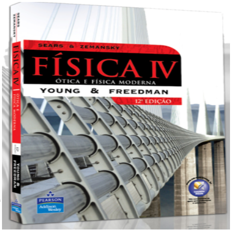
# Capítulo 39 - A Natureza Ondulatória das Partículas

**RODRIGO ALVES DIAS**

Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

Livro texto: Física 3 - Eletromagnetismo
Autores: Sears e Zemansky
Edição: $12^a$
Editora: Pearson - Addisson and Wesley

25 de setembro de 2012



## Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- A hipótese de De Broglie, de que elétrons, prótons e outras partículas podem se comportar como ondas.

## Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- A hipótese de De Broglie, de que elétrons, prótons e outras partículas podem se comportar como ondas.
- Como experiências com difração de elétrons forneceram comprovações das idéias de De Broglie.

## Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- A hipótese de De Broglie, de que elétrons, prótons e outras partículas podem se comportar como ondas.
- Como experiências com difração de elétrons forneceram comprovações das idéias de De Broglie.
- Como o principio da incerteza de Heisenberg impõe limites fundamentais sobre o que pode ser medido.

## Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- A hipótese de De Broglie, de que elétrons, prótons e outras partículas podem se comportar como ondas.
- Como experiências com difração de elétrons forneceram comprovações das idéias de De Broglie.
- Como o principio da incerteza de Heisenberg impõe limites fundamentais sobre o que pode ser medido.
- Como os microscópios eletrônicos podem fornecer imagem de ampliação maior do que a fornecida par microscópios óticos.

## Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- A hipótese de De Broglie, de que elétrons, prótons e outras partículas podem se comportar como ondas.
- Como experiências com difração de elétrons forneceram comprovações das idéias de De Broglie.
- Como o principio da incerteza de Heisenberg impõe limites fundamentais sobre o que pode ser medido.
- Como os microscópios eletrônicos podem fornecer imagem de ampliação maior do que a fornecida par microscópios óticos.
- As funções de onda que descrevem o comportamento das partículas e a equação de Schrodinger a que essas funções devem satisfazer.

- Imagem da pata de uma mosca parasita de morcegos.

- Imagem da pata de uma mosca parasita de morcegos.
- Feita usando um feixe de elétrons em vez de um feixe de luz.

- Imagem da pata de uma mosca parasita de morcegos.
- Feita usando um feixe de elétrons em vez de um feixe de luz.
- Que propriedades dos elétrons os tornam úteis para exibir detalhes tão sutis?

- Imagem da pata de uma mosca parasita de morcegos.
- Feita usando um feixe de elétrons em vez de um feixe de luz.
- Que propriedades dos elétrons os tornam úteis para exibir detalhes tão sutis?
- **dualidade onda-partícula**: a luz e outras ondas eletromagnéticas algumas vezes se comportam como ondas e outras vezes como partículas.

- Imagem da pata de uma mosca parasita de morcegos.
- Feita usando um feixe de elétrons em vez de um feixe de luz.
- Que propriedades dos elétrons os tornam úteis para exibir detalhes tão sutis?
- **dualidade onda-partícula**: a luz e outras ondas eletromagnéticas algumas vezes se comportam como ondas e outras vezes como partículas.
- Uma teoria completa deveria ser capaz de prever, em bases teóricas, os níveis de energia de qualquer átomo.

- Imagem da pata de uma mosca parasita de morcegos.
- Feita usando um feixe de elétrons em vez de um feixe de luz.
- Que propriedades dos elétrons os tornam úteis para exibir detalhes tão sutis?
- **dualidade onda-partícula**: a luz e outras ondas eletromagnéticas algumas vezes se comportam como ondas e outras vezes como partículas.
- Uma teoria completa deveria ser capaz de prever, em bases teóricas, os níveis de energia de qualquer átomo.
- A **mecânica quântica**, estendeu o conceito da dualidade onda-partícula.

- Imagem da pata de uma mosca parasita de morcegos.
- Feita usando um feixe de elétrons em vez de um feixe de luz.
- Que propriedades dos elétrons os tornam úteis para exibir detalhes tão sutis?
- **dualidade onda-partícula**: a luz e outras ondas eletromagnéticas algumas vezes se comportam como ondas e outras vezes como partículas.
- Uma teoria completa deveria ser capaz de prever, em bases teóricas, os níveis de energia de qualquer átomo.
- A **mecânica quântica**, estendeu o conceito da dualidade onda-partícula.
- Afirma que a matéria também apresenta um comportamento ondulatório.

## Onda de De Broglie

- O príncipe Louis de Broglie: "a natureza ama as simetrias".

## Onda de De Broglie

- O príncipe Louis de Broglie: "a natureza ama as simetrias".
- A luz possui uma natureza dual, comportando-se como onda e como partícula.

## Onda de De Broglie

- O príncipe Louis de Broglie: "a natureza ama as simetrias".
- A luz possui uma natureza dual, comportando-se como onda e como partícula.
- Se a natureza e simétrica, essa dualidade também deveria ser válida para a matéria.

## Onda de De Broglie

- O príncipe Louis de Broglie: "a natureza ama as simetrias".
- A luz possui uma natureza dual, comportando-se como onda e como partícula.
- Se a natureza e simétrica, essa dualidade também deveria ser válida para a matéria.
- Elétrons e prótons podem em algumas situações se comportar como ondas.

## Onda de De Broglie

- O príncipe Louis de Broglie: "a natureza ama as simetrias".
- A luz possui uma natureza dual, comportando-se como onda e como partícula.
- Se a natureza e simétrica, essa dualidade também deveria ser válida para a matéria.
- Elétrons e prótons podem em algumas situações se comportar como ondas.
- De Broglie postulou: uma partícula com massa de repouso $m$, com velocidade $v$, deve ter um comprimento de onda $\lambda$ associado a seu momento linear $p = mv$ do mesmo modo que um fóton.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

- Se $v$ da partícula for comparável a $c$ devemos usar $p = \gamma mv$.

## Onda de De Broglie

- O príncipe Louis de Broglie: "a natureza ama as simetrias".
- A luz possui uma natureza dual, comportando-se como onda e como partícula.
- Se a natureza e simétrica, essa dualidade também deveria ser válida para a matéria.
- Elétrons e prótons podem em algumas situações se comportar como ondas.
- De Broglie postulou: uma partícula com massa de repouso $m$, com velocidade $v$, deve ter um comprimento de onda $\lambda$ associado a seu momento linear $p = mv$ do mesmo modo que um fóton.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

- Se $v$ da partícula for comparável a $c$ devemos usar $p = \gamma mv$.
- A freqüência $f$, de acordo com De Broglie, e também relacionada com a energia da partícula E da mesma forma que ocorre com um foton, ou seja:

$$E = hf$$

## Onda de De Broglie

- O príncipe Louis de Broglie: "a natureza ama as simetrias".
- A luz possui uma natureza dual, comportando-se como onda e como partícula.
- Se a natureza e simétrica, essa dualidade também deveria ser válida para a matéria.
- Elétrons e prótons podem em algumas situações se comportar como ondas.
- De Broglie postulou: uma partícula com massa de repouso $m$, com velocidade $v$, deve ter um comprimento de onda $\lambda$ associado a seu momento linear $p = mv$ do mesmo modo que um fóton.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

- Se $v$ da partícula for comparável a $c$ devemos usar $p = \gamma mv$.
- A freqüência $f$, de acordo com De Broglie, e também relacionada com a energia da partícula E da mesma forma que ocorre com um foton, ou seja:

$$E = hf$$

- A hipótese de De Broglie foi o inicio de uma revolução.

## Onda de De Broglie

- O príncipe Louis de Broglie: "a natureza ama as simetrias".
- A luz possui uma natureza dual, comportando-se como onda e como partícula.
- Se a natureza e simétrica, essa dualidade também deveria ser válida para a matéria.
- Elétrons e prótons podem em algumas situações se comportar como ondas.
- De Broglie postulou: uma partícula com massa de repouso $m$, com velocidade $v$, deve ter um comprimento de onda $\lambda$ associado a seu momento linear $p = mv$ do mesmo modo que um fóton.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

- Se $v$ da partícula for comparável a $c$ devemos usar $p = \gamma mv$.
- A freqüência $f$, de acordo com De Broglie, e também relacionada com a energia da partícula E da mesma forma que ocorre com um foton, ou seja:

$$E = hf$$

- A hipótese de De Broglie foi o inicio de uma revolução.
- Alguns anos após 1924, uma teoria, chamada de mecânica quântica, foi desenvolvida por Heisenberg, Schrodinger, Dirac, Born e outros.

## Onda de De Broglie

- O príncipe Louis de Broglie: "a natureza ama as simetrias".
- A luz possui uma natureza dual, comportando-se como onda e como partícula.
- Se a natureza e simétrica, essa dualidade também deveria ser válida para a matéria.
- Elétrons e prótons podem em algumas situações se comportar como ondas.
- De Broglie postulou: uma partícula com massa de repouso $m$, com velocidade $v$, deve ter um comprimento de onda $\lambda$ associado a seu momento linear $p = mv$ do mesmo modo que um fóton.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

- Se $v$ da partícula for comparável a $c$ devemos usar $p = \gamma mv$.
- A freqüência $f$, de acordo com De Broglie, e também relacionada com a energia da partícula E da mesma forma que ocorre com um foton, ou seja:

$$E = hf$$

- A hipótese de De Broglie foi o inicio de uma revolução.
- Alguns anos após 1924, uma teoria, chamada de mecânica quântica, foi desenvolvida por Heisenberg, Schrodinger, Dirac, Born e outros.
- A mecânica quântica envolve uma revisão radical de nossos conceitos sobre a estrutura da matéria.

## Onda de De Broglie

- O príncipe Louis de Broglie: "a natureza ama as simetrias".
- A luz possui uma natureza dual, comportando-se como onda e como partícula.
- Se a natureza e simétrica, essa dualidade também deveria ser válida para a matéria.
- Elétrons e prótons podem em algumas situações se comportar como ondas.
- De Broglie postulou: uma partícula com massa de repouso $m$, com velocidade $v$, deve ter um comprimento de onda $\lambda$ associado a seu momento linear $p = mv$ do mesmo modo que um fóton.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

- Se $v$ da partícula for comparável a $c$ devemos usar $p = \gamma mv$.
- A freqüência $f$, de acordo com De Broglie, e também relacionada com a energia da partícula E da mesma forma que ocorre com um foton, ou seja:

$$E = hf$$

- A hipótese de De Broglie foi o inicio de uma revolução.
- Alguns anos após 1924, uma teoria, chamada de mecânica quântica, foi desenvolvida por Heisenberg, Schrodinger, Dirac, Born e outros.
- A mecânica quântica envolve uma revisão radical de nossos conceitos sobre a estrutura da matéria.
- A distribuição espacial de uma partícula e descrita por uma função de onda.

## Onda de De Broglie

- O princípe Louis de Broglie: "a natureza ama as simetrias".
- A luz possui uma natureza dual, comportando-se como onda e como partícula.
- Se a natureza e simétrica, essa dualidade também deveria ser válida para a matéria.
- Elétrons e prótons podem em algumas situações se comportar como ondas.
- De Broglie postulou: uma partícula com massa de repouso $m$, com velocidade $v$, deve ter um comprimento de onda $\lambda$ associado a seu momento linear $p = mv$ do mesmo modo que um fóton.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

- Se $v$ da partícula for comparável a $c$ devemos usar $p = \gamma mv$.
- A freqüência $f$, de acordo com De Broglie, e também relacionada com a energia da partícula E da mesma forma que ocorre com um foton, ou seja:

$$E = hf$$

- A hipótese de De Broglie foi o inicio de uma revolução.
- Alguns anos após 1924, uma teoria, chamada de mecânica quântica, foi desenvolvida por Heisenberg, Schrodinger, Dirac, Born e outros.
- A mecânica quântica envolve uma revisão radical de nossos conceitos sobre a estrutura da matéria.
- A distribuição espacial de uma partícula e descrita por uma função de onda.
- A descrição crepuscular não e incompatível com a descrição ondulatória.

## Onda de De Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

- Se $v$ da partícula for comparável a $c$ devemos usar $p = \gamma mv$.
- **O princípio da complementaridade**, afirma que é necessário usar o modelo ondulatório juntamente com o modelo corpúscular para tornar possível uma descrição completa da natureza.
- A freqüência $f$, de acordo com De Broglie, e também relacionada com a energia da partícula E da mesma forma que ocorre com um foton, ou seja:

$$E = hf$$

- A hipótese de De Broglie foi o inicio de uma revolução.
- Alguns anos após 1924, uma teoria, chamada de mecânica quântica, foi desenvolvida por Heisenberg, Schrodinger, Dirac, Born e outros.
- A mecânica quântica envolve uma revisão radical de nossos conceitos sobre a estrutura da matéria.
- A distribuição espacial de uma partícula e descrita por uma função de onda.
- A descrição crepuscular não e incompatível com a descrição ondulatória.

## O modelo de Bohr e as onda de De Broglie

- A idéia mais importante da teoria de Bohr foi a verificação da existência de níveis de energia discretos e suas relações com as freqüências dos fótons emitidos.

## O modelo de Bohr e as onda de De Broglie

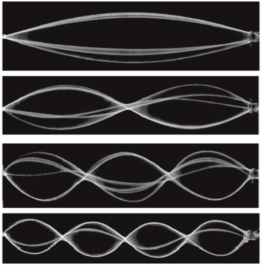
- A idéia mais importante da teoria de Bohr foi a verificação da existência de níveis de energia discretos e suas relações com as freqüências dos fótons emitidos.
- Podemos usar a $\lambda = h/p = h/mv$ para obter a quantização do momento angular, $L_n = mv_n r_n = nh/2\pi$.

