU
$$

Em uma região que a energia potencial não varie,

$$
\begin{aligned}
dE &= dK \\
dE &= d(\gamma m_0 c^2) \\
E(v) &= \gamma m_0 c^2 \\
E(v) &= K + m_0 c^2
\end{aligned}
$$

A energia de repouso de uma partícula será,

$$
\begin{aligned}
E(v = 0) &= E_0 = m_0 c^2 \\
E &= mc^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
W_{ab} &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} dt \\
W_{ab} &= \int_a^b \vec{v} \cdot d\vec{p} \\
d\vec{p} &= d(\gamma m_0 \vec{v}) = \gamma m_0 d\vec{v} + m_0 \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= \int_a^b m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} + \int_a^b m_0 \vec{v} \cdot \vec{v} d\gamma \\
W_{ab} &= m_0 \int_a^b \frac{v dv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&+ m_0 \int_a^b v^2 d[(1 - v^2/c^2)^{-1/2}] \\
W_{ab} &= \gamma m_0 c^2 \Big|_0^v = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 \\
W_{ab} &= \Delta K = K(v) - K(0)
\end{aligned}
$$

Como $K(0) = 0$ para $\vec{v} = 0$, obtemos:

$$K(v) = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$

A variação da energia total é igual a soma das variações da energia cinética e potencial,

$$dE = dK + dU$$

Em uma região que a energia potencial não varie,

$$
\begin{aligned}
dE &= dK \\
dE &= d(\gamma m_0 c^2) \\
E(v) &= \gamma m_0 c^2 \\
E(v) &= K + m_0 c^2
\end{aligned}
$$

A energia de repouso de uma partícula será,

$$
\begin{aligned}
E(v = 0) &= E_0 = m_0 c^2 \\
E &= mc^2 \\
m &= \gamma m_0
\end{aligned}
$$

Energia e momento.

Das definições de energia e momento,

$$
\begin{aligned}
E &= \gamma m_0 c^2 \\
\vec{p} &= \gamma m_0 \vec{v}
\end{aligned}
$$

Energia e momento.

Das definições de energia e momento,

$$\begin{aligned} E &= \gamma m_0 c^2 \\ \vec{p} &= \gamma m_0 \vec{v} \end{aligned}$$

$$\vec{p} = E\frac{\vec{v}}{c^2}$$

Energia e momento.

Das definições de energia e momento,

$$
\begin{aligned}
E &= \gamma m_0 c^2 \\
\vec{p} &= \gamma m_0 \vec{v}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\vec{p} &= E\frac{\vec{v}}{c^2} \\
p^2 &= \frac{v^2 E^2}{c^4}
\end{aligned}
$$

Energia e momento.

Das definições de energia e momento,

$$\begin{aligned} E &= \gamma m_0 c^2 \\ \vec{p} &= \gamma m_0 \vec{v} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{p} &= E\frac{\vec{v}}{c^2} \\ p^2 &= \frac{v^2 E^2}{c^4} \\ E^2 &= \frac{m_0^2 c^4}{1 - v^2/c^2} \end{aligned}$$

Energia e momento.

Das definições de energia e momento,

$$
\begin{aligned}
E &= \gamma m_0 c^2 \\
\vec{p} &= \gamma m_0 \vec{v}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\vec{p} &= E\frac{\vec{v}}{c^2} \\
p^2 &= \frac{v^2 E^2}{c^4} \\
E^2 &= \frac{m_0^2 c^4}{1 - v^2/c^2} \\
E^2 &= (m_0 c^2)^2 + \frac{E^2 v^2}{c^2}
\end{aligned}
$$

Energia e momento.

Das definições de energia e momento,

$$\begin{aligned} E &= \gamma m_0 c^2 \\ \vec{p} &= \gamma m_0 \vec{v} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{p} &= E\frac{\vec{v}}{c^2} \\ p^2 &= \frac{v^2 E^2}{c^4} \\ E^2 &= \frac{m_0^2 c^4}{1 - v^2/c^2} \\ E^2 &= (m_0 c^2)^2 + \frac{E^2 v^2}{c^2} \\ E^2 &= (m_0 c^2)^2 + (pc)^2 \\ E &= \sqrt{(m_0 c^2)^2 + (pc)^2} \end{aligned}$$

Energia e momento.

Das definições de energia e momento,

$$\begin{aligned} E &= \gamma m_0 c^2 \\ \vec{p} &= \gamma m_0 \vec{v} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{p} &= E\frac{\vec{v}}{c^2} \\ p^2 &= \frac{v^2 E^2}{c^4} \\ E^2 &= \frac{m_0^2 c^4}{1 - v^2/c^2} \\ E^2 &= (m_0 c^2)^2 + \frac{E^2 v^2}{c^2} \\ E^2 &= (m_0 c^2)^2 + (pc)^2 \\ E &= \sqrt{(m_0 c^2)^2 + (pc)^2} \end{aligned}$$

- Se $m_0 = 0$ (fotons), ou seja uma partícula com massa de repouso nula,

$$E = pc$$

Energia e momento.

Das definições de energia e momento,

$$E = \gamma m_0 c^2$$
$$\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v}$$

$$\vec{p} = E\frac{\vec{v}}{c^2}$$
$$p^2 = \frac{v^2 E^2}{c^4}$$
$$E^2 = \frac{m_0^2 c^4}{1 - v^2/c^2}$$
$$E^2 = (m_0 c^2)^2 + \frac{E^2 v^2}{c^2}$$
$$E^2 = (m_0 c^2)^2 + (pc)^2$$
$$E = \sqrt{(m_0 c^2)^2 + (pc)^2}$$

- Se $m_0 = 0$ (fotons), ou seja uma partícula com massa de repouso nula,
$$E = pc$$
- Vimos para ondas eletromagnéticas,
$$E = cB$$
$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2 = \epsilon_0 E^2$$

Energia e momento.

