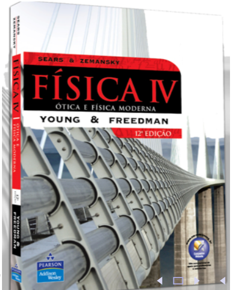
Capítulo 40 Mecânica Quântica

RODRIGO ALVES DIAS

Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

Livro texto: Física 3 - Eletromagnetismo
Autores: Sears e Zemansky
Edição: 12ª
Editora: Pearson - Addisson and Wesley

2 de outubro de 2012



Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Como calcular as funções de onda e os níveis de energia para uma partícula confinada em uma caixa.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Como calcular as funções de onda e os níveis de energia para uma partícula confinada em uma caixa.
- A forma de analisar o comportamento mecânico-quântico de uma partícula em um poço de potencial.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Como calcular as funções de onda e os níveis de energia para uma partícula confinada em uma caixa.
- A forma de analisar o comportamento mecânico-quântico de uma partícula em um poço de potencial.
- Como a mecânica quântica torna possível as partículas ir aonde a mecânica newtoniana dizia que elas não poderiam ir.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Como calcular as funções de onda e os níveis de energia para uma partícula confinada em uma caixa.
- A forma de analisar o comportamento mecânico-quântico de uma partícula em um poço de potencial.
- Como a mecânica quântica torna possível as partículas ir aonde a mecânica newtoniana dizia que elas não poderiam ir.
- De que maneira usar a mecânica quântica para analisar um oscilador harmônico.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- Como calcular as funções de onda e os níveis de energia para uma partícula confinada em uma caixa.
- A forma de analisar o comportamento mecânico-quântico de uma partícula em um poço de potencial.
- Como a mecânica quântica torna possível as partículas ir aonde a mecânica newtoniana dizia que elas não poderiam ir.
- De que maneira usar a mecânica quântica para analisar um oscilador harmônico.
- Como estender os cálculos de mecânica quântica a problemas em três dimensões.

- Estes recipientes contem uma solução de partículas microscópicas semi-condutoras, cada uma das quais age como um "átomo" de tamanho nanométrico.

- Estes recipientes contem uma solução de partículas microscópicas semi-condutoras, cada uma das quais age como um “átomo” de tamanho nanométrico.
- As partículas brilham quando expostas a luz ultravioleta.

- Estes recipientes contem uma solução de partículas microscópicas semi-condutoras, cada uma das quais age como um "átomo" de tamanho nanométrico.
- As partículas brilham quando expostas a luz ultravioleta.
- Por que as menores partículas (a esquerda) apresentam um brilho azul, enquanto as maiores (a direita) ostentam um brilho vermelho?

- O objetivo é aprender como usar a eq. de Schrödinger para determinar os níveis de energia possíveis e as funções de onda correspondentes em vários sistemas.

- O objetivo é aprender como usar a eq. de Schrödinger para determinar os níveis de energia possíveis e as funções de onda correspondentes em vários sistemas.
- A eq. de Schrödinger de uma partícula que só se move ao longo do eixo Ox é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2}+U(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

- O objetivo é aprender como usar a eq. de Schrödinger para determinar os níveis de energia possíveis e as funções de onda correspondentes em vários sistemas.
- A eq. de Schrödinger de uma partícula que só se move ao longo do eixo Ox é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2}+U(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

- O problema fundamental e o seguinte:

- O objetivo é aprender como usar a eq. de Schrödinger para determinar os níveis de energia possíveis e as funções de onda correspondentes em vários sistemas.
- A eq. de Schrödinger de uma partícula que só se move ao longo do eixo Ox é,

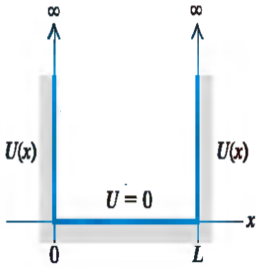
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2}+U(x)\psi(x) \quad = \quad E\psi(x)$$

- O problema fundamental e o seguinte:
- Para uma dada função energia potencial $V(x)$, quais são as funções de onda de estados estacionários $\psi(x)$ possíveis e quais são as energias correspondentes E?

- O objetivo é aprender como usar a eq. de Schrödinger para determinar os níveis de energia possíveis e as funções de onda correspondentes em vários sistemas.
- A eq. de Schrödinger de uma partícula que só se move ao longo do eixo Ox é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

- O problema fundamental e o seguinte:
- Para uma dada função energia potencial $V(x)$, quais são as funções de onda de estados estacionários $\psi(x)$ possíveis e quais são as energias correspondentes E?
- Vamos estudar um sistema que consiste em uma partícula confinada entre duas paredes rígidas separadas por uma distância L.

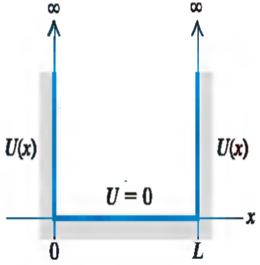


- O objetivo é aprender como usar a eq. de Schrödinger para determinar os níveis de energia possíveis e as funções de onda correspondentes em vários sistemas.
- A eq. de Schrödinger de uma partícula que só se move ao longo do eixo Ox é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + U(x)\psi(x) \quad = \quad E\psi(x)$$

- O problema fundamental e o seguinte:
- Para uma dada função energia potencial $V(x)$, quais são as funções de onda de estados estacionários $\psi(x)$ possíveis e quais são as energias correspondentes E?
- Vamos estudar um sistema que consiste em uma partícula confinada entre duas paredes rígidas separadas por uma distância L.

- A $V(x)$ para as paredes rígidas e infinita, e a partícula não pode escapar.

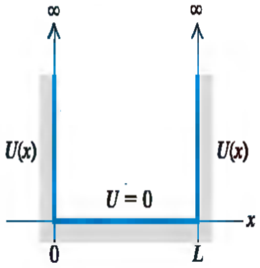


- O objetivo é aprender como usar a eq. de Schrödinger para determinar os níveis de energia possíveis e as funções de onda correspondentes em vários sistemas.
- A eq. de Schrödinger de uma partícula que só se move ao longo do eixo Ox é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + U(x)\psi(x) \quad = \quad E\psi(x)$$

- O problema fundamental e o seguinte:
- Para uma dada função energia potencial $V(x)$, quais são as funções de onda de estados estacionários $\psi(x)$ possíveis e quais são as energias correspondentes E?
- Vamos estudar um sistema que consiste em uma partícula confinada entre duas paredes rígidas separadas por uma distância L.