## O modelo de Bohr e as onda de De Broglie

- A idéia mais importante da teoria de Bohr foi a verificação da existência de níveis de energia discretos e suas relações com as freqüências dos fótons emitidos.
- Podemos usar a $\lambda = h/p = h/mv$ para obter a quantização do momento angular, $L_n = mv_nr_n = nh/2\pi$.
- A idéia básica é satisfazer as **condições de contorno** para as ondas.

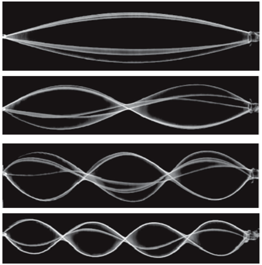
## O modelo de Bohr e as onda de De Broglie

- A idéia mais importante da teoria de Bohr foi a verificação da existência de níveis de energia discretos e suas relações com as freqüências dos fótons emitidos.
- Podemos usar a $\lambda = h/p = h/mv$ para obter a quantização do momento angular, $L_n = mv_n r_n = nh/2\pi$.
- A idéia básica é satisfazer as **condições de contorno** para as ondas.
- Para uma corda vibrante fixa nas pontas, o comprimento total da corda deve ser igual a $n\lambda/2$.



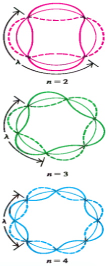
## O modelo de Bohr e as onda de De Broglie

- A idéia mais importante da teoria de Bohr foi a verificação da existência de níveis de energia discretos e suas relações com as freqüências dos fótons emitidos.
- Podemos usar a $\lambda = h/p = h/mv$ para obter a quantização do momento angular, $L_n = mv_n r_n = nh/2\pi$.
- A idéia básica é satisfazer as **condições de contorno** para as ondas.
- Para uma corda vibrante fixa nas pontas, o comprimento total da corda deve ser igual a $n\lambda/2$.
- Uma onda estacionaria em uma corda não transmite energia, e o elétron em uma órbita estacionária no modelo de Bohr não irradia nenhuma energia.



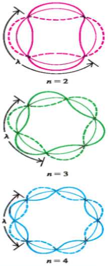
## O modelo de Bohr e as onda de De Broglie

- A idéia mais importante da teoria de Bohr foi a verificação da existência de níveis de energia discretos e suas relações com as freqüências dos fótons emitidos.
- Podemos usar a $\lambda = h/p = h/mv$ para obter a quantização do momento angular, $L_n = mv_nr_n = nh/2\pi$.
- A idéia básica é satisfazer as **condições de contorno** para as ondas.
- Para uma corda vibrante fixa nas pontas, o comprimento total da corda deve ser igual a $n\lambda/2$.
- Uma onda estacionaria em uma corda não transmite energia, e o elétron em uma órbita estacionária no modelo de Bohr não irradia nenhuma energia.
- Considere que o elétron seja uma onda estacionaria distribuída ao longo de uma órbita circular de Bohr.



## O modelo de Bohr e as onda de De Broglie

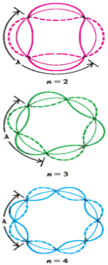
- A idéia mais importante da teoria de Bohr foi a verificação da existência de níveis de energia discretos e suas relações com as freqüências dos fótons emitidos.
- Podemos usar a $\lambda = h/p = h/mv$ para obter a quantização do momento angular, $L_n = mv_n r_n = nh/2\pi$.
- A idéia básica é satisfazer as **condições de contorno** para as ondas.
- Para uma corda vibrante fixa nas pontas, o comprimento total da corda deve ser igual a $n\lambda/2$.
- Uma onda estacionaria em uma corda não transmite energia, e o elétron em uma órbita estacionária no modelo de Bohr não irradia nenhuma energia.
- Considere que o elétron seja uma onda estacionaria distribuída ao longo de uma órbita circular de Bohr.




- Para que essa onda se feche na órbita, a circunferência deve conter um numero inteiro $\lambda$.

## O modelo de Bohr e as onda de De Broglie

- A idéia mais importante da teoria de Bohr foi a verificação da existência de níveis de energia discretos e suas relações com as freqüências dos fótons emitidos.
- Podemos usar a $\lambda = h/p = h/mv$ para obter a quantização do momento angular, $L_n = mv_n r_n = nh/2\pi$.
- A idéia básica é satisfazer as **condições de contorno** para as ondas.
- Para uma corda vibrante fixa nas pontas, o comprimento total da corda deve ser igual a $n\lambda/2$.
- Uma onda estacionaria em uma corda não transmite energia, e o elétron em uma órbita estacionária no modelo de Bohr não irradia nenhuma energia.
- Considere que o elétron seja uma onda estacionaria distribuída ao longo de uma órbita circular de Bohr.

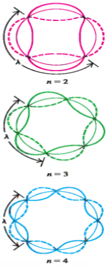



- Para que essa onda se feche na órbita, a circunferência deve conter um numero inteiro $\lambda$.

$$2\pi r = n\lambda = n\frac{h}{mv}$$

## O modelo de Bohr e as onda de De Broglie

- A idéia mais importante da teoria de Bohr foi a verificação da existência de níveis de energia discretos e suas relações com as freqüências dos fótons emitidos.
- Podemos usar a $\lambda = h/p = h/mv$ para obter a quantização do momento angular, $L_n = mv_n r_n = nh/2\pi$.
- A idéia básica é satisfazer as **condições de contorno** para as ondas.
- Para uma corda vibrante fixa nas pontas, o comprimento total da corda deve ser igual a $n\lambda/2$.
- Uma onda estacionaria em uma corda não transmite energia, e o elétron em uma órbita estacionária no modelo de Bohr não irradia nenhuma energia.
- Considere que o elétron seja uma onda estacionaria distribuída ao longo de uma órbita circular de Bohr.

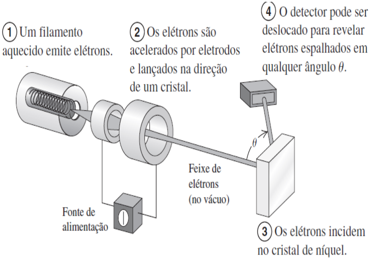



- Para que essa onda se feche na órbita, a circunferência deve conter um numero inteiro $\lambda$.

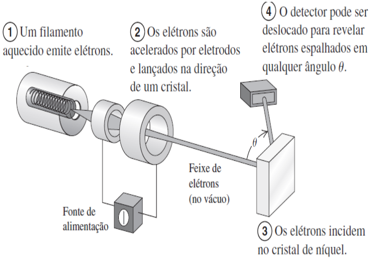
$$
\begin{aligned}
2\pi r &= n\lambda = n\frac{h}{mv} \\
mvr &= n\frac{h}{2\pi}
\end{aligned}
$$

- A hipótese ondulatória sugerida por De Broglie, por mais radical que parecesse, precisava de confirmação experimental.

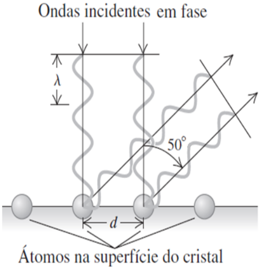
- A hipótese ondulatória sugerida por De Broglie, por mais radical que parecesse, precisava de confirmação experimental.
- A primeira evidencia direta envolveu uma experiência de difração de elétrons análoga a difração de raios X

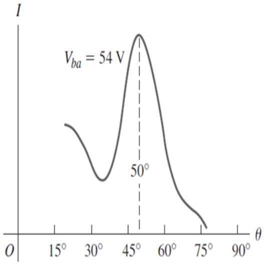


- A hipótese ondulatória sugerida por De Broglie, por mais radical que parecesse, precisava de confirmação experimental.
- A primeira evidencia direta envolveu uma experiência de difração de elétrons análoga a difração de raios X
- Os máximos fortes do feixe refletido ocorriam em determinados ângulos.

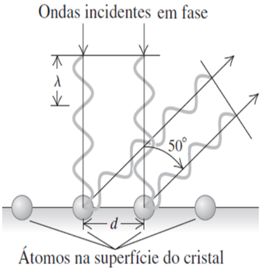


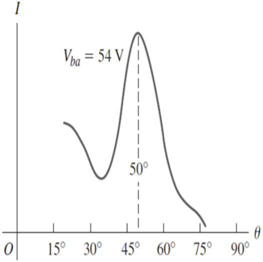
- A hipótese ondulatória sugerida por De Broglie, por mais radical que parecesse, precisava de confirmação experimental.
- A primeira evidencia direta envolveu uma experiência de difração de elétrons análoga a difração de raios X
- Os máximos fortes do feixe refletido ocorriam em determinados ângulos.
- As posições angulares dos máximos dependiam da voltagem $V_{ba}$ usada para produzir o feixe de elétrons.



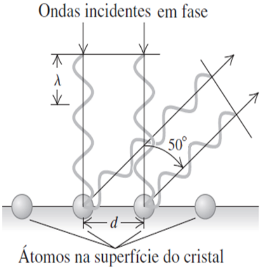



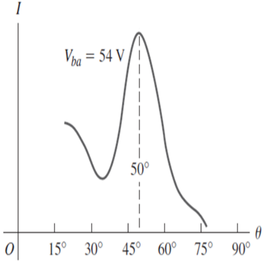
- A hipótese ondulatória sugerida por De Broglie, por mais radical que parecesse, precisava de confirmação experimental.
- A primeira evidencia direta envolveu uma experiência de difração de elétrons análoga a difração de raios X
- Os máximos fortes do feixe refletido ocorriam em determinados ângulos.
- As posições angulares dos máximos dependiam da voltagem $V_{ba}$ usada para produzir o feixe de elétrons.
- Os elétrons eram inicialmente espalhados pelos planos dos átomos na superfície do cristal.



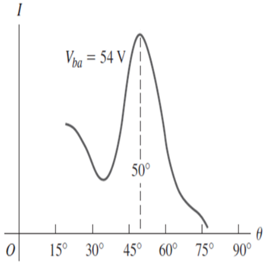



- A hipótese ondulatória sugerida por De Broglie, por mais radical que parecesse, precisava de confirmação experimental.
- A primeira evidencia direta envolveu uma experiência de difração de elétrons análoga a difração de raios X
- Os máximos fortes do feixe refletido ocorriam em determinados ângulos.
- As posições angulares dos máximos dependiam da voltagem $V_{ba}$ usada para produzir o feixe de elétrons.
- Os elétrons eram inicialmente espalhados pelos planos dos átomos na superfície do cristal.
- As linhas de átomos se comportam como uma rede de difração.

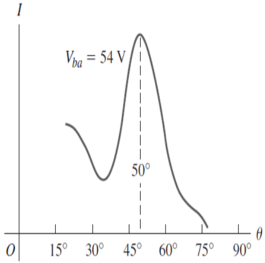


- A hipótese ondulatória sugerida por De Broglie, por mais radical que parecesse, precisava de confirmação experimental.
- A primeira evidencia direta envolveu uma experiência de difração de elétrons análoga a difração de raios X
- Os máximos fortes do feixe refletido ocorriam em determinados ângulos.
- As posições angulares dos máximos dependiam da voltagem $V_{ba}$ usada para produzir o feixe de elétrons.
- Os elétrons eram inicialmente espalhados pelos planos dos átomos na superfície do cristal.
- As linhas de átomos se comportam como uma rede de difração.
- Os ângulos em que ocorre forte reflexão são os mesmos que os obtidos para uma rede de difração com uma distancia $d$ entre duas fendas consecutivas.

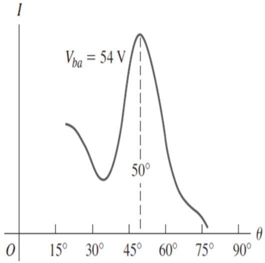


- A hipótese ondulatória sugerida por De Broglie, por mais radical que parecesse, precisava de confirmação experimental.
- A primeira evidencia direta envolveu uma experiência de difração de elétrons análoga a difração de raios X
- Os máximos fortes do feixe refletido ocorriam em determinados ângulos.
- As posições angulares dos máximos dependiam da voltagem $V_{ba}$ usada para produzir o feixe de elétrons.
- Os elétrons eram inicialmente espalhados pelos planos dos átomos na superfície do cristal.
- As linhas de átomos se comportam como uma rede de difração.
- Os ângulos em que ocorre forte reflexão são os mesmos que os obtidos para uma rede de difração com uma distancia $d$ entre duas fendas consecutivas.



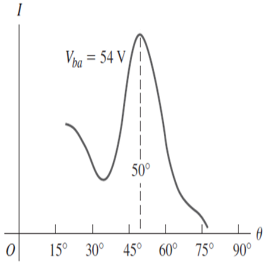

$$d \sin\theta \quad = \quad n\lambda = nh/p \quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

- A hipótese ondulatória sugerida por De Broglie, por mais radical que parecesse, precisava de confirmação experimental.
- A primeira evidencia direta envolveu uma experiência de difração de elétrons análoga a difração de raios X
- Os máximos fortes do feixe refletido ocorriam em determinados ângulos.
- As posições angulares dos máximos dependiam da voltagem $V_{ba}$ usada para produzir o feixe de elétrons.
- Os elétrons eram inicialmente espalhados pelos planos dos átomos na superfície do cristal.
- As linhas de átomos se comportam como uma rede de difração.
- Os ângulos em que ocorre forte reflexão são os mesmos que os obtidos para uma rede de difração com uma distancia $d$ entre duas fendas consecutivas.