Das definições de energia e momento,

$$\begin{aligned} E &= \gamma m_0 c^2 \\ \vec{p} &= \gamma m_0 \vec{v} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{p} &= E\frac{\vec{v}}{c^2} \\ p^2 &= \frac{v^2E^2}{c^4} \\ E^2 &= \frac{m_0^2c^4}{1-v^2/c^2} \\ E^2 &= (m_0c^2)^2 + \frac{E^2v^2}{c^2} \\ E^2 &= (m_0c^2)^2 + (pc)^2 \\ E &= \sqrt{(m_0c^2)^2 + (pc)^2} \end{aligned}$$

- Se $m_0 = 0$ (fotons), ou seja uma partícula com massa de repouso nula,
$$E = pc$$
- Vimos para ondas eletromagnéticas,
$$\begin{aligned} E &= cB \\ u &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2 = \epsilon_0 E^2 \\ \vec{S} &= \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B} = uc\frac{\vec{k}}{k} \end{aligned}$$

Energia e momento.

Das definições de energia e momento,

$$\begin{aligned} E &= \gamma m_0 c^2 \\ \vec{p} &= \gamma m_0 \vec{v} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{p} &= E\frac{\vec{v}}{c^2} \\ p^2 &= \frac{v^2 E^2}{c^4} \\ E^2 &= \frac{m_0^2 c^4}{1 - v^2/c^2} \\ E^2 &= (m_0 c^2)^2 + \frac{E^2 v^2}{c^2} \\ E^2 &= (m_0 c^2)^2 + (pc)^2 \\ E &= \sqrt{(m_0 c^2)^2 + (pc)^2} \end{aligned}$$

- Se $m_0 = 0$ (fotons), ou seja uma partícula com massa de repouso nula,

$$E = pc$$

- Vimos para ondas eletromagnéticas,

$$\begin{aligned} E &= cB \\ u &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \epsilon_0 E^2 \\ \vec{S} &= \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B} = uc\frac{\vec{k}}{k} \\ \vec{P}_{em} &= \int (\epsilon_0 \mu_0 \vec{S}) dV \\ \vec{P}_{em} &= \frac{c}{c^2}(\int udV)\vec{k}/k \end{aligned}$$

Energia e momento.

Das definições de energia e momento,

$$\begin{aligned} E &= \gamma m_0 c^2 \\ \vec{p} &= \gamma m_0 \vec{v} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{p} &= E\frac{\vec{v}}{c^2} \\ p^2 &= \frac{v^2E^2}{c^4} \\ E^2 &= \frac{m_0^2c^4}{1-v^2/c^2} \\ E^2 &= (m_0c^2)^2 + \frac{E^2v^2}{c^2} \\ E^2 &= (m_0c^2)^2 + (pc)^2 \\ E &= \sqrt{(m_0c^2)^2 + (pc)^2} \end{aligned}$$

- Se $m_0 = 0$ (fotons), ou seja uma partícula com massa de repouso nula,
$$E = pc$$
- Vimos para ondas eletromagnéticas,
$$\begin{aligned} E &= cB \\ u &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2 = \epsilon_0 E^2 \\ \vec{S} &= \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B} = uc\frac{\vec{k}}{k} \\ \vec{P}_{em} &= \int(\epsilon_0\mu_0\vec{S})dV \\ \vec{P}_{em} &= \frac{c}{c^2}\left(\int udV\right)\vec{k}/k \\ \vec{P}_{em} &= \frac{1}{c}U\hat{k} \rightarrow P_{em} = \frac{U}{c} \end{aligned}$$

Mecânica Newtoniana e Relatividade

- Da definição de força resultante temos que,

$$\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(\gamma m_0 \vec{v})}{dt}$$

Mecânica Newtoniana e Relatividade

- Da definição de força resultante temos que,

$$
\begin{aligned}
\vec{F}_R &= \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(\gamma m_0 \vec{v})}{dt} \\
\vec{F}_R &= m_0 \vec{v}\frac{d\gamma}{dt} + \gamma m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} \\
\vec{F}_R &= m_0 \vec{v}\frac{d\gamma}{dt} + \gamma m_0 \vec{a}
\end{aligned}
$$

- Da definição de força resultante temos que,

$$\begin{aligned}
\vec{F}_R &= \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(\gamma m_0 \vec{v})}{dt} \\
\vec{F}_R &= m_0 \vec{v}\frac{d\gamma}{dt} + \gamma m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} \\
\vec{F}_R &= m_0 \vec{v}\frac{d\gamma}{dt} + \gamma m_0 \vec{a}
\end{aligned}$$

- Da definição de força resultante temos que,

$$
\begin{aligned}
\vec{F}_R &= \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(\gamma m_0 \vec{v})}{dt} \\
\vec{F}_R &= m_0 \vec{v} \frac{d\gamma}{dt} + \gamma m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} \\
\vec{F}_R &= m_0 \vec{v} \frac{d\gamma}{dt} + \gamma m_0 \vec{a}
\end{aligned}
$$

- Da definição de força resultante temos que,

$$\begin{aligned}
\vec{F}_R &= \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(\gamma m_0 \vec{v})}{dt} \\
\vec{F}_R &= m_0 \vec{v} \frac{d\gamma}{dt} + \gamma m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} \\
\vec{F}_R &= m_0 \vec{v} \frac{d\gamma}{dt} + \gamma m_0 \vec{a}
\end{aligned}$$