- A $V(x)$ para as paredes rígidas e infinita, e a partícula não pode escapar.
- Como a partícula esta confinada a região $0 \leq x \leq L$, esperamos que $\psi(x) = 0$ fora dessa região.

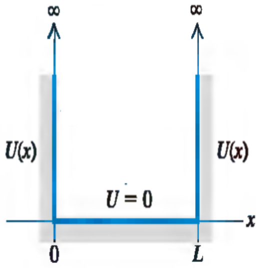


- O objetivo é aprender como usar a eq. de Schrödinger para determinar os níveis de energia possíveis e as funções de onda correspondentes em vários sistemas.
- A eq. de Schrödinger de uma partícula que só se move ao longo do eixo Ox é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

- O problema fundamental e o seguinte:
- Para uma dada função energia potencial $V(x)$, quais são as funções de onda de estados estacionários $\psi(x)$ possíveis e quais são as energias correspondentes E?
- Vamos estudar um sistema que consiste em uma partícula confinada entre duas paredes rígidas separadas por uma distância L.

- A $V(x)$ para as paredes rígidas e infinita, e a partícula não pode escapar.
- Como a partícula esta confinada a região $0 \leq x \leq L$, esperamos que $\psi(x) = 0$ fora dessa região.
- Se $V(x)\psi(x)$ deve ser finito, então $\psi(x) = 0$ para $V(x) = \infty$.

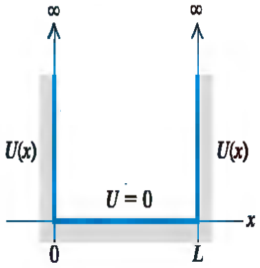


- O objetivo é aprender como usar a eq. de Schrödinger para determinar os níveis de energia possíveis e as funções de onda correspondentes em vários sistemas.
- A eq. de Schrödinger de uma partícula que só se move ao longo do eixo Ox é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + U(x)\psi(x) \quad = \quad E\psi(x)$$

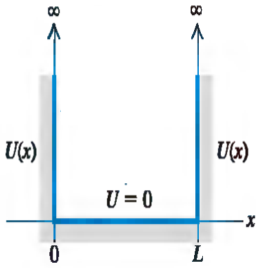
- O problema fundamental e o seguinte:
- Para uma dada função energia potencial $V(x)$, quais são as funções de onda de estados estacionários $\psi(x)$ possíveis e quais são as energias correspondentes E?
- Vamos estudar um sistema que consiste em uma partícula confinada entre duas paredes rígidas separadas por uma distância L.

- A $V(x)$ para as paredes rígidas e infinita, e a partícula não pode escapar.
- Como a partícula esta confinada a região $0 \leq x \leq L$, esperamos que $\psi(x) = 0$ fora dessa região.
- Se $V(x)\psi(x)$ deve ser finito, então $\psi(x) = 0$ para $V(x) = \infty$.
- Se $\psi(x)$ deve ser uma função continua, assim, $\psi(x) = 0$ nas fronteiras da região $x = 0$ e $x = L$. (Condições de contorno)



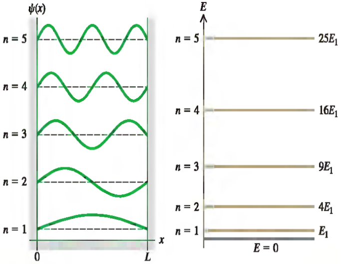
- A $V(x)$ para as paredes rígidas e infinita, e a partícula não pode escapar.
- Como a partícula esta confinada a região $0 \leq x \leq L$, esperamos que $\psi(x) = 0$ fora dessa região.
- Se $V(x)\psi(x)$ deve ser finito, então $\psi(x) = 0$ para $V(x) = \infty$.
- Se $\psi(x)$ deve ser uma função continua, assim, $\psi(x) = 0$ nas fronteiras da região $x = 0$ e $x = L$. (Condições de contorno)
- Para região no interior da caixa $0 < x < L$ temos que $V(x) = 0$ e assim,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} = E\psi(x)$$



- A $V(x)$ para as paredes rígidas e infinita, e a partícula não pode escapar.
- Como a partícula esta confinada a região $0 \leq x \leq L$, esperamos que $\psi(x) = 0$ fora dessa região.
- Se $V(x)\psi(x)$ deve ser finito, então $\psi(x) = 0$ para $V(x) = \infty$.
- Se $\psi(x)$ deve ser uma função continua, assim, $\psi(x) = 0$ nas fronteiras da região $x = 0$ e $x = L$. (Condições de contorno)
- Para região no interior da caixa $0 < x < L$ temos que $V(x) = 0$ e assim,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} = E\psi(x)$$



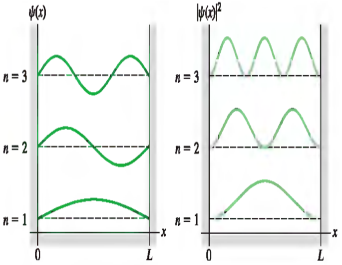
$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin(k_n x)$$

$$E_n = n^2\frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2} = n^2\frac{h^2}{8mL^2}$$

$$\psi_n(x,t) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin(k_n x)e^{-iE_n t/\hbar}$$

- A $V(x)$ para as paredes rígidas e infinita, e a partícula não pode escapar.
- Como a partícula esta confinada a região $0 \leq x \leq L$, esperamos que $\psi(x) = 0$ fora dessa região.
- Se $V(x)\psi(x)$ deve ser finito, então $\psi(x) = 0$ para $V(x) = \infty$.
- Se $\psi(x)$ deve ser uma função continua, assim, $\psi(x) = 0$ nas fronteiras da região $x = 0$ e $x = L$. (Condições de contorno)
- Para região no interior da caixa $0 < x < L$ temos que $V(x) = 0$ e assim,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} = E\psi(x)$$



$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin(k_n x)$$

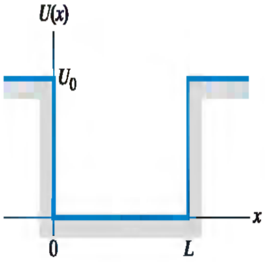
$$E_n = n^2\frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2} = n^2\frac{h^2}{8mL^2}$$

$$\psi_n(x,t) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin(k_n x)e^{-iE_n t/\hbar}$$

- Um poço de potencial e uma função energia potencial $U(x)$ que possui um mínimo.