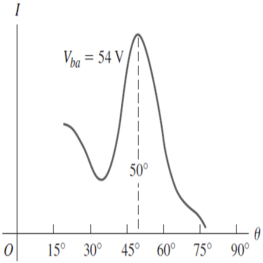

$$
\begin{aligned}
d \sin\theta &= n\lambda = nh/p \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \\
eV_{ba} &= K = p^2/2m
\end{aligned}
$$

- A hipótese ondulatória sugerida por De Broglie, por mais radical que parecesse, precisava de confirmação experimental.
- A primeira evidencia direta envolveu uma experiência de difração de elétrons análoga a difração de raios X
- Os máximos fortes do feixe refletido ocorriam em determinados ângulos.
- As posições angulares dos máximos dependiam da voltagem $V_{ba}$ usada para produzir o feixe de elétrons.
- Os elétrons eram inicialmente espalhados pelos planos dos átomos na superfície do cristal.
- As linhas de átomos se comportam como uma rede de difração.
- Os ângulos em que ocorre forte reflexão são os mesmos que os obtidos para uma rede de difração com uma distancia $d$ entre duas fendas consecutivas.




$$\begin{aligned} d\sin\theta &= n\lambda = nh/p \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \\ eV_{ba} &= K = p^2/2m \\ p &= \sqrt{2meV_{ba}} \end{aligned}$$

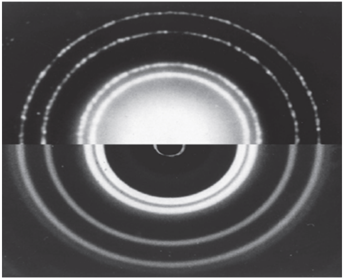
- A hipótese ondulatória sugerida por De Broglie, por mais radical que parecesse, precisava de confirmação experimental.
- A primeira evidencia direta envolveu uma experiência de difração de elétrons análoga a difração de raios X
- Os máximos fortes do feixe refletido ocorriam em determinados ângulos.
- As posições angulares dos máximos dependiam da voltagem $V_{ba}$ usada para produzir o feixe de elétrons.
- Os elétrons eram inicialmente espalhados pelos planos dos átomos na superfície do cristal.
- As linhas de átomos se comportam como uma rede de difração.
- Os ângulos em que ocorre forte reflexão são os mesmos que os obtidos para uma rede de difração com uma distancia $d$ entre duas fendas consecutivas.




$$
\begin{aligned}
d\sin\theta &= n\lambda = nh/p \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \\
eV_{ba} &= K = p^2/2m \\
p &= \sqrt{2meV_{ba}} \\
\sin\theta &= \frac{nh}{d\sqrt{2meV_{ba}}}
\end{aligned}
$$

- A Figura mostra duas figuras de difração, uma para elétrons e a outra para raios X, passando através de uma folha de alumínio policristalino.

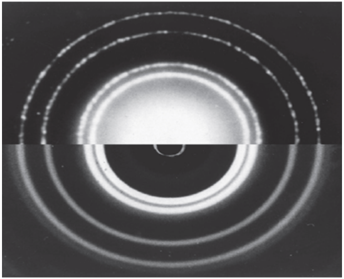
Em cima: difração de raios X



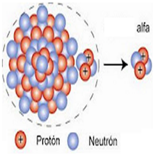
Embaixo: difração de elétrons

- A Figura mostra duas figuras de difração, uma para elétrons e a outra para raios X, passando através de uma folha de alumínio policristalino.
- Na Alemanha, Esterdann e Stem demonstraram a difração de partículas alfa.

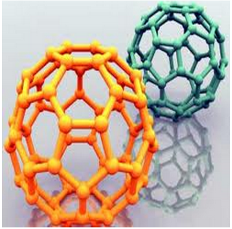
Em cima: difração de raios X



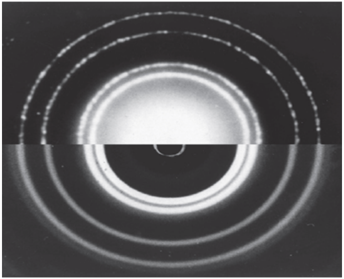
Embaixo: difração de elétrons



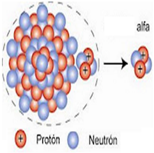
- A Figura mostra duas figuras de difração, uma para elétrons e a outra para raios X, passando através de uma folha de alumínio policristalino.
- Na Alemanha, Esterdann e Stem demonstraram a difração de partículas alfa.
- Recentemente foi observado a difração de $C60$.



Em cima: difração de raios X



Embaixo: difração de elétrons



- Na mecânica clássica newtoniana uma partícula era descrita como um ponto.

- Na mecânica clássica newtoniana uma partícula era descrita como um ponto.
- Descrevemos a posição e seu estado de movimento com $\vec{r}$ e $\vec{v}$.

- Na mecânica clássica newtoniana uma partícula era descrita como um ponto.
- Descrevemos a posição e seu estado de movimento com $\vec{r}$ e $\vec{v}$.
- Se observamos uma partícula em uma escala muito pequena, existem limitações que impedem a exata determinação de $\vec{r}$ e $\vec{v}$.

- Na mecânica clássica newtoniana uma partícula era descrita como um ponto.
- Descrevemos a posição e seu estado de movimento com $\vec{r}$ e $\vec{v}$.
- Se observamos uma partícula em uma escala muito pequena, existem limitações que impedem a exata determinação de $\vec{r}$ e $\vec{v}$.
- O comportamento de uma partícula só poderá ser descritos em termos de **probabilidades**.

## Difração em uma única fenda

- Considere a difração de luz em uma única fenda onde $\lambda \ll a$ (largura a da fenda).

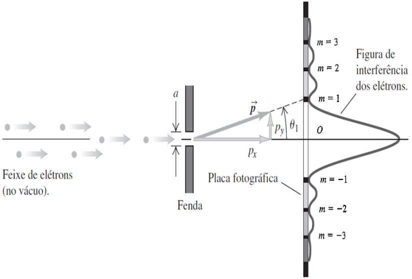
## Difração em uma única fenda

- Considere a difração de luz em uma única fenda onde $\lambda \ll a$ (largura a da fenda).
- O ângulo da entre o máximo central e o primeiro mínimo será: $a \sin\theta = m\lambda$

## Difração em uma única fenda

- Considere a difração de luz em uma única fenda onde $\lambda \ll a$ (largura a da fenda).
- O ângulo da entre o máximo central e o primeiro mínimo será: $a \sin\theta = m\lambda$
- Como $m = 1$, e $\lambda \ll a \sin\theta \simeq \theta$, logo:

$$ \tag{1} $$

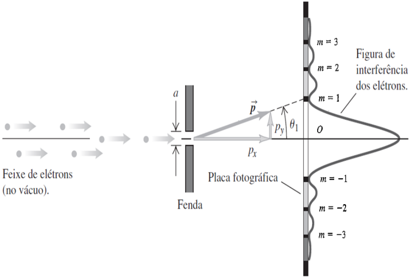


## Difração em uma única fenda

- Considere a difração de luz em uma única fenda onde $\lambda \ll a$ (largura a da fenda).
- O ângulo da entre o máximo central e o primeiro mínimo será: $a \sin\theta = m\lambda$
- Como $m = 1$, e $\lambda \ll a \sin\theta \simeq \theta$, logo:

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

- Se a mesma experiência, é feita com feixe de elétrons em vez de luz.

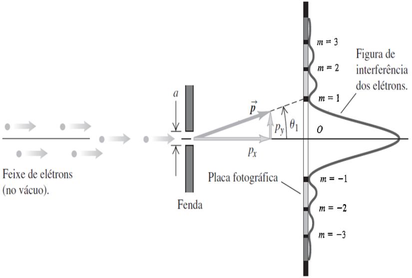


## Difração em uma única fenda

- Considere a difração de luz em uma única fenda onde $\lambda \ll a$ (largura a da fenda).
- O ângulo da entre o máximo central e o primeiro mínimo será:$a \sin\theta = m\lambda$
- Como $m = 1$, e $\lambda \ll a \sin\theta \simeq \theta$, logo:

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

- Se a mesma experiência, é feita com feixe de elétrons em vez de luz.
- É necessário ter um feixe estreito com a mesma velocidade e mesma direção.(o mesmo $\lambda$ de De Broglie).

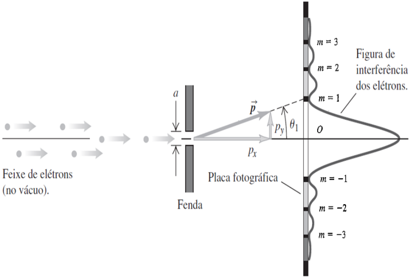


## Difração em uma única fenda

- Considere a difração de luz em uma única fenda onde $\lambda \ll a$ (largura a da fenda).
- O ângulo da entre o máximo central e o primeiro mínimo será: $a \sin \theta = m\lambda$
- Como $m = 1$, e $\lambda \ll a$ $\sin \theta \simeq \theta$, logo:

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

- Se a mesma experiência, é feita com feixe de elétrons em vez de luz.
- É necessário ter um feixe estreito com a mesma velocidade e mesma direção.(o mesmo $\lambda$ de De Broglie).
- Se os elétrons são ondas, essa experiência não é surpreendente.

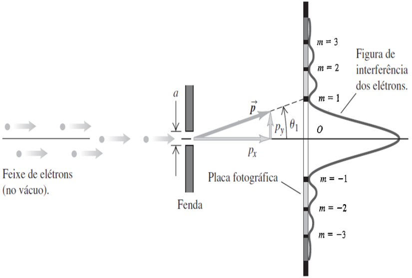


## Difração em uma única fenda

- Considere a difração de luz em uma única fenda onde $\lambda \ll a$ (largura a da fenda).
- O ângulo da entre o máximo central e o primeiro mínimo será: $a \sin\theta = m\lambda$
- Como $m = 1$, e $\lambda \ll a \sin\theta \simeq \theta$, logo:

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

- Se a mesma experiência, é feita com feixe de elétrons em vez de luz.
- É necessário ter um feixe estreito com a mesma velocidade e mesma direção.(o mesmo $\lambda$ de De Broglie).
- Se os elétrons são ondas, essa experiência não é surpreendente.
- Se os elétrons são partículas, só podemos dizer qual é a probabilidade de um elétron atingir uma determinada área da placa fotográfica.

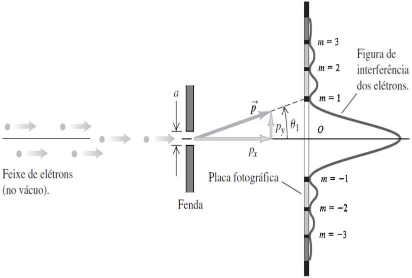


## Difração em uma única fenda

- Considere a difração de luz em uma única fenda onde $\lambda \ll a$ (largura a da fenda).
- O ângulo da entre o máximo central e o primeiro mínimo será: $a \sin\theta = m\lambda$
- Como $m = 1$, e $\lambda \ll a \sin\theta \simeq \theta$, logo:

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

- Se a mesma experiência, é feita com feixe de elétrons em vez de luz.
- É necessário ter um feixe estreito com a mesma velocidade e mesma direção.(o mesmo $\lambda$ de De Broglie).
- Se os elétrons são ondas, essa experiência não é surpreendente.
- Se os elétrons são partículas, só podemos dizer qual é a probabilidade de um elétron atingir uma determinada área da placa fotográfica.



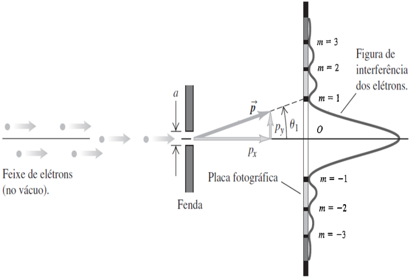

- Existem incertezas na posição e momento linear de uma partícula individual, e essas duas incertezas são indissociáveis.

## Difração em uma única fenda

- Considere a difração de luz em uma única fenda onde $\lambda \ll a$ (largura a da fenda).
- O ângulo da entre o máximo central e o primeiro mínimo será: $a \sin\theta = m\lambda$
- Como $m = 1$, e $\lambda \ll a$ $\sin\theta \simeq \theta$, logo:

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

- Se a mesma experiência, é feita com feixe de elétrons em vez de luz.
- É necessário ter um feixe estreito com a mesma velocidade e mesma direção.(o mesmo $\lambda$ de De Broglie).
- Se os elétrons são ondas, essa experiência não é surpreendente.
- Se os elétrons são partículas, só podemos dizer qual é a probabilidade de um elétron atingir uma determinada área da placa fotográfica.

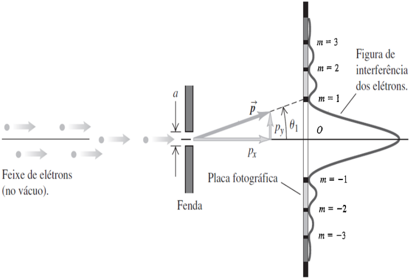



- Existem incertezas na posição e momento linear de uma partícula individual, e essas duas incertezas são indissociáveis.
- Da geometria: $\frac{p_y}{p_x} = \tan\theta_1$. Como $\theta_1$ é muito pequeno $\tan\theta_1 \simeq \theta_1$ temos:

$$p_y = p_x\theta_1 = p_x\frac{\lambda}{a}$$

## Difração em uma única fenda

- Os elétrons que atingem o máximo central ($-\frac{\lambda}{a} < \theta_1 < +\frac{\lambda}{a}$) possuem $-\frac{p_x \lambda}{a} < p_y < +\frac{p_x \lambda}{a}$.

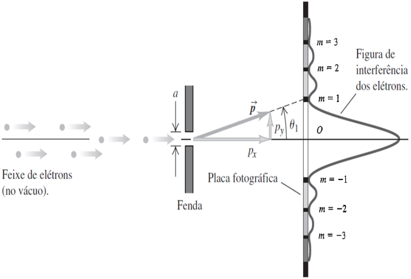



- Existem incertezas na posição e momento linear de uma partícula individual, e essas duas incertezas são indissociáveis.
- Da geometria: $\frac{p_y}{p_x} = \tan\theta_1$. Como $\theta_1$ é muito pequeno $\tan\theta_1 \simeq \theta_1$ temos:

$$p_y = p_x\theta_1 = p_x\frac{\lambda}{a}$$

## Difração em uma única fenda

- Os elétrons que atingem o máximo central $(-\frac{\lambda}{a} < \theta_1 < +\frac{\lambda}{a})$ possuem $-\frac{p_x\lambda}{a} < p_y < +\frac{p_x\lambda}{a}$.
- Da simetria temos que, $\langle p_y \rangle = 0$.



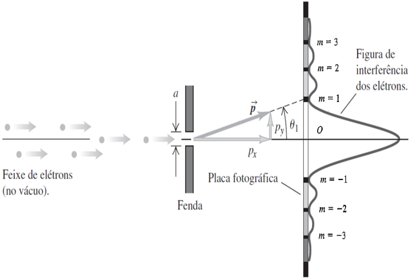

- Existem incertezas na posição e momento linear de uma partícula individual, e essas duas incertezas são indissociáveis.
- Da geometria: $\frac{p_y}{p_x} = \tan\theta_1$. Como $\theta_1$ é muito pequeno $\tan\theta_1 \simeq \theta_1$ temos:

$$p_y = p_x\theta_1 = p_x\frac{\lambda}{a}$$

## Difração em uma única fenda

- Os elétrons que atingem o máximo central $(-\frac{\lambda}{a} < \theta_1 < +\frac{\lambda}{a})$ possuem $-\frac{p_x\lambda}{a} < p_y < +\frac{p_x\lambda}{a}$.
- Da simetria temos que, $\langle p_y \rangle = 0$.
- A incerteza $\Delta p_y$ deve ser no mínimo igual a $\frac{p_x\lambda}{a}$, ou seja,

$$\Delta p_y \geq p_x\frac{\lambda}{a} = \frac{h}{\lambda}\frac{\lambda}{a}$$



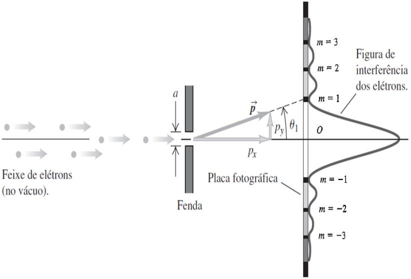

- Existem incertezas na posição e momento linear de uma partícula individual, e essas duas incertezas são indissociáveis.
- Da geometria: $\frac{p_y}{p_x} = \tan\theta_1$. Como $\theta_1$ é muito pequeno $\tan\theta_1 \simeq \theta_1$ temos:

$$p_y = p_x\theta_1 = p_x\frac{\lambda}{a}$$

## Difração em uma única fenda

- Os elétrons que atingem o máximo central $(-\frac{\lambda}{a} < \theta_1 < +\frac{\lambda}{a})$ possuem $-\frac{p_x\lambda}{a} < p_y < +\frac{p_x\lambda}{a}$.
- Da simetria temos que, $\langle p_y \rangle = 0$.
- A incerteza $\Delta p_y$ deve ser no mínimo igual a $\frac{p_x\lambda}{a}$, ou seja,

$$\Delta p_y a \quad \geq \quad h$$



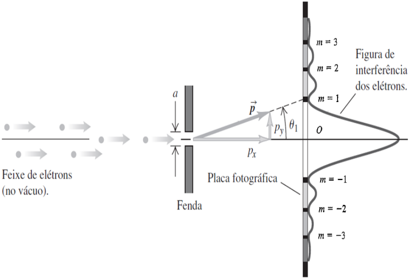

- Existem incertezas na posição e momento linear de uma partícula individual, e essas duas incertezas são indissociáveis.
- Da geometria: $\frac{p_y}{p_x} = \tan\theta_1$. Como $\theta_1$ é muito pequeno $\tan\theta_1 \simeq \theta_1$ temos:

$$p_y \quad = \quad p_x\theta_1 = p_x\frac{\lambda}{a}$$

## Difração em uma única fenda

$$\Delta p_y a \quad \geq \quad h$$

- Qual é o significado deste resultado?



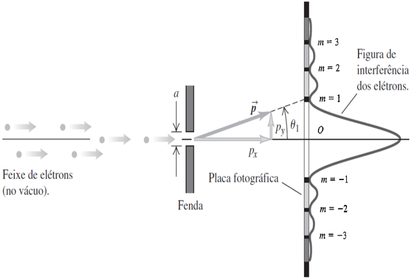

- Existem incertezas na posição e momento linear de uma partícula individual, e essas duas incertezas são indissociáveis.
- Da geometria: $\frac{p_y}{p_x} = \tan\theta_1$. Como $\theta_1$ é muito pequeno $\tan\theta_1 \simeq \theta_1$ temos:

$$p_y \quad = \quad p_x\theta_1 = p_x\frac{\lambda}{a}$$

## Difração em uma única fenda

$$\Delta p_y a \quad \geq \quad h$$

- Qual é o significado deste resultado?
- A largura $a$ da fenda representa uma incerteza da posição $y$ do elétron ao passar pela fenda.



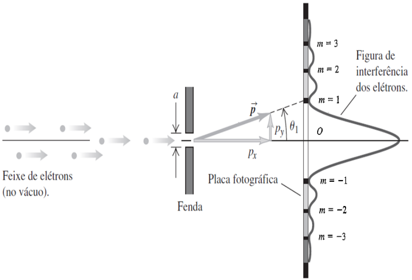

- Existem incertezas na posição e momento linear de uma partícula individual, e essas duas incertezas são indissociáveis.
- Da geometria: $\frac{p_y}{p_x} = \tan\theta_1$. Como $\theta_1$ é muito pequeno $\tan\theta_1 \simeq \theta_1$ temos:

$$p_y \quad = \quad p_x\theta_1 = p_x\frac{\lambda}{a}$$

## Difração em uma única fenda

$$\Delta p_y a \geq h$$

- Qual é o significado deste resultado?
- A largura $a$ da fenda representa uma incerteza da posição $y$ do elétron ao passar pela fenda.
- Não podemos saber exatamente onde cada elétron passa através da fenda.



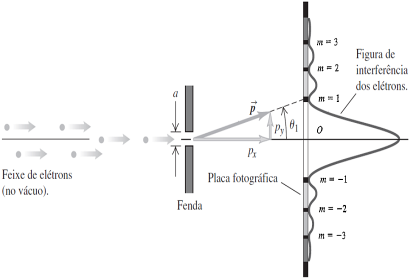

- Existem incertezas na posição e momento linear de uma partícula individual, e essas duas incertezas são indissociáveis.
- Da geometria: $\frac{p_y}{p_x} = \tan\theta_1$. Como $\theta_1$ é muito pequeno $\tan\theta_1 \simeq \theta_1$ temos:

$$p_y = p_x\theta_1 = p_x\frac{\lambda}{a}$$

## Difração em uma única fenda

$$\Delta p_y a \quad \geq \quad h$$

- Qual é o significado deste resultado?
- A largura $a$ da fenda representa uma incerteza da posição $y$ do elétron ao passar pela fenda.
- Não podemos saber exatamente onde cada elétron passa através da fenda.
- Para diminuir $\Delta p_y$ temos de reduzir a largura da figura de difração.



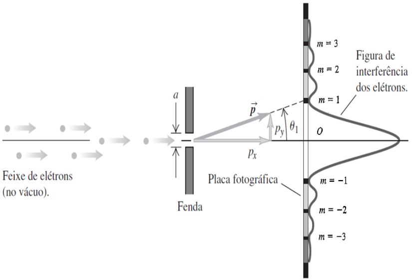

- Existem incertezas na posição e momento linear de uma partícula individual, e essas duas incertezas são indissociáveis.
- Da geometria: $\frac{p_y}{p_x} = \tan\theta_1$. Como $\theta_1$ é muito pequeno $\tan\theta_1 \simeq \theta_1$ temos:

$$p_y \quad = \quad p_x\theta_1 = p_x\frac{\lambda}{a}$$

## Difração em uma única fenda

$$\Delta p_y a \geq h$$

- Qual é o significado deste resultado?
- A largura $a$ da fenda representa uma incerteza da posição $y$ do elétron ao passar pela fenda.
- Não podemos saber exatamente onde cada elétron passa através da fenda.
- Para diminuir $\Delta p_y$ temos de reduzir a largura da figura de difração.
- Para isso temos de aumentar a largura $a$ da fenda, o que faz aumentar a incerteza da posição.



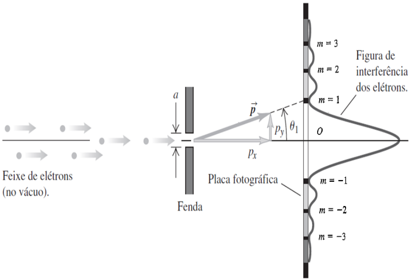

- Existem incertezas na posição e momento linear de uma partícula individual, e essas duas incertezas são indissociáveis.
- Da geometria: $\frac{p_y}{p_x} = \tan\theta_1$. Como $\theta_1$ é muito pequeno $\tan\theta_1 \simeq \theta_1$ temos:

$$p_y = p_x\theta_1 = p_x\frac{\lambda}{a}$$

## Difração em uma única fenda

$$\Delta p_y a \quad \geq \quad h$$

- Qual é o significado deste resultado?
- A largura $a$ da fenda representa uma incerteza da posição $y$ do elétron ao passar pela fenda.
- Não podemos saber exatamente onde cada elétron passa através da fenda.
- Para diminuir $\Delta p_y$ temos de reduzir a largura da figura de difração.
- Para isso temos de aumentar a largura $a$ da fenda, o que faz aumentar a incerteza da posição.
- Quando diminuímos a incerteza da posição reduzindo a largura da fenda, a figura de difração se alarga e a incerteza do momento linear aumenta.




- Existem incertezas na posição e momento linear de uma partícula individual, e essas duas incertezas são indissociáveis.
- Da geometria: $\frac{p_y}{p_x} = \tan\theta_1$. Como $\theta_1$ é muito pequeno $\tan\theta_1 \simeq \theta_1$ temos:

$$p_y \quad = \quad p_x\theta_1 = p_x\frac{\lambda}{a}$$

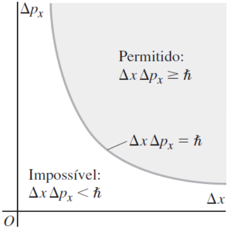
## Princípio da incerteza

- A incerteza de uma grandeza é descrita com base no conceito de **desvio-padrão**.

## Princípio da incerteza

- A incerteza de uma grandeza é descrita com base no conceito de **desvio-padrão**.
- Quando $x$ apresenta uma incerteza $\Delta x$ e $p_x$ uma incerteza $\Delta p_x$, as incertezas são relacionados pela desigualdade:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$$
$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054 \times 10^{-34} Js$$

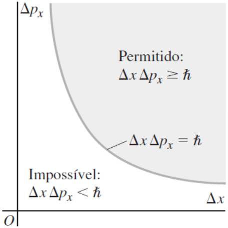


## Princípio da incerteza

- A incerteza de uma grandeza é descrita com base no conceito de **desvio-padrão**.
- Quando $x$ apresenta uma incerteza $\Delta x$ e $p_x$ uma incerteza $\Delta p_x$, as incertezas são relacionados pela desigualdade:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$$
$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054 \times 10^{-34} Js$$

- **Princípio da incerteza de Heisenberg**, proposto pela primeira vez pelo físico alemão Werner Heisenberg (1901-1976).



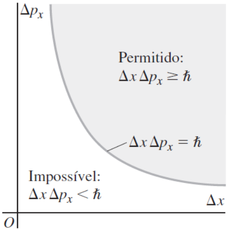
## Princípio da incerteza

- A incerteza de uma grandeza é descrita com base no conceito de **desvio-padrão**.
- Quando $x$ apresenta uma incerteza $\Delta x$ e $p_x$ uma incerteza $\Delta p_x$, as incertezas são relacionados pela desigualdade:

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p_x &\geq \hbar \\ \hbar &= \frac{h}{2\pi} = 1,054 \times 10^{-34} Js \end{aligned}$$

- **Princípio da incerteza de Heisenberg**, proposto pela primeira vez pelo físico alemão Werner Heisenberg (1901-1976).
- Em três dimensões $(x, y, z)$, existe uma relação de incerteza para cada coordenada.

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p_x &\geq \hbar \\ \Delta y \Delta p_y &\geq \hbar \\ \Delta z \Delta p_z &\geq \hbar \end{aligned}$$



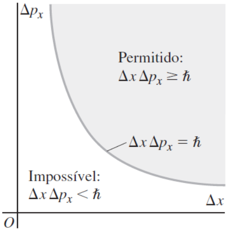
## Princípio da incerteza

- A incerteza de uma grandeza é descrita com base no conceito de **desvio-padrão**.
- Quando $x$ apresenta uma incerteza $\Delta x$ e $p_x$ uma incerteza $\Delta p_x$, as incertezas são relacionados pela desigualdade:

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p_x &\geq \hbar \\ \hbar &= \frac{h}{2\pi} = 1,054 \times 10^{-34} Js \end{aligned}$$

- **Princípio da incerteza de Heisenberg**, proposto pela primeira vez pelo físico alemão Werner Heisenberg (1901-1976).
- Em três dimensões $(x, y, z)$, existe uma relação de incerteza para cada coordenada.