- Um poço de potencial e uma função energia potencial $U(x)$ que possui um mínimo.
- O **poço de potencial quadrado** é uma função $U(x)$ tal que:

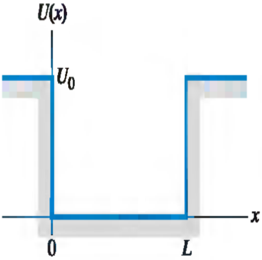
$$\begin{aligned} V(x) &= 0 \quad se \quad 0 \leq x \leq L \\ &= U_0 \quad se \quad x < 0 \; ou \; x > L \end{aligned}$$



- Um poço de potencial e uma função energia potencial $U(x)$ que possui um mínimo.
- O **poço de potencial quadrado** é uma função $U(x)$ tal que:

$$\begin{aligned} V(x) &= 0 \quad se \quad 0 \leq x \leq L \\ &= U_0 \quad se \quad x < 0 \ ou \ x > L \end{aligned}$$

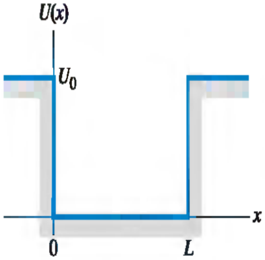
- Modelo simples de um elétron confinado em uma placa metálica de espessura L, se movendo $\perp$ à superfície da placa.



- Um poço de potencial e uma função energia potencial $U(x)$ que possui um mínimo.
- O **poço de potencial quadrado** é uma função $U(x)$ tal que:

$$\begin{aligned} V(x) &= 0 \quad se \;\; 0 \leq x \leq L \\ &= U_0 \quad se \;\; x < 0 \; ou \; x > L \end{aligned}$$

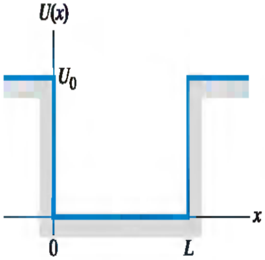
- Modelo simples de um elétron confinado em uma placa metálica de espessura L, se movendo $\perp$ à superfície da placa.
- O elétron pode se mover livremente no interior do metal, mas terá de escalar a altura V_0 para escapar do metal.



- Um poço de potencial e uma função energia potencial $U(x)$ que possui um mínimo.
- O **poço de potencial quadrado** é uma função $U(x)$ tal que:

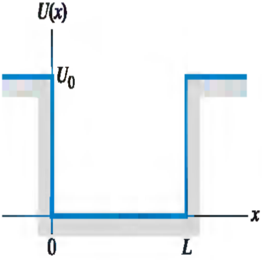
$$\begin{aligned} V(x) &= 0 \quad se \;\; 0 \leq x \leq L \\ &= U_0 \quad se \;\; x < 0 \; ou \; x > L \end{aligned}$$

- Modelo simples de um elétron confinado em uma placa metálica de espessura L, se movendo $\perp$ à superfície da placa.
- O elétron pode se mover livremente no interior do metal, mas terá de escalar a altura V_0 para escapar do metal.
- A energia V_0 e relacionada com a função trabalho.



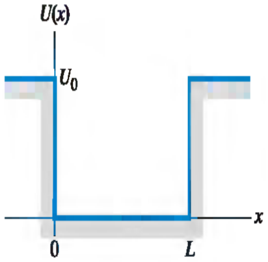
Estados ligados de um poço de potencial quadrado

- Se $E < U_0$ falamos que o estado é localizado e o chamamos de **estado ligado**.



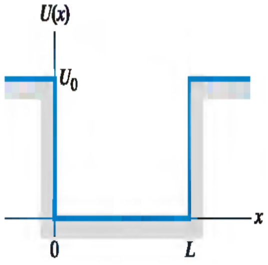
Estados ligados de um poço de potencial quadrado

- Se $E < U_0$ falamos que o estado é localizado e o chamamos de **estado ligado**.
- Todos os estados são ligados quando o poço de potencial possui profundidade infinita.



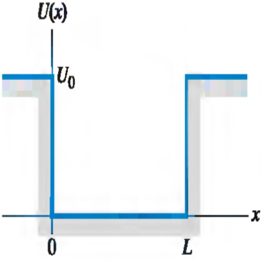
Estados ligados de um poço de potencial quadrado

- Se $E < U_0$ falamos que o estado é localizado e o chamamos de **estado ligado**.
- Todos os estados são ligados quando o poço de potencial possui profundidade infinita.
- Quando $E > U_0$ a partícula **não** está ligada.



Estados ligados de um poço de potencial quadrado

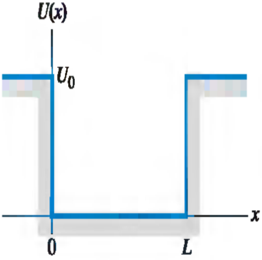
- As soluções da eq. de Schrödinger para $E < U_0$ na:



Estados ligados de um poço de potencial quadrado

- As soluções da eq. de Schrödinger para $E < U_0$ na:
- região $0 \leq x \leq L$ será:

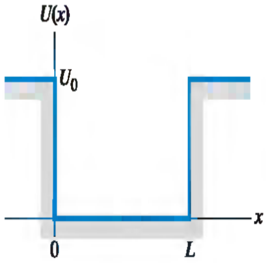
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} = E\psi(x)$$



Estados ligados de um poço de potencial quadrado

- As soluções da eq. de Schrödinger para $E < U_0$ na:
- região $0 \leq x \leq L$ será:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} &= -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi(x) \\ k_1 &= \sqrt{2mE}/\hbar \\ \psi(x) &= A\cos(k_1 x) + B\sin(k_1 x) \end{aligned}$$