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p_x &\geq \hbar \\ \Delta y \Delta p_y &\geq \hbar \\ \Delta z \Delta p_z &\geq \hbar \end{aligned}$$




- Para uma partícula se deslocando em uma circunferência, de raio $r$: $\Delta r \Delta p_r \geq \hbar$.

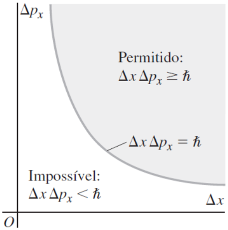
## Princípio da incerteza

- A incerteza de uma grandeza é descrita com base no conceito de **desvio-padrão**.
- Quando $x$ apresenta uma incerteza $\Delta x$ e $p_x$ uma incerteza $\Delta p_x$, as incertezas são relacionados pela desigualdade:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$$
$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054 \times 10^{-34} Js$$

- **Princípio da incerteza de Heisenberg**, proposto pela primeira vez pelo físico alemão Werner Heisenberg (1901-1976).
- Em três dimensões $(x, y, z)$, existe uma relação de incerteza para cada coordenada.

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p_x &\geq \hbar \\ \Delta y \Delta p_y &\geq \hbar \\ \Delta z \Delta p_z &\geq \hbar \end{aligned}$$




- Para uma partícula se deslocando em uma circunferência, de raio $r$: $\Delta r \Delta p_r \geq \hbar$.
- No modelo de Bohr, o elétron se desloca em uma circunferência de raio exatamente igual a $r$, logo $\Delta r = 0$ e $\Delta p_r = 0$.

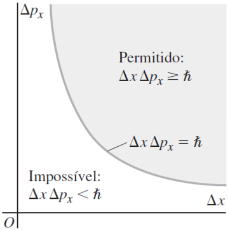
## Princípio da incerteza

- A incerteza de uma grandeza é descrita com base no conceito de **desvio-padrão**.
- Quando $x$ apresenta uma incerteza $\Delta x$ e $p_x$ uma incerteza $\Delta p_x$, as incertezas são relacionados pela desigualdade:

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p_x &\geq \hbar \\ \hbar &= \frac{h}{2\pi} = 1,054 \times 10^{-34}\, Js \end{aligned}$$

- **Princípio da incerteza de Heisenberg**, proposto pela primeira vez pelo físico alemão Werner Heisenberg (1901-1976).
- Em três dimensões $(x, y, z)$, existe uma relação de incerteza para cada coordenada.

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p_x &\geq \hbar \\ \Delta y \Delta p_y &\geq \hbar \\ \Delta z \Delta p_z &\geq \hbar \end{aligned}$$




- Para uma partícula se deslocando em uma circunferência, de raio $r$: $\Delta r \Delta p_r \geq \hbar$.
- No modelo de Bohr, o elétron se desloca em uma circunferência de raio exatamente igual a $r$, logo $\Delta r = 0$ e $\Delta p_r = 0$.
- O modelo de Bohr viola o princípio da incerteza de Heisenberg.

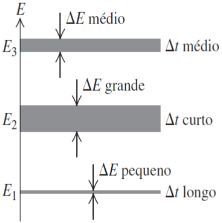
## Incerteza na energia

- A incerteza $\Delta E$ depende do intervalo de tempo $\Delta t$ que o sistema permanece em um dado estado.

## Incerteza na energia

- A incerteza $\Delta E$ depende do intervalo de tempo $\Delta t$ que o sistema permanece em um dado estado.

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

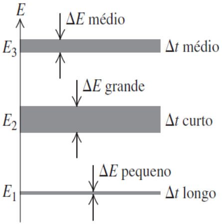


## Incerteza na energia

- A incerteza $\Delta E$ depende do intervalo de tempo $\Delta t$ que o sistema permanece em um dado estado.

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

- Um sistema que fica em um estado meta-estável durante um $\Delta t$ muito grande, apresenta um estado de energia muito bem definido ($\Delta E$ muito pequeno).

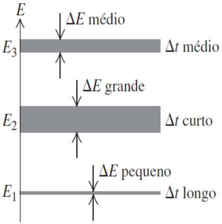


## Incerteza na energia

- A incerteza $\Delta E$ depende do intervalo de tempo $\Delta t$ que o sistema permanece em um dado estado.

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

- Um sistema que fica em um estado meta-estável durante um $\Delta t$ muito grande, apresenta um estado de energia muito bem definido ($\Delta E$ muito pequeno).
- Quando ele permanece em um estado durante um $\Delta t$ muito pequeno, a incerteza na energia é maior e $\Delta E$ é muito grande.



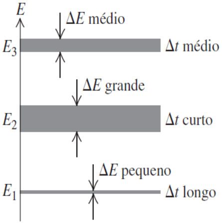
## Incerteza na energia

- A incerteza $\Delta E$ depende do intervalo de tempo $\Delta t$ que o sistema permanece em um dado estado.

## Incerteza na energia

- A incerteza $\Delta E$ depende do intervalo de tempo $\Delta t$ que o sistema permanece em um dado estado.

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

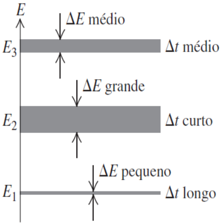


## Incerteza na energia

- A incerteza $\Delta E$ depende do intervalo de tempo $\Delta t$ que o sistema permanece em um dado estado.

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

- Um sistema que fica em um estado meta-estável durante um $\Delta t$ muito grande, apresenta um estado de energia muito bem definido ($\Delta E$ muito pequeno).

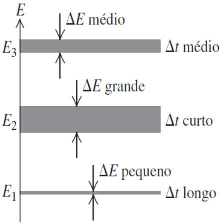


## Incerteza na energia

- A incerteza $\Delta E$ depende do intervalo de tempo $\Delta t$ que o sistema permanece em um dado estado.

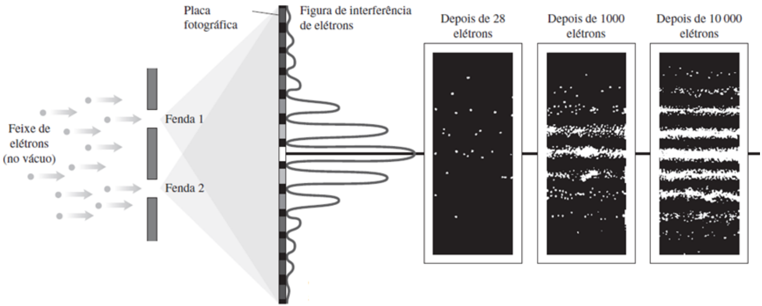
$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

- Um sistema que fica em um estado meta-estável durante um $\Delta t$ muito grande, apresenta um estado de energia muito bem definido ($\Delta E$ muito pequeno).
- Quando ele permanece em um estado durante um $\Delta t$ muito pequeno, a incerteza na energia é maior e $\Delta E$ é muito grande.



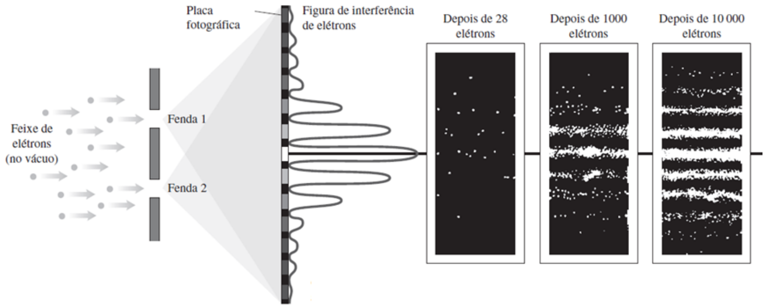
## Interferência em fenda dupla

- Não podemos prever o ponto exato na figura de interferência (um fenômeno ondulatório) no qual qualquer elétron individual (uma partícula) incidiu.



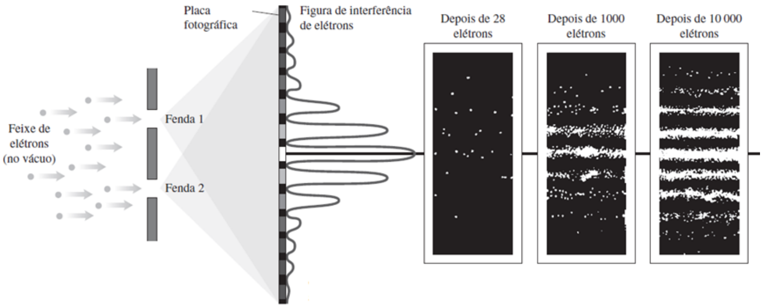
## Interferência em fenda dupla

- Não podemos prever o ponto exato na figura de interferência (um fenômeno ondulatório) no qual qualquer elétron individual (uma partícula) incidiu.
- Não se pode nem mesmo saber por qual das fendas o elétron passou.



## Interferência em fenda dupla

- Não podemos prever o ponto exato na figura de interferência (um fenômeno ondulatório) no qual qualquer elétron individual (uma partícula) incidiu.
- Não se pode nem mesmo saber por qual das fendas o elétron passou.
- Se fizéssemos fótons incidirem sobre os elétrons para saber por qual das fendas os elétrons passariam, os elétrons recuariam e a figura de interferência não se formaria.



## Propriedades da função de onda

- Em escala atômica, uma partícula tal como um elétron não pode ser descrita simplesmente como um ponto.

## Propriedades da função de onda

- Em escala atômica, uma partícula tal como um elétron não pode ser descrita simplesmente como um ponto.
- Usamos uma função de onda para descrever o estado da partícula.

## Propriedades da função de onda

- Em escala atômica, uma partícula tal como um elétron não pode ser descrita simplesmente como um ponto.
- Usamos uma função de onda para descrever o estado da partícula.
- O deslocamento de uma corda e completamente descrito por uma função de onda $y(x, t)$.

## Propriedades da função de onda

- Em escala atômica, uma partícula tal como um elétron não pode ser descrita simplesmente como um ponto.
- Usamos uma função de onda para descrever o estado da partícula.
- O deslocamento de uma corda e completamente descrito por uma função de onda $y(x, t)$.
- Analogamente uma partícula e completamente descrita por uma função de onda da mecânica quântica $\Psi(x, y, z, t)$.

## Propriedades da função de onda

- Em escala atômica, uma partícula tal como um elétron não pode ser descrita simplesmente como um ponto.
- Usamos uma função de onda para descrever o estado da partícula.
- O deslocamento de uma corda e completamente descrito por uma função de onda $y(x,t)$.
- Analogamente uma partícula e completamente descrita por uma função de onda da mecânica quântica $\Psi(x,y,z,t)$.
- Conhecendo $\Psi(x,y,z,t)$ para um movimento ondulatório, temos toda informação necessária sobre o movimento.

## Propriedades da função de onda

- Em escala atômica, uma partícula tal como um elétron não pode ser descrita simplesmente como um ponto.
- Usamos uma função de onda para descrever o estado da partícula.
- O deslocamento de uma corda e completamente descrito por uma função de onda $y(x, t)$.
- Analogamente uma partícula e completamente descrita por uma função de onda da mecânica quântica $\Psi(x, y, z, t)$.
- Conhecendo $\Psi(x, y, z, t)$ para um movimento ondulatório, temos toda informação necessária sobre o movimento.
- Com $\Psi(x, y, z, t)$ para uma partícula, encontramos: $\langle\vec{r}\rangle$, $\langle\vec{p}\rangle$, $\langle E\rangle$, $\langle\vec{L}\rangle$, etc ...

## Propriedades da função de onda

- Em escala atômica, uma partícula tal como um elétron não pode ser descrita simplesmente como um ponto.
- Usamos uma função de onda para descrever o estado da partícula.
- O deslocamento de uma corda e completamente descrito por uma função de onda $y(x,t)$.
- Analogamente uma partícula e completamente descrita por uma função de onda da mecânica quântica $\Psi(x,y,z,t)$.
- Conhecendo $\Psi(x,y,z,t)$ para um movimento ondulatório, temos toda informação necessária sobre o movimento.
- Com $\Psi(x,y,z,t)$ para uma partícula, encontramos: $\langle\vec{r}\rangle$, $\langle\vec{p}\rangle$, $\langle E\rangle$, $\langle\vec{L}\rangle$, etc ...
- $\Psi$, descreve a distribuição de probabilidade de uma partícula no espaço.

## Propriedades da função de onda

- Em escala atômica, uma partícula tal como um elétron não pode ser descrita simplesmente como um ponto.
- Usamos uma função de onda para descrever o estado da partícula.
- O deslocamento de uma corda e completamente descrito por uma função de onda $y(x, t)$.
- Analogamente uma partícula e completamente descrita por uma função de onda da mecânica quântica $\Psi(x, y, z, t)$.
- Conhecendo $\Psi(x, y, z, t)$ para um movimento ondulatório, temos toda informação necessária sobre o movimento.
- Com $\Psi(x, y, z, t)$ para uma partícula, encontramos: $\langle\vec{r}\rangle$, $\langle\vec{p}\rangle$, $\langle E\rangle$, $\langle\vec{L}\rangle$, etc ...
- $\Psi$, descreve a distribuição de probabilidade de uma partícula no espaço.
- Em uma figura de interferência, $\mathtt{I} \sim E^2$.

## Propriedades da função de onda

- Em escala atômica, uma partícula tal como um elétron não pode ser descrita simplesmente como um ponto.
- Usamos uma função de onda para descrever o estado da partícula.
- O deslocamento de uma corda e completamente descrito por uma função de onda $y(x, t)$.
- Analogamente uma partícula e completamente descrita por uma função de onda da mecânica quântica $\Psi(x, y, z, t)$.
- Conhecendo $\Psi(x, y, z, t)$ para um movimento ondulatório, temos toda informação necessária sobre o movimento.
- Com $\Psi(x, y, z, t)$ para uma partícula, encontramos: $\langle \vec{r} \rangle$, $\langle \vec{p} \rangle$, $\langle E \rangle$, $\langle \vec{L} \rangle$, etc ...
- $\Psi$, descreve a distribuição de probabilidade de uma partícula no espaço.
- Em uma figura de interferência, $\mathrm{I} \sim E^2$.
- O modulo quadrado da função de onda, $|\Psi|^2$, de uma partícula em cada ponto é a probabilidade de encontrar a partícula nas vizinhanças do ponto.

## Propriedades da função de onda

- Em escala atômica, uma partícula tal como um elétron não pode ser descrita simplesmente como um ponto.
- Usamos uma função de onda para descrever o estado da partícula.
- O deslocamento de uma corda e completamente descrito por uma função de onda $y(x, t)$.
- Analogamente uma partícula e completamente descrita por uma função de onda da mecânica quântica $\Psi(x, y, z, t)$.
- Conhecendo $\Psi(x, y, z, t)$ para um movimento ondulatório, temos toda informação necessária sobre o movimento.
- Com $\Psi(x, y, z, t)$ para uma partícula, encontramos: $\langle \vec{r} \rangle$, $\langle \vec{p} \rangle$, $\langle E \rangle$, $\langle \vec{L} \rangle$, etc ...
- $\Psi$, descreve a distribuição de probabilidade de uma partícula no espaço.
- Em uma figura de interferência, $\mathtt{I} \sim E^2$.
- O modulo quadrado da função de onda, $|\Psi|^2$, de uma partícula em cada ponto é a probabilidade de encontrar a partícula nas vizinhanças do ponto.
- Essa notação e necessária pois, $\Psi$, é uma grandeza complexa.

## Propriedades da função de onda

- Em escala atômica, uma partícula tal como um elétron não pode ser descrita simplesmente como um ponto.
- Usamos uma função de onda para descrever o estado da partícula.
- O deslocamento de uma corda e completamente descrito por uma função de onda $y(x, t)$.
- Analogamente uma partícula e completamente descrita por uma função de onda da mecânica quântica $\Psi(x, y, z, t)$.
- Conhecendo $\Psi(x, y, z, t)$ para um movimento ondulatório, temos toda informação necessária sobre o movimento.
- Com $\Psi(x, y, z, t)$ para uma partícula, encontramos: $\langle \vec{r} \rangle$, $\langle \vec{p} \rangle$, $\langle E \rangle$, $\langle \vec{L} \rangle$, etc ...
- $\Psi$, descreve a distribuição de probabilidade de uma partícula no espaço.
- Em uma figura de interferência, $\mathrm{I} \sim E^2$.
- O modulo quadrado da função de onda, $|\Psi|^2$, de uma partícula em cada ponto é a probabilidade de encontrar a partícula nas vizinhanças do ponto.
- Essa notação e necessária pois, $\Psi$, é uma grandeza complexa.
- Uma partícula em $3 - D$, a grandeza $|\Psi(x, y, t)|^2 dV$ é a probabilidade de encontrada uma partícula no tempo $t$ dentro de um volume $dV$ em torno do ponto $(x, y, z)$.

## Propriedades da função de onda

- Em escala atômica, uma partícula tal como um elétron não pode ser descrita simplesmente como um ponto.
- Usamos uma função de onda para descrever o estado da partícula.
- O deslocamento de uma corda e completamente descrito por uma função de onda $y(x,t)$.
- Analogamente uma partícula e completamente descrita por uma função de onda da mecânica quântica $\Psi(x,y,z,t)$.
- Conhecendo $\Psi(x,y,z,t)$ para um movimento ondulatório, temos toda informação necessária sobre o movimento.
- Com $\Psi(x,y,z,t)$ para uma partícula, encontramos: $\langle\vec{r}\rangle$, $\langle\vec{p}\rangle$, $\langle E\rangle$, $\langle\vec{L}\rangle$, etc ...
- $\Psi$, descreve a distribuição de probabilidade de uma partícula no espaço.
- Em uma figura de interferência, $\mathtt{I} \sim E^2$.
- O modulo quadrado da função de onda, $|\Psi|^2$, de uma partícula em cada ponto é a probabilidade de encontrar a partícula nas vizinhanças do ponto.
- Essa notação e necessária pois, $\Psi$, é uma grandeza complexa.
- Uma partícula em $3-D$, a grandeza $|\Psi(x,y,t)|^2 dV$ é a probabilidade de encontrada uma partícula no tempo $t$ dentro de um volume $dV$ em torno do ponto $(x,y,z)$.
- Essa interpretação, requer que: $\int |\Psi(x,y,t)|^2 dV = 1$.

## Propriedades da função de onda

- Em escala atômica, uma partícula tal como um elétron não pode ser descrita simplesmente como um ponto.
- Usamos uma função de onda para descrever o estado da partícula.
- O deslocamento de uma corda e completamente descrito por uma função de onda $y(x,t)$.
- Analogamente uma partícula e completamente descrita por uma função de onda da mecânica quântica $\Psi(x,y,z,t)$.
- Conhecendo $\Psi(x,y,z,t)$ para um movimento ondulatório, temos toda informação necessária sobre o movimento.
- Com $\Psi(x,y,z,t)$ para uma partícula, encontramos: $\langle\vec{r}\rangle$, $\langle\vec{p}\rangle$, $\langle E\rangle$, $\langle\vec{L}\rangle$, etc ...
- $\Psi$, descreve a distribuição de probabilidade de uma partícula no espaço.
- Em uma figura de interferência, $\mathtt{I} \sim E^2$.
- O modulo quadrado da função de onda, $|\Psi|^2$, de uma partícula em cada ponto é a probabilidade de encontrar a partícula nas vizinhanças do ponto.
- Essa notação e necessária pois, $\Psi$, é uma grandeza complexa.
- Uma partícula em $3-D$, a grandeza $|\Psi(x,y,t)|^2 dV$ é a probabilidade de encontrada uma partícula no tempo $t$ dentro de um volume $dV$ em torno do ponto $(x,y,z)$.
- Essa interpretação, requer que: $\int |\Psi(x,y,t)|^2 dV = 1$.
- Existe uma probabilidade de 100% de encontrar a partícula em algum lugar do universo.

## Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

Começamos fazendo uma lista das 4 hipóteses relacionadas com as propriedades desejadas da equação de onda da mecânica quântica:

1. Ela deve ser consistente com os postulados de de Broglie-Einstein: $\lambda = h/p$ e $f = E/h$

## Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

Começamos fazendo uma lista das 4 hipóteses relacionadas com as propriedades desejadas da equação de onda da mecânica quântica:

1. Ela deve ser consistente com os postulados de de Broglie-Einstein: $\lambda = h/p$ e $f = E/h$
2. Ela deve ser consistente com a equação: $E = \frac{p^2}{2m} + V$

Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

Começamos fazendo uma lista das 4 hipóteses relacionadas com as propriedades desejadas da equação de onda da mecânica quântica:

1. Ela deve ser consistente com os postulados de de Broglie-Einstein: $\lambda = h/p$ e $f = E/h$
2. Ela deve ser consistente com a equação: $E = \frac{p^2}{2m} + V$
3. Ela deve ser linear em $\Psi(x,t)$. Se $\Psi_1(x,t)$ e $\Psi_2(x,t)$ são duas soluções diferentes da equação para uma dada energia potencial $V$, então qualquer combinação linear arbitrária dessas soluções, $\Psi(x,t) = a\Psi_1(x,t) + b\Psi_2(x,t)$ também é uma solução.

- A linearidade garante que podemos somar funções de onda para produzir as interferências construtivas e destrutiva que são características de ondas.

### Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

Começamos fazendo uma lista das 4 hipóteses relacionadas com as propriedades desejadas da equação de onda da mecânica quântica:

1. Ela deve ser consistente com os postulados de de Broglie-Einstein: $\lambda = h/p$ e $f = E/h$
2. Ela deve ser consistente com a equação: $E = \frac{p^2}{2m} + V$
3. Ela deve ser linear em $\Psi(x,t)$. Se $\Psi_1(x,t)$ e $\Psi_2(x,t)$ são duas soluções diferentes da equação para uma dada energia potencial $V$, então qualquer combinação linear arbitrária dessas soluções, $\Psi(x,t) = a\Psi_1(x,t) + b\Psi_2(x,t)$ também é uma solução.
4. A energia potencial $V$ é em geral uma função de $x$ e $t$. No caso que, $V(x,t) = V_0 = C^{onst}$ (partícula livre), $F_x = -\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = 0$.

- A linearidade garante que podemos somar funções de onda para produzir as interferências construtivas e destrutiva que são características de ondas.
- Neste caso a $2^a$ Lei de Newton diz, $p_x = C^{onst}$ e $E = C^{onst}$. Temos uma partícula livre com $\lambda = h/p_x$ e $f = E/h$ constantes. A eq. diferencial desejada terá soluções senoidais, $\Psi = \cos(kx \pm \omega t) + \gamma \sin(kx \pm \omega t)$, $k = 2\pi/\lambda$ e $\omega = 2\pi f$.

### Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

Começamos fazendo uma lista das 4 hipóteses relacionadas com as propriedades desejadas da equação de onda da mecânica quântica:

1. Ela deve ser consistente com os postulados de de Broglie-Einstein: $\lambda = h/p$ e $f = E/h$
2. Ela deve ser consistente com a equação: $E = \frac{p^2}{2m} + V$
3. Ela deve ser linear em $\Psi(x,t)$. Se $\Psi_1(x,t)$ e $\Psi_2(x,t)$ são duas soluções diferentes da equação para uma dada energia potencial $V$, então qualquer combinação linear arbitrária dessas soluções, $\Psi(x,t) = a\Psi_1(x,t) + b\Psi_2(x,t)$ também é uma solução.
4. A energia potencial $V$ é em geral uma função de $x$ e $t$. No caso que, $V(x,t) = V_0 = C^{onst}$ (partícula livre), $F_x = -\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = 0$.

- A linearidade garante que podemos somar funções de onda para produzir as interferências construtivas e destrutiva que são características de ondas.
- Neste caso a $2^a$ Lei de Newton diz, $p_x = C^{onst}$ e $E = C^{onst}$. Temos uma partícula livre com $\lambda = h/p_x$ e $f = E/h$ constantes. A eq. diferencial desejada terá soluções senoidais, $\Psi = \cos(kx \pm \omega t) + \gamma \sin(kx \pm \omega t)$, $k = 2\pi/\lambda$ e $\omega = 2\pi f$.
- Da hipótese (1) e (2), obtemos:

## Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

Começamos fazendo uma lista das 4 hipóteses relacionadas com as propriedades desejadas da equação de onda da mecânica quântica:

1. Ela deve ser consistente com os postulados de de Broglie-Einstein: $\lambda = h/p$ e $f = E/h$
2. Ela deve ser consistente com a equação: $E = \frac{p^2}{2m} + V$
3. Ela deve ser linear em $\Psi(x,t)$. Se $\Psi_1(x,t)$ e $\Psi_2(x,t)$ são duas soluções diferentes da equação para uma dada energia potencial $V$, então qualquer combinação linear arbitrária dessas soluções, $\Psi(x,t) = a\Psi_1(x,t) + b\Psi_2(x,t)$ também é uma solução.
4. A energia potencial $V$ é em geral uma função de $x$ e $t$. No caso que, $V(x,t) = V_0 = C^{onst}$ (partícula livre), $F_x = -\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = 0$.

- Da hipótese (1) e (2), obtemos:

$$hf = \frac{h^2}{2m\lambda^2} + V$$

## Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

Começamos fazendo uma lista das 4 hipóteses relacionadas com as propriedades desejadas da equação de onda da mecânica quântica:

1. Ela deve ser consistente com os postulados de de Broglie-Einstein: $\lambda = h/p$ e $f = E/h$
2. Ela deve ser consistente com a equação: $E = \frac{p^2}{2m} + V$
3. Ela deve ser linear em $\Psi(x,t)$. Se $\Psi_1(x,t)$ e $\Psi_2(x,t)$ são duas soluções diferentes da equação para uma dada energia potencial $V$, então qualquer combinação linear arbitrária dessas soluções, $\Psi(x,t) = a\Psi_1(x,t) + b\Psi_2(x,t)$ também é uma solução.
4. A energia potencial $V$ é em geral uma função de $x$ e $t$. No caso que, $V(x,t) = V_0 = C^{onst}$ (partícula livre), $F_x = -\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = 0$.

- Da hipótese (1) e (2), obtemos:

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V$$

Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

Começamos fazendo uma lista das 4 hipóteses relacionadas com as propriedades desejadas da equação de onda da mecânica quântica:

1. Ela deve ser consistente com os postulados de de Broglie-Einstein: $\lambda = h/p$ e $f = E/h$
2. Ela deve ser consistente com a equação: $E = \frac{p^2}{2m} + V$
3. Ela deve ser linear em $\Psi(x,t)$. Se $\Psi_1(x,t)$ e $\Psi_2(x,t)$ são duas soluções diferentes da equação para uma dada energia potencial $V$, então qualquer combinação linear arbitrária dessas soluções, $\Psi(x,t) = a\Psi_1(x,t) + b\Psi_2(x,t)$ também é uma solução.
4. A energia potencial $V$ é em geral uma função de $x$ e $t$. No caso que, $V(x,t) = V_0 = C^{onst}$ (partícula livre), $F_x = -\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = 0$.