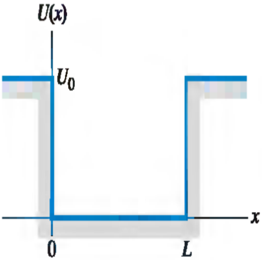
Estados ligados de um poço de potencial quadrado

- As soluções da eq. de Schrödinger para $E < U_0$ na:
- região $0 \leq x \leq L$ será:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} &= -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi(x)\\ k_1 &= \sqrt{2mE}/\hbar\\ \psi(x) &= A\cos(k_1x) + B\sin(k_1x)\end{aligned}$$

- região $x < 0$ ou $x > L$ será:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + U_0\psi(x) = E\psi(x)$$



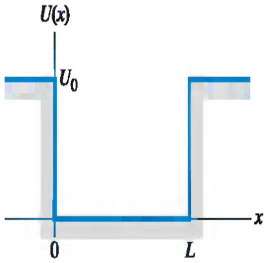
Estados ligados de um poço de potencial quadrado

- As soluções da eq. de Schrödinger para $E < U_0$ na:
- região $0 \leq x \leq L$ será:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} &= -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi(x) \\ k_1 &= \sqrt{2mE}/\hbar \\ \psi(x) &= A\cos(k_1 x) + B\sin(k_1 x) \end{aligned}$$

- região $x < 0$ ou $x > L$ será:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} &= \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}\psi(x) \\ k_2 &= \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar \\ \psi(x) &= Ce^{-k_2 x} + De^{+k_2 x} \quad se\ x < 0 \\ \psi(x) &= Ee^{-k_2 x} + Fe^{+k_2 x} \quad se\ x > L \end{aligned}$$



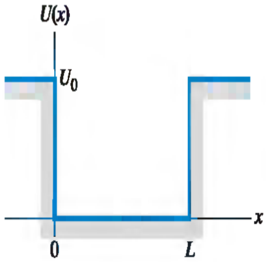
Estados ligados de um poço de potencial quadrado

- As soluções da eq. de Schrödinger para $E < U_0$ na:
- região $0 \leq x \leq L$ será:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} &= -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi(x) \\
k_1 &= \sqrt{2mE}/\hbar \\
\psi(x) &= A\cos(k_1 x) + B\sin(k_1 x)
\end{aligned}$$

- região $x < 0$ ou $x > L$ será:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} &= \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}\psi(x) \\
k_2 &= \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar \\
\psi(x) &= Ce^{-k_2 x} + De^{+k_2 x} \quad se\ x < 0 \\
\psi(x) &= Ee^{-k_2 x} + Fe^{+k_2 x} \quad se\ x > L
\end{aligned}$$



- Como ψ deve ser finita, para $x \to \pm\infty$ então: $C = F = 0$

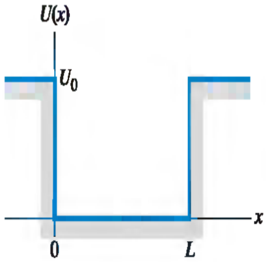
Estados ligados de um poço de potencial quadrado

- As soluções da eq. de Schrödinger para $E < U_0$ na:
- região $0 \leq x \leq L$ será:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} &= -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi(x)\\ k_1 &= \sqrt{2mE}/\hbar\\ \psi(x) &= A\cos(k_1x) + B\sin(k_1x)\end{aligned}$$

- região $x < 0$ ou $x > L$ será:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} &= \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}\psi(x)\\ k_2 &= \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar\\ \psi(x) &= De^{+k_2x} \quad se\ x < 0\\ \psi(x) &= Ee^{-k_2x} \quad se\ x > L\end{aligned}$$



- Como ψ deve ser finita, para $x \to \pm\infty$ então: $C = F = 0$
- Impondo as condições de contorno, que $\psi(x)$ e $\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}$ devem ser contínuas nas fronteiras $x = 0$ e $x = L$ obtemos,

Estados ligados de um poço de potencial quadrado

- As soluções da eq. de Schrödinger para $E < U_0$ na:
- região $0 \leq x \leq L$ será:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} &= -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi(x) \\ k_1 &= \sqrt{2mE}/\hbar \\ \psi(x) &= A\cos(k_1 x) + B\sin(k_1 x) \end{aligned}$$

- região $x < 0$ ou $x > L$ será:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} &= \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}\psi(x) \\ k_2 &= \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar \\ \psi(x) &= De^{+k_2 x} \quad se\ x < 0 \\ \psi(x) &= Ee^{-k_2 x} \quad se\ x > L \end{aligned}$$

- Como ψ deve ser finita, para $x \to \pm\infty$ então: $C = F = 0$
- Impondo as condições de contorno, que $\psi(x)$ e $\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}$ devem ser contínuas nas fronteiras $x = 0$ e $x = L$ obtemos,

$$\begin{aligned} A &= D \\ Bk_1 &= Dk_2 \\ A\cos(k_1 L) + B\sin(k_1 L) &= Ge^{-k_2 L} \\ k_1[A\sin(k_1 L) - B\cos(k_1 L)] &= Gk_2 e^{-k_2 L} \end{aligned}$$

Estados ligados de um poço de potencial quadrado

- As soluções da eq. de Schrödinger para $E < U_0$ na:
- região $0 \leq x \leq L$ será:

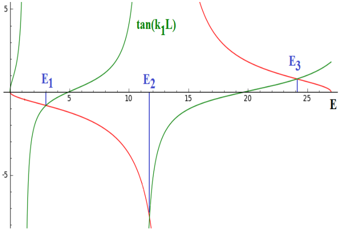
$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} &= -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi(x) \\
k_1 &= \sqrt{2mE}/\hbar \\
\psi(x) &= A\cos(k_1x) + B\sin(k_1x)
\end{aligned}$$

- região $x < 0$ ou $x > L$ será:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} &= \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}\psi(x) \\
k_2 &= \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar \\
\psi(x) &= De^{+k_2x} \quad se\ x < 0 \\
\psi(x) &= Ee^{-k_2x} \quad se\ x > L
\end{aligned}$$