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V$$

- Da hipótese (3) e (4), obtemos:

$$\beta \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t)$$

$$\Psi = \cos(kx + \omega t) + \gamma \sin(kx + \omega t)$$

## Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V$$

- Da hipótese (3) e (4), obtemos:

$$\begin{aligned} \beta\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} &= \alpha\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t) \\ \Psi &= \cos(kx+\omega t) + \gamma\sin(kx+\omega t) \end{aligned}$$

$$[\beta\omega + \gamma(-k^2\alpha + V_0)])\sin(kx+\omega t) + [-\beta\omega\gamma + (-k^2\alpha + V_0)])\cos(kx+\omega t) \quad = \quad 0$$

## Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V$$

$$\begin{aligned} \beta\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} &= \alpha\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t) \\ \Psi &= \cos(kx+\omega t) + \gamma\sin(kx+\omega t) \end{aligned}$$

$$[\beta\omega + \gamma(-k^2\alpha + V_0)])\sin(kx+\omega t) + [-\beta\omega\gamma + (-k^2\alpha + V_0)])\cos(kx+\omega t) = 0$$

$$\begin{aligned} -k^2\alpha + V_0 &= \beta\omega\gamma \\ -k^2\alpha + V_0 &= -\beta\omega/\gamma \\ \gamma &= \pm\sqrt{-1} = \pm i \end{aligned}$$

Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V$$

$$\begin{aligned} \beta\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} &= \alpha\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t) \\ \Psi &= \cos(kx+\omega t) + \gamma\sin(kx+\omega t) \end{aligned}$$

$$[\beta\omega + \gamma(-k^2\alpha + V_0)])\sin(kx+\omega t) + [-\beta\omega\gamma + (-k^2\alpha + V_0)])\cos(kx+\omega t) = 0$$

$$\begin{aligned} -k^2\alpha + V_0 &= \beta\omega\gamma \\ -k^2\alpha + V_0 &= -\beta\omega/\gamma \\ \gamma &= \pm\sqrt{-1} = \pm i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\alpha k^2 + V_0 &= \pm i\beta\omega \\ \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 &= \hbar\omega \end{aligned}$$

Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V$$

$$\begin{aligned} \beta \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} &= \alpha \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t) \\ \Psi &= \cos(kx + \omega t) + \gamma \sin(kx + \omega t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -k^2\alpha + V_0 &= \beta\omega\gamma \\ -k^2\alpha + V_0 &= -\beta\omega/\gamma \\ \gamma &= \pm\sqrt{-1} = \pm i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\alpha k^2 + V_0 &= \pm i\beta\omega \\ \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 &= \hbar\omega \\ \alpha = -\frac{\hbar^2}{2m} \quad &; \quad \beta = \pm i\hbar \end{aligned}$$

## Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V$$

$$\begin{aligned} -\alpha k^2 + V_0 &= \pm i\beta\omega \\ \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 &= \hbar\omega \end{aligned}$$

$$\alpha = -\frac{\hbar^2}{2m} \quad ; \quad \beta = \pm i\hbar$$

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t)$$

Argumentos plausíveis para obter à Equação de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t)$$

- Equação de Schrödinger dependente de tempo

## Equação de Schrödinger independente do tempo

- Equação de Schrödinger dependente de tempo

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t)$$

## Equação de Schrödinger independente do tempo

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t)$$

- Para obter a eq. de Schrödinger independente de tempo vamos considerar que:
- $1^o$: Se $V(x,t) = V(x)$ ou seja, o potencial é independente do tempo.

## Equação de Schrödinger independente do tempo

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t)$$

- Para obter a eq. de Schrödinger independente de tempo vamos considerar que:
- $1^o$: Se $V(x,t) = V(x)$ ou seja, o potencial é independente do tempo.
- $2^o$: $\Psi(x,t) = \psi(x)\phi(t)$.

## Equação de Schrödinger independente do tempo

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t)$$

- Para obter a eq. de Schrödinger independente de tempo vamos considerar que:
- $1^o$: Se $V(x,t) = V(x)$ ou seja, o potencial é independente do tempo.
- $2^o$: $\Psi(x,t) = \psi(x)\phi(t)$.

$$i\hbar\frac{\partial\phi(t)}{\partial t}\frac{1}{\phi(t)} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x)\right]\frac{1}{\psi(x)}$$

## Equação de Schrödinger independente do tempo

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t)$$

- Para obter a eq. de Schrödinger independente de tempo vamos considerar que:
- $1^o$: Se $V(x,t) = V(x)$ ou seja, o potencial é independente do tempo.
- $2^o$: $\Psi(x,t) = \psi(x)\phi(t)$.

$$i\hbar\frac{\partial\phi(t)}{\partial t}\frac{1}{\phi(t)} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x)\right]\frac{1}{\psi(x)}$$

- O lado esquerdo independe de $x$ e o lado direito independe de $t$ assim, a solução de cada lado independentemente só pode diferir por uma constante, $E$.

## Equação de Schrödinger independente do tempo

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t)$$

- Para obter a eq. de Schrödinger independente de tempo vamos considerar que:
- $1^o$: Se $V(x,t) = V(x)$ ou seja, o potencial é independente do tempo.
- $2^o$: $\Psi(x,t) = \psi(x)\phi(t)$.

$$i\hbar\frac{\partial\phi(t)}{\partial t}\frac{1}{\phi(t)} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x)\right]\frac{1}{\psi(x)}$$

- O lado esquerdo independe de $x$ e o lado direito independe de $t$ assim, a solução de cada lado independentemente só pode diferir por uma constante, $E$.

$$i\hbar\frac{\partial\phi(t)}{\partial t} = E\phi(t)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

- Equação de Schrödinger independente de tempo
- $\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-i\frac{E}{\hbar}t}$

## Equação de Schrödinger independente do tempo

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t)$$

- Para obter a eq. de Schrödinger independente de tempo vamos considerar que:
- $1^o$: Se $V(x,t) = V(x)$ ou seja, o potencial é independente do tempo.
- $2^o$: $\Psi(x,t) = \psi(x)\phi(t)$.

$$i\hbar\frac{\partial\phi(t)}{\partial t}\frac{1}{\phi(t)} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x)\right]\frac{1}{\psi(x)}$$

- O lado esquerdo independe de $x$ e o lado direito independe de $t$ assim, a solução de cada lado independentemente só pode diferir por uma constante, $E$.

$$i\hbar\frac{\partial\phi(t)}{\partial t} = E\phi(t)$$
$$\phi(t) = e^{-i\frac{E}{\hbar}t}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

- Equação de Schrödinger independente de tempo
- $\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-i\frac{E}{\hbar}t}$

## Equação de onda para uma partícula livre

- Para uma partícula livre, o potencial $V(x) = V_0 = C^{onst.}$

## Equação de onda para uma partícula livre

- Para uma partícula livre, o potencial $V(x) = V_0 = C^{onst.}$
- $\Psi(x,t) = A[\cos(kx + \omega t) - i\sin(kx + \omega t)] = Ae^{-i(kx+\omega t)}$.

## Equação de onda para uma partícula livre

- Para uma partícula livre, o potencial $V(x) = V_0 = C^{onst.}$
- $\Psi(x,t) = A[\cos(kx + \omega t) - i\sin(kx + \omega t)] = Ae^{-i(kx+\omega t)}$.
- $\Psi(x,t) = \psi(x)\phi(t) = Ae^{-ikx}e^{-i\omega t}$.

## Equação de onda para uma partícula livre

- Para uma partícula livre, o potencial $V(x) = V_0 = C^{onst.}$
- $\Psi(x,t) = A[\cos(kx+\omega t) - i\sin(kx+\omega t)] = Ae^{-i(kx+\omega t)}$.
- $\Psi(x,t) = \psi(x)\phi(t) = Ae^{-ikx}e^{-i\omega t}$.
- $\psi(x) = Ae^{-ikx}$ e $\omega = E/\hbar$, onde $E$ é identificado como a energia.

## Equação de onda para uma partícula livre

- Para uma partícula livre, o potencial $V(x) = V_0 = C^{onst.}$
- $\Psi(x,t) = A[\cos(kx+\omega t) - i\sin(kx+\omega t)] = Ae^{-i(kx+\omega t)}$.
- $\Psi(x,t) = \psi(x)\phi(t) = Ae^{-ikx}e^{-i\omega t}$.
- $\psi(x) = Ae^{-ikx}$ e $\omega = E/\hbar$, onde $E$ é identificado como a energia.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2(Ae^{-ikx})}{\partial x^2} + V_0(Ae^{-ikx}) \quad = \quad E(Ae^{-ikx})$$

## Equação de onda para uma partícula livre

- Para uma partícula livre, o potencial $V(x) = V_0 = C^{onst.}$
- $\Psi(x,t) = A[\cos(kx + \omega t) - i\sin(kx + \omega t)] = Ae^{-i(kx+\omega t)}$.
- $\Psi(x,t) = \psi(x)\phi(t) = Ae^{-ikx}e^{-i\omega t}$.
- $\psi(x) = Ae^{-ikx}$ e $\omega = E/\hbar$, onde $E$ é identificado como a energia.

$$\begin{aligned}
-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2(Ae^{-ikx})}{\partial x^2} + V_0(Ae^{-ikx}) &= E(Ae^{-ikx}) \\
\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 &= E = \frac{p^2}{2m} + V_0
\end{aligned}$$

## Equação de onda para uma partícula livre

- Para uma partícula livre, o potencial $V(x) = V_0 = C^{onst.}$
- $\Psi(x,t) = A[\cos(kx+\omega t) - i\sin(kx+\omega t)] = Ae^{-i(kx+\omega t)}$.
- $\Psi(x,t) = \psi(x)\phi(t) = Ae^{-ikx}e^{-i\omega t}$.
- $\psi(x) = Ae^{-ikx}$ e $\omega = E/\hbar$, onde $E$ é identificado como a energia.

$$
\begin{aligned}
-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2(Ae^{-ikx})}{\partial x^2} + V_0(Ae^{-ikx}) &= E(Ae^{-ikx}) \\
\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 &= E = \frac{p^2}{2m} + V_0 \\
k = \pm\frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{\hbar} &; \quad p = \pm\sqrt{2m(E-V_0)}
\end{aligned}
$$

- Como $p$ é bem definido, $\Delta p = 0$ então $\Delta x = \infty$ pois, $\Delta x \Delta p \geq \hbar$.

## Equação de onda para uma partícula livre

- Para uma partícula livre, o potencial $V(x) = V_0 = C^{onst.}$
- $\Psi(x,t) = A[\cos(kx+\omega t) - i\sin(kx+\omega t)] = Ae^{-i(kx+\omega t)}$.
- $\Psi(x,t) = \psi(x)\phi(t) = Ae^{-ikx}e^{-i\omega t}$.
- $\psi(x) = Ae^{-ikx}$ e $\omega = E/\hbar$, onde $E$ é identificado como a energia.

$$\begin{aligned}
-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2(Ae^{-ikx})}{\partial x^2} + V_0(Ae^{-ikx}) &= E(Ae^{-ikx}) \\
\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 &= E = \frac{p^2}{2m} + V_0 \\
k = \pm\frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{\hbar} \quad &; \quad p = \pm\sqrt{2m(E-V_0)}
\end{aligned}$$

- Como $p$ é bem definido, $\Delta p = 0$ então $\Delta x = \infty$ pois, $\Delta x \Delta p \geq \hbar$.

$$|\Psi(x,t)|^2 = \Psi(x,t)^*\Psi(x,t) = [A^* e^{i(kx+\omega t)}][Ae^{-i(kx+\omega t)}] = |A|^2$$

## Equação de onda para uma partícula livre

- Para uma partícula livre, o potencial $V(x) = V_0 = C^{onst.}$
- $\Psi(x,t) = A[\cos(kx+\omega t) - i\sin(kx+\omega t)] = Ae^{-i(kx+\omega t)}$.
- $\Psi(x,t) = \psi(x)\phi(t) = Ae^{-ikx}e^{-i\omega t}$.
- $\psi(x) = Ae^{-ikx}$ e $\omega = E/\hbar$, onde $E$ é identificado como a energia.

$$\begin{aligned}
-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2(Ae^{-ikx})}{\partial x^2} + V_0(Ae^{-ikx}) &= E(Ae^{-ikx}) \\
\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 &= E = \frac{p^2}{2m} + V_0 \\
k = \pm\frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{\hbar} &; \quad p = \pm\sqrt{2m(E-V_0)}
\end{aligned}$$

- Como $p$ é bem definido, $\Delta p = 0$ então $\Delta x = \infty$ pois, $\Delta x \Delta p \geq \hbar$.

$$|\Psi(x,t)|^2 = \Psi(x,t)^*\Psi(x,t) = [A^* e^{i(kx+\omega t)}][Ae^{-i(kx+\omega t)}] = |A|^2$$

- A distribuição de probabilidade não depende do tempo, nem da posição.

## Equação de onda para uma partícula livre

$$
\begin{aligned}
-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2(Ae^{-ikx})}{\partial x^2} + V_0(Ae^{-ikx}) &= E(Ae^{-ikx}) \\
\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 &= E = \frac{p^2}{2m} + V_0 \\
k = \pm\frac{\sqrt{2m(E - V_0)}}{\hbar} &\;; \quad p = \pm\sqrt{2m(E - V_0)}
\end{aligned}
$$

- Como $p$ é bem definido, $\Delta p = 0$ então $\Delta x = \infty$ pois, $\Delta x \Delta p \geq \hbar$.

$$
|\Psi(x,t)|^2 = \Psi(x,t)^*\Psi(x,t) = [A^* e^{i(kx+\omega t)}][Ae^{-i(kx+\omega t)}] = |A|^2
$$

- A distribuição de probabilidade não depende do tempo, nem da posição.
- A probabilidade de encontrar a partícula em algum lugar no espaço e igual a 1.