- Como ψ deve ser finita, para $x \rightarrow \pm\infty$ então: $C = F = 0$
- Impondo as condições de contorno, que $\psi(x)$ e $\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}$ devem ser contínuas nas fronteiras $x = 0$ e $x = L$ obtemos,

$$\tan(k_1L) = \frac{2}{\left(\frac{k_1}{k_2} - \frac{k_2}{k_1}\right)}$$



Estados ligados de um poço de potencial quadrado

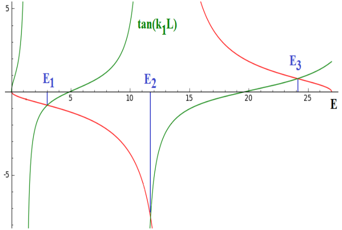
- As soluções da eq. de Schrödinger para $E < U_0$ na:
- região $0 \leq x \leq L$ será:

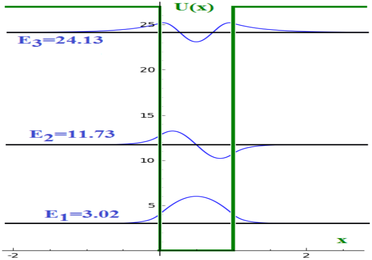
$$\begin{aligned} k_1 &= \sqrt{2mE}/\hbar \\ \psi(x) &= A\cos(k_1 x) + B\sin(k_1 x) \end{aligned}$$

- região $x < 0$ ou $x > L$ será:

$$\begin{aligned} k_2 &= \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar \\ \psi(x) &= De^{+k_2 x} \quad se\ x < 0 \\ \psi(x) &= Ee^{-k_2 x} \quad se\ x > L \end{aligned}$$

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{k_2 x} & x < 0 \\ A[\cos(k_1 x) + \frac{k_1}{k_2}\sin(k_1 x)] & 0 \leq x \leq L \\ A[\cos(k_1 L) + \frac{k_1}{k_2}\sin(k_1 L)]e^{-k_2(x-L)} & x > L \end{cases}$$

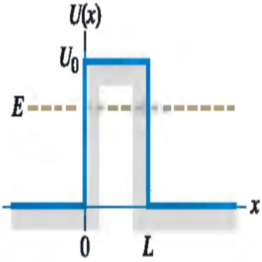




- Uma barreira de potencial é o oposto do poço de potencial, é descrita por um máximo na energia potencial.

- Uma barreira de potencial é o oposto do poço de potencial, é descrita por um máximo na energia potencial.
- A **barreira de potencial quadrada** é uma função $U(x)$ tal que:

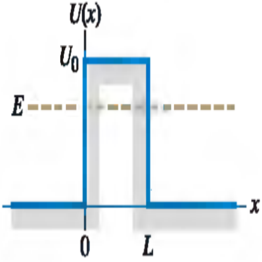
$$
\begin{aligned}
U(x) &= U_0 \quad se \quad 0 \leq x \leq L \\
&= 0 \quad se \quad x < 0 \; ou \; x > L
\end{aligned}
$$



- Uma barreira de potencial é o oposto do poço de potencial, é descrita por um máximo na energia potencial.
- A **barreira de potencial quadrada** é uma função $U(x)$ tal que:

$$\begin{aligned} U(x) &= U_0 \quad se \quad 0 \leq x \leq L \\ &= 0 \quad se \quad x < 0 \; ou \; x > L \end{aligned}$$

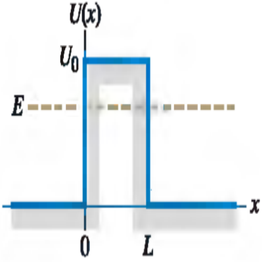
- Uma partícula que encontra uma barreira não necessariamente retorna.



- Uma barreira de potencial é o oposto do poço de potencial, é descrita por um máximo na energia potencial.
- A **barreira de potencial quadrada** é uma função $U(x)$ tal que:

$$\begin{aligned} U(x) &= U_0 \quad se \ \ 0 \le x \le L \\ &= 0 \quad se \ \ x < 0 \ ou \ x > L \end{aligned}$$

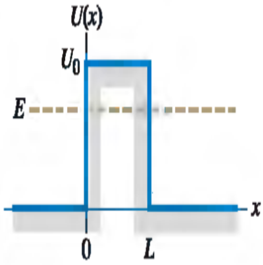
- Uma partícula que encontra uma barreira não necessariamente retorna.
- Existe alguma probabilidade de que ela passe para o outro lado da barreira.



- Uma barreira de potencial é o oposto do poço de potencial, é descrita por um máximo na energia potencial.
- A **barreira de potencial quadrada** é uma função $U(x)$ tal que:

$$\begin{aligned} U(x) &= U_0 \quad se \;\; 0 \leq x \leq L \\ &= 0 \quad se \;\; x < 0 \; ou \; x > L \end{aligned}$$

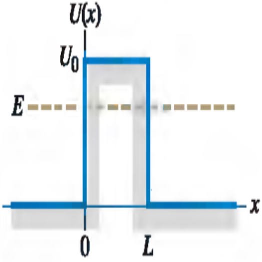
- Uma partícula que encontra uma barreira não necessariamente retorna.
- Existe alguma probabilidade de que ela passe para o outro lado da barreira.
- A penetração de uma barreira é chamada de **tunelamento**.



- Uma barreira de potencial é o oposto do poço de potencial, é descrita por um máximo na energia potencial.
- A **barreira de potencial quadrada** é uma função $U(x)$ tal que:

$$\begin{aligned} U(x) &= U_0 \quad se \quad 0 \leq x \leq L \\ &= 0 \quad se \quad x < 0 \; ou \; x > L \end{aligned}$$

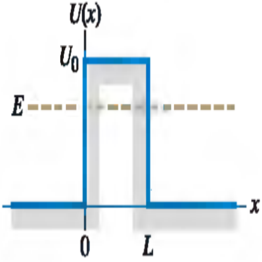
- Uma partícula que encontra uma barreira não necessariamente retorna.
- Existe alguma probabilidade de que ela passe para o outro lado da barreira.
- A penetração de uma barreira é chamada de **tunelamento**.
- Esse modelo pode representar um elétron entre 2 placas metálicas separadas por ar.



- Uma barreira de potencial é o oposto do poço de potencial, é descrita por um máximo na energia potencial.
- A **barreira de potencial quadrada** é uma função $U(x)$ tal que:

$$\begin{aligned} U(x) &= U_0 \quad se \quad 0 \leq x \leq L \\ &= 0 \quad se \quad x < 0 \; ou \; x > L \end{aligned}$$

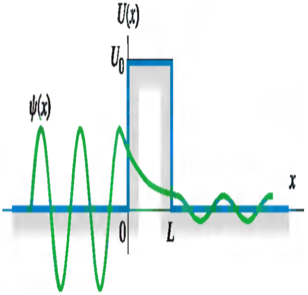
- Uma partícula que encontra uma barreira não necessariamente retorna.
- Existe alguma probabilidade de que ela passe para o outro lado da barreira.
- A penetração de uma barreira é chamada de **tunelamento**.
- Esse modelo pode representar um elétron entre 2 placas metálicas separadas por ar.
- As soluções para $E < U_0$ são:



- Uma barreira de potencial é o oposto do poço de potencial, é descrita por um máximo na energia potencial.
- A **barreira de potencial quadrada** é uma função $U(x)$ tal que:

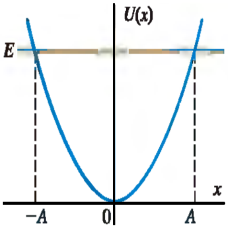
$$\begin{aligned} U(x) &= U_0 \quad se \quad 0 \leq x \leq L \\ &= 0 \quad se \quad x < 0 \; ou \; x > L \end{aligned}$$

- Uma partícula que encontra uma barreira não necessariamente retorna.
- Existe alguma probabilidade de que ela passe para o outro lado da barreira.
- A penetração de uma barreira é chamada de **tunelamento**.
- Esse modelo pode representar um elétron entre 2 placas metálicas separadas por ar.
- As soluções para $E < U_0$ são:

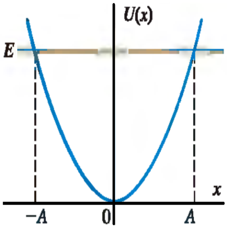


- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.

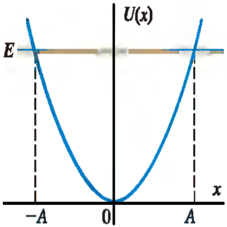
- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.



- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.

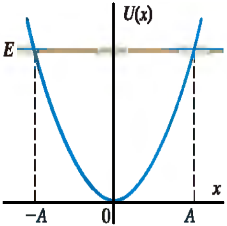


- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- A energia de um fóton é dado por: $E = \hbar\omega$.



- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2}X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- A energia de um fóton é dado por: $E = \hbar\omega$.
- Uma hipótese razoável é que os E_n sejam,

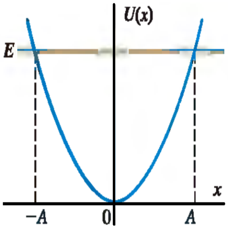
$$E_n = n\hbar\omega = n\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$



- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- A energia de um fóton é dado por: $E = \hbar\omega$.
- Uma hipótese razoável é que os E_n sejam,

$$E_n = n\hbar\omega = n\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- Esses níveis de energia foram os usados por Planck na dedução de sua lei da radiação.

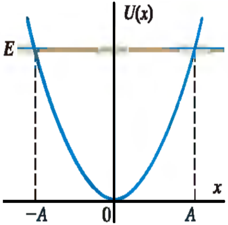


- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- A energia de um fóton é dado por: $E = \hbar\omega$.
- Uma hipótese razoável é que os E_n sejam,

$$E_n = n\hbar\omega = n\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- Esses níveis de energia foram os usados por Planck na dedução de sua lei da radiação.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

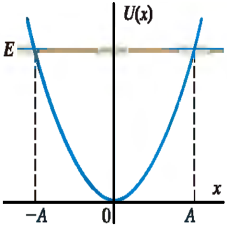


- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) = E\psi(x)$$



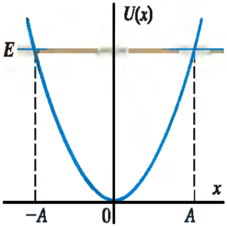
- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2}X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$



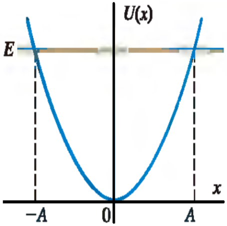
- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) &= E\psi(x) \\ \frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) &= 0 \\ \frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) &= 0 \end{aligned}$$

- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:



- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

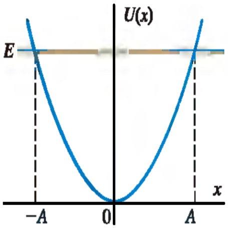
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$



- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2}X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

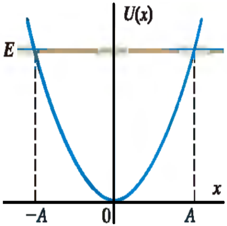
- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$\begin{aligned}
-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) &= E\psi(x) \\
\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) &= 0 \\
\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) &= 0
\end{aligned}$$

- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Devemos achar soluções que ψ e $\frac{\partial\psi}{\partial u}$ sejam unívocas, continuas e finitas, para $u \to \pm\infty$.



- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) &= E\psi(x) \\ \frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) &= 0 \\ \frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) &= 0 \end{aligned}$$

- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Devemos achar soluções que ψ e $\frac{\partial\psi}{\partial u}$ sejam unívocas, continuas e finitas, para $u \to \pm\infty$.
- As duas primeiras condições serão automaticamente satisfeitas pelas soluções que encontraremos.

- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) &= E\psi(x) \\ \frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) &= 0 \\ \frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) &= 0 \end{aligned}$$

- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Devemos achar soluções que ψ e $\frac{\partial\psi}{\partial u}$ sejam unívocas, continuas e finitas, para $u \to \pm\infty$.
- As duas primeiras condições serão automaticamente satisfeitas pelas soluções que encontraremos.
- Será necessário considerar explicitamente que $\psi(u) \to 0$ se $|u| \to \infty$.

- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$\begin{aligned}
-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) &= E\psi(x) \\
\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) &= 0 \\
\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) &= 0
\end{aligned}$$

- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Devemos achar soluções que ψ e $\frac{\partial\psi}{\partial u}$ sejam unívocas, continuas e finitas, para $u \to \pm\infty$.
- As duas primeiras condições serão automaticamente satisfeitas pelas soluções que encontraremos.
- Será necessário considerar explicitamente que $\psi(u) \to 0$ se $|u| \to \infty$.
- Para um valor finito de E, $\frac{\beta}{\alpha} \ll u^2$ para valores grandes de $|u|$.

- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Devemos achar soluções que ψ e $\frac{\partial\psi}{\partial u}$ sejam unívocas, continuas e finitas, para $u \to \pm\infty$.
- As duas primeiras condições serão automaticamente satisfeitas pelas soluções que encontraremos.
- Será necessário considerar explicitamente que $\psi(u) \to 0$ se $|u| \to \infty$.
- Para um valor finito de E, $\frac{\beta}{\alpha} \ll u^2$ para valores grandes de $|u|$.

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} = u^2\psi(u) \qquad |u| \to \infty$$

- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2}X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Devemos achar soluções que ψ e $\frac{\partial\psi}{\partial u}$ sejam unívocas, continuas e finitas, para $u \to \pm\infty$.
- As duas primeiras condições serão automaticamente satisfeitas pelas soluções que encontraremos.
- Será necessário considerar explicitamente que $\psi(u) \to 0$ se $|u| \to \infty$.
- Para um valor finito de E, $\frac{\beta}{\alpha} \ll u^2$ para valores grandes de $|u|$.

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} = u^2\psi(u) \qquad |u| \to \infty$$

$$\psi(u) = Ae^{-u^2/2} \qquad |u| \to \infty$$

- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) &= E\psi(x) \\ \frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) &= 0 \\ \frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) &= 0 \end{aligned}$$

- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Isso sugere que a solução da eq. completa seja,

$$\psi(u) = Ae^{-u^2/2}H(u)$$

- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) &= E\psi(x) \\ \frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) &= 0 \\ \frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) &= 0 \end{aligned}$$

- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Isso sugere que a solução da eq. completa seja,

$$\psi(u) = Ae^{-u^2/2}H(u)$$

$$\frac{d^2H(u)}{du^2} - 2u\frac{dH(u)}{du} + \left(\frac{\beta}{\alpha} - 1\right)H(u) = 0$$

- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Isso sugere que a solução da eq. completa seja,

$$\psi(u) = Ae^{-u^2/2}H(u)$$

$$\frac{d^2H(u)}{du^2} - 2u\frac{dH(u)}{du} + \left(\frac{\beta}{\alpha} - 1\right)H(u) = 0$$

$$H(u) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n u^n$$

- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Isso sugere que a solução da eq. completa seja,

$$\psi(u) = Ae^{-u^2/2}H(u)$$

$$\frac{d^2H(u)}{du^2} - 2u\frac{dH(u)}{du} + \left(\frac{\beta}{\alpha} - 1\right)H(u) = 0$$

$$H(u) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n u^n$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 2n + 1 = \frac{2mE}{\hbar^2}\frac{\hbar}{\omega m}$$

- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2} X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Isso sugere que a solução da eq. completa seja,

$$\psi(u) = Ae^{-u^2/2}H(u)$$

$$\frac{d^2H(u)}{du^2} - 2u\frac{dH(u)}{du} + \left(\frac{\beta}{\alpha} - 1\right)H(u) = 0$$

$$H(u) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n u^n$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 2n + 1 = \frac{2mE}{\hbar^2}\frac{\hbar}{\omega m}$$

$$\frac{2E}{\hbar\omega} = 2n + 1$$

- Um oscilador harmônico é uma partícula de massa m que sofre uma força $F_x = -C_x X$.
- A energia potencial é: $U(x) = \frac{C_x}{2}X^2$.
- Se m é deslocada do equilíbrio, oscilará com $X(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, $\omega = \sqrt{\frac{C_x}{m}}$.
- Veremos que os níveis de energia corretos são:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{C_x}{m}}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para o oscilador harmônico é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{C_x}{2}x^2\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{\omega m}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \left[\beta - \alpha^2 x^2\right]\psi(x) = 0$$

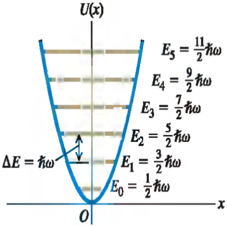
- $\beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$, $\alpha = \frac{\omega m}{\hbar}$ e definindo $u = \sqrt{\alpha}x$ obtemos:

$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Isso sugere que a solução da eq. completa seja,

$$\psi(u) = Ae^{-u^2/2}H(u)$$

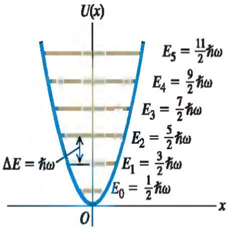
$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$$

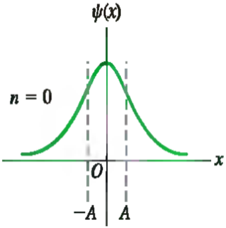


$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Isso sugere que a solução da eq. completa seja,

$$\begin{aligned} E_n &= \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \\ \psi_n(u) &= A_n e^{-u^2/2} H_n(u) \\ H_n(u) &= \frac{(-1)^n}{2} e^{u^2} \frac{d^n}{du^n} e^{-u^2} \end{aligned}$$

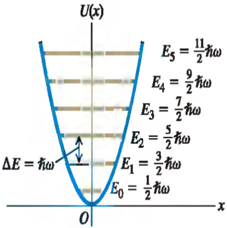


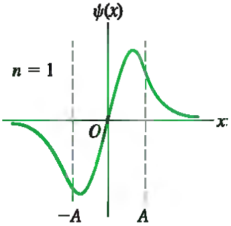


$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Isso sugere que a solução da eq. completa seja,

$$\begin{aligned}
E_n &= \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \\
\psi_n(u) &= A_n e^{-u^2/2} H_n(u) \\
H_n(u) &= \frac{(-1)^n}{2} e^{u^2} \frac{d^n}{du^n} e^{-u^2} \\
\psi_0(u) &= A_0 e^{-u^2/2}(1)
\end{aligned}$$