## Equação de onda para uma partícula livre

$$
\begin{aligned}
-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2(Ae^{-ikx})}{\partial x^2} + V_0(Ae^{-ikx}) &= E(Ae^{-ikx}) \\
\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 &= E = \frac{p^2}{2m} + V_0 \\
k = \pm\frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{\hbar} \quad &; \quad p = \pm\sqrt{2m(E-V_0)}
\end{aligned}
$$

- Como $p$ é bem definido, $\Delta p = 0$ então $\Delta x = \infty$ pois, $\Delta x \Delta p \geq \hbar$.

$$
|\Psi(x,t)|^2 = \Psi(x,t)^*\Psi(x,t) = [A^* e^{i(kx+\omega t)}][Ae^{-i(kx+\omega t)}] = |A|^2
$$

- A distribuição de probabilidade não depende do tempo, nem da posição.
- A probabilidade de encontrar a partícula em algum lugar no espaço e igual a 1.
- Isso significa que a função de onda não pode ser normalizada.

## Equação de onda para uma partícula livre

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2(Ae^{-ikx})}{\partial x^2} + V_0(Ae^{-ikx}) &= E(Ae^{-ikx}) \\ \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 &= E = \frac{p^2}{2m} + V_0 \\ k = \pm\frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{\hbar} &; \quad p = \pm\sqrt{2m(E-V_0)} \end{aligned}$$

- Como $p$ é bem definido, $\Delta p = 0$ então $\Delta x = \infty$ pois, $\Delta x \Delta p \geq \hbar$.

$$|\Psi(x,t)|^2 = \Psi(x,t)^*\Psi(x,t) = [A^* e^{i(kx+\omega t)}][Ae^{-i(kx+\omega t)}] = |A|^2$$

- A distribuição de probabilidade não depende do tempo, nem da posição.
- A probabilidade de encontrar a partícula em algum lugar no espaço e igual a 1.
- Isso significa que a função de onda não pode ser normalizada.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x,t)|^2 dx = 1 = |A|^2 \int_{-\infty}^{\infty} dx = 2|A|^2\infty$$

## Equação de onda para uma partícula livre

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2(Ae^{-ikx})}{\partial x^2} + V_0(Ae^{-ikx}) = E(Ae^{-ikx})$$

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 = E = \frac{p^2}{2m} + V_0$$

$$k = \pm\frac{\sqrt{2m(E - V_0)}}{\hbar} \quad ; \quad p = \pm\sqrt{2m(E - V_0)}$$

- Como $p$ é bem definido, $\Delta p = 0$ então $\Delta x = \infty$ pois, $\Delta x \Delta p \geq \hbar$.

$$|\Psi(x,t)|^2 = \Psi(x,t)^*\Psi(x,t) = [A^* e^{i(kx+\omega t)}][Ae^{-i(kx+\omega t)}] = |A|^2$$

- A distribuição de probabilidade não depende do tempo, nem da posição.
- A probabilidade de encontrar a partícula em algum lugar no espaço e igual a 1.
- Isso significa que a função de onda não pode ser normalizada.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x,t)|^2 dx = 1 = |A|^2 \int_{-\infty}^{\infty} dx = 2|A|^2\infty$$

- Em situações praticas, sempre temos idéia de onde a partícula está.

## Equação de onda para uma partícula livre

$$
\begin{aligned}
-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2(Ae^{-ikx})}{\partial x^2} + V_0(Ae^{-ikx}) &= E(Ae^{-ikx}) \\
\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 &= E = \frac{p^2}{2m} + V_0 \\
k = \pm\frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{\hbar} \quad &; \quad p = \pm\sqrt{2m(E-V_0)}
\end{aligned}
$$

- Como $p$ é bem definido, $\Delta p = 0$ então $\Delta x = \infty$ pois, $\Delta x \Delta p \geq \hbar$.

$$
|\Psi(x,t)|^2 = \Psi(x,t)^*\Psi(x,t) \quad = \quad [A^* e^{i(kx+\omega t)}][Ae^{-i(kx+\omega t)}] = |A|^2
$$

- A distribuição de probabilidade não depende do tempo, nem da posição.
- A probabilidade de encontrar a partícula em algum lugar no espaço e igual a 1.
- Isso significa que a função de onda não pode ser normalizada.

$$
\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x,t)|^2 dx \quad = \quad 1 = |A|^2 \int_{-\infty}^{\infty} dx = 2|A|^2\infty
$$

- Em situações praticas, sempre temos idéia de onde a partícula está.
- Precisamos de uma função de onda mais localizada no espaço!

## Pacotes de onda

- Podemos criar uma função de onda mais localizada superpondo 2 ou mais funções senoidais.

## Pacotes de onda

- Podemos criar uma função de onda mais localizada superpondo 2 ou mais funções senoidais.
- Seja a superposição de suas ondas com $k_1$ e $k_2$ e amplitudes $A_2 = -A_1$.

$$\psi(x) = A_1 e^{ik_1 x} + A_2 e^{ik_2 x}$$

## Pacotes de onda

- Podemos criar uma função de onda mais localizada superpondo 2 ou mais funções senoidais.
- Seja a superposição de suas ondas com $k_1$ e $k_2$ e amplitudes $A_2 = -A_1$.

$$\begin{aligned} \psi(x) &= A_1 e^{ik_1 x} + A_2 e^{ik_2 x} \\ \psi(x) &= A_1 (e^{ik_1 x} - e^{ik_2 x}) \end{aligned}$$

## Pacotes de onda

- Podemos criar uma função de onda mais localizada superpondo 2 ou mais funções senoidais.
- Seja a superposição de suas ondas com $k_1$ e $k_2$ e amplitudes $A_2 = -A_1$.

$$
\begin{aligned}
\psi(x) &= A_1 e^{ik_1 x} + A_2 e^{ik_2 x} \\
\psi(x) &= A_1 (e^{ik_1 x} - e^{ik_2 x}) \\
\psi(x) &= A_1 \{[\cos(k_1 x) - \cos(k_2 x)] + i[\sin(k_1 x) - \sin(k_2 x)]\}
\end{aligned}
$$

## Pacotes de onda

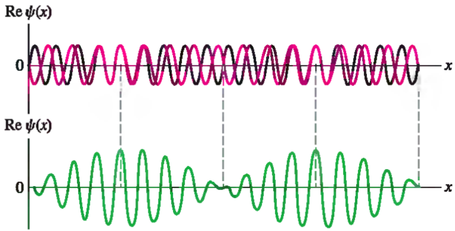
- Podemos criar uma função de onda mais localizada superpondo 2 ou mais funções senoidais.
- Seja a superposição de suas ondas com $k_1$ e $k_2$ e amplitudes $A_2 = -A_1$.

$$
\begin{aligned}
\psi(x) &= A_1 e^{ik_1 x} + A_2 e^{ik_2 x} \\
\psi(x) &= A_1 (e^{ik_1 x} - e^{ik_2 x}) \\
\psi(x) &= A_1 \{[\cos(k_1 x) - \cos(k_2 x)] + i[\sin(k_1 x) - \sin(k_2 x)]\} \\
\sin\alpha - \sin\beta &= 2\cos(\frac{\alpha+\beta}{2})\sin(\frac{\alpha-\beta}{2}) \\
\cos\alpha - \cos\beta &= -2\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\sin(\frac{\alpha-\beta}{2})
\end{aligned}
$$

## Pacotes de onda

- Podemos criar uma função de onda mais localizada superpondo 2 ou mais funções senoidais.
- Seja a superposição de suas ondas com $k_1$ e $k_2$ e amplitudes $A_2 = -A_1$.

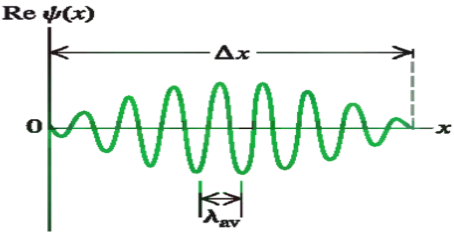
$$\begin{aligned} Re\psi(x) &= -2A_1 \sin\left(\frac{(k1+k2)x}{2}\right)\sin\left(\frac{(k1-k2)x}{2}\right) \\ Im\psi(x) &= 2A_1 \cos\left(\frac{(k1+k2)x}{2}\right)\sin\left(\frac{(k1-k2)x}{2}\right) \end{aligned}$$



## Pacotes de onda

- Podemos criar uma função de onda mais localizada superpondo 2 ou mais funções senoidais.
- Seja a superposição de suas ondas com $k_1$ e $k_2$ e amplitudes $A_2 = -A_1$.

$$
\begin{aligned}
Re\psi(x) &= -2A_1 \sin\left(\frac{(k1+k2)x}{2}\right) \sin\left(\frac{(k1-k2)x}{2}\right) \\
Im\psi(x) &= 2A_1 \cos\left(\frac{(k1+k2)x}{2}\right) \sin\left(\frac{(k1-k2)x}{2}\right)
\end{aligned}
$$



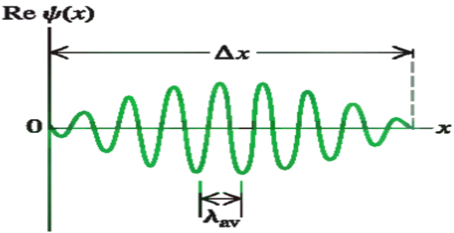

- Superpondo um grande numero de ondas com diferentes $\lambda$'s, é possível construir uma onda contendo apenas uma máximo.

$$
\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k)e^{ikx}dx
$$

## Pacotes de onda

- Podemos criar uma função de onda mais localizada superpondo 2 ou mais funções senoidais.
- Seja a superposição de suas ondas com $k_1$ e $k_2$ e amplitudes $A_2 = -A_1$.

$$
\begin{aligned}
Re\psi(x) &= -2A_1 \sin\left(\frac{(k1+k2)x}{2}\right) \sin\left(\frac{(k1-k2)x}{2}\right) \\
Im\psi(x) &= 2A_1 \cos\left(\frac{(k1+k2)x}{2}\right) \sin\left(\frac{(k1-k2)x}{2}\right)
\end{aligned}
$$



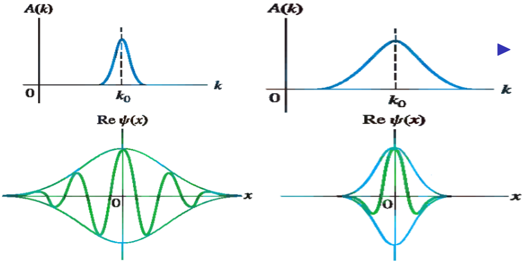

- Superpondo um grande numero de ondas com diferentes $\lambda$'s, é possível construir uma onda contendo apenas uma máximo.
- Esse pulso ondulatório denomina-se **pacote de onda**.

$$
\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{ikx} dx
$$

## Pacotes de onda

- Podemos criar uma função de onda mais localizada superpondo 2 ou mais funções senoidais.
- Seja a superposição de suas ondas com $k_1$ e $k_2$ e amplitudes $A_2 = -A_1$.

$$\begin{aligned} Re\psi(x) &= -2A_1 \sin\left(\frac{(k1+k2)x}{2}\right) \sin\left(\frac{(k1-k2)x}{2}\right) \\ Im\psi(x) &= 2A_1 \cos\left(\frac{(k1+k2)x}{2}\right) \sin\left(\frac{(k1-k2)x}{2}\right) \end{aligned}$$




- Superpondo um grande numero de ondas com diferentes $\lambda$'s, é possível construir uma onda contendo apenas uma máximo.
- Esse pulso ondulatório denomina-se **pacote de onda**.

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{ikx} dx$$

## Propriedades adicionais da função de onda

- É necessário que uma função de onda $\psi(x)$ e suas derivadas tenham as seguintes propriedades:

## Propriedades adicionais da função de onda

- É necessário que uma função de onda $\psi(x)$ e suas derivadas tenham as seguintes propriedades:

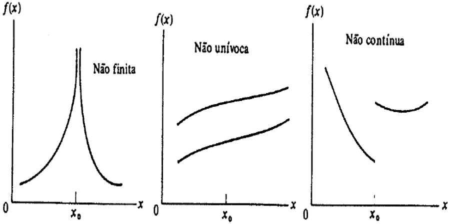
- $\psi(x)$ deve ser finita.
- $\psi(x)$ deve ser continua.
- $\psi(x)$ deve ser unívoca.

- $\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}$ deve ser finita.
- $\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}$ deve ser continua.
- $\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}$ deve ser unívoca.

## Propriedades adicionais da função de onda

- É necessário que uma função de onda $\psi(x)$ e suas derivadas tenham as seguintes propriedades:

- $\psi(x)$ deve ser finita.
- $\psi(x)$ deve ser continua.
- $\psi(x)$ deve ser unívoca.
- $\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}$ deve ser finita.
- $\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}$ deve ser continua.
- $\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}$ deve ser unívoca.

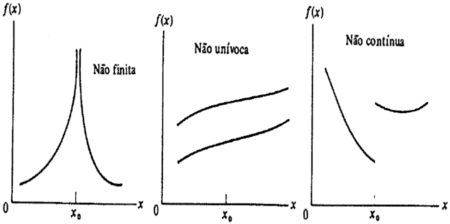


## Propriedades adicionais da função de onda

- É necessário que uma função de onda $\psi(x)$ e suas derivadas tenham as seguintes propriedades:

- $\psi(x)$ deve ser finita.
- $\psi(x)$ deve ser continua.
- $\psi(x)$ deve ser unívoca.

- $\frac{\partial \psi(x)}{\partial x}$ deve ser finita.
- $\frac{\partial \psi(x)}{\partial x}$ deve ser continua.
- $\frac{\partial \psi(x)}{\partial x}$ deve ser unívoca.




- Se $\psi(x)$ e suas derivadas não forem finitas, continuas e unívocas não obteríamos valores finitos e bem definidos quando calculássemos grandezas mensuráveis.