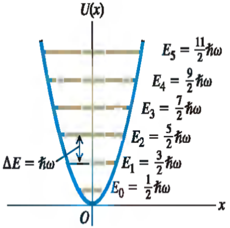


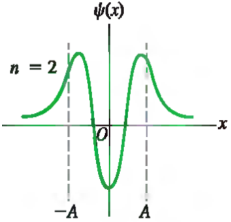


$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Isso sugere que a solução da eq. completa seja,

$$\begin{aligned}
E_n &= \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \\
\psi_n(u) &= A_n e^{-u^2/2} H_n(u) \\
H_n(u) &= \frac{(-1)^n}{2} e^{u^2} \frac{d^n}{du^n} e^{-u^2} \\
\psi_0(u) &= A_0 e^{-u^2/2}(1) \\
\psi_1(u) &= A_1 e^{-u^2/2}(u)
\end{aligned}$$

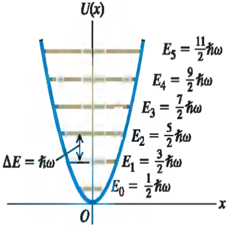


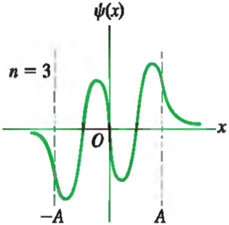


$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Isso sugere que a solução da eq. completa seja,

$$\begin{aligned}
E_n &= \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \\
\psi_n(u) &= A_n e^{-u^2/2} H_n(u) \\
H_n(u) &= \frac{(-1)^n}{2} e^{u^2} \frac{d^n}{du^n} e^{-u^2} \\
\psi_0(u) &= A_0 e^{-u^2/2}(1) \\
\psi_1(u) &= A_1 e^{-u^2/2}(u) \\
\psi_2(u) &= A_2 e^{-u^2/2}(1 - 2u^2)
\end{aligned}$$

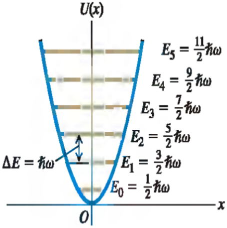


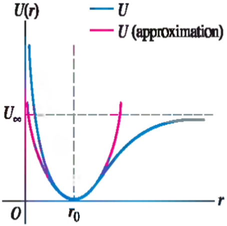


$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Isso sugere que a solução da eq. completa seja,

$$\begin{aligned}
E_n &= \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \\
\psi_n(u) &= A_n e^{-u^2/2} H_n(u) \\
H_n(u) &= \frac{(-1)^n}{2} e^{u^2} \frac{d^n}{du^n} e^{-u^2} \\
\psi_0(u) &= A_0 e^{-u^2/2}(1) \\
\psi_1(u) &= A_1 e^{-u^2/2}(u) \\
\psi_2(u) &= A_2 e^{-u^2/2}(1 - 2u^2) \\
\psi_3(u) &= A_3 e^{-u^2/2}(3u - 2u^3)
\end{aligned}$$





$$\frac{\partial^2\psi(u)}{\partial u^2} + \left[\frac{\beta}{\alpha} - u^2\right]\psi(u) = 0$$

- Isso sugere que a solução da eq. completa seja,

$$\begin{aligned}
E_n &= \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \\
\psi_n(u) &= A_n e^{-u^2/2} H_n(u) \\
H_n(u) &= \frac{(-1)^n}{2} e^{u^2} \frac{d^n}{du^n} e^{-u^2} \\
\psi_0(u) &= A_0 e^{-u^2/2}(1) \\
\psi_1(u) &= A_1 e^{-u^2/2}(u) \\
\psi_2(u) &= A_2 e^{-u^2/2}(1 - 2u^2) \\
\psi_3(u) &= A_3 e^{-u^2/2}(3u - 2u^3)
\end{aligned}$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para uma partícula em $3D$ é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(x,y,z) + U(x,y,z)\psi(x,y,z) \quad = \quad E\psi(x,y,z)$$

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para uma partícula em $3D$ é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(x,y,z)+U(x,y,z)\psi(x,y,z) \quad = \quad E\psi(x,y,z)$$

- Em estruturas atômicas é comum a função energia potencial ser esfericamente simétrica, $U = U(r)$.

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para uma partícula em $3D$ é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(x,y,z)+U(x,y,z)\psi(x,y,z) \quad = \quad E\psi(x,y,z)$$

- Em estruturas atômicas é comum a função energia potencial ser esfericamente simétrica, $U = U(r)$.
- Depende somente de $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ a partir da origem das coordenadas.

- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para uma partícula em $3D$ é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(x,y,z) + U(x,y,z)\psi(x,y,z) = E\psi(x,y,z)$$

- Em estruturas atômicas é comum a função energia potencial ser esfericamente simétrica, $U = U(r)$.
- Depende somente de $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ a partir da origem das coordenadas.
- Usamos dessa simetria, utilizando coordenadas esféricas (r, θ, ϕ).

$$\nabla^2\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial^2\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}$$

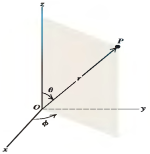
- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para uma partícula em $3D$ é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(x,y,z)+U(x,y,z)\psi(x,y,z) = E\psi(x,y,z)$$

- Em estruturas atômicas é comum a função energia potencial ser esfericamente simétrica, $U = U(r)$.
- Depende somente de $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ a partir da origem das coordenadas.
- Usamos dessa simetria, utilizando coordenadas esféricas (r,θ,ϕ).

$$\nabla^2\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial^2\psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}$$



- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para uma partícula em $3D$ é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(x,y,z) + U(x,y,z)\psi(x,y,z) = E\psi(x,y,z)$$

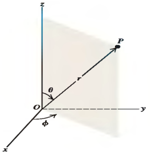
- Em estruturas atômicas é comum a função energia potencial ser esfericamente simétrica, $U = U(r)$.
- Depende somente de $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ a partir da origem das coordenadas.
- Usamos dessa simetria, utilizando coordenadas esféricas (r, θ, ϕ).

$$\nabla^2\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial^2\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}$$

- Para o átomo de Hidrogênio,

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}$$



- A eq. de Schrödinger indep. do tempo para uma partícula em $3D$ é,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(x,y,z)+U(x,y,z)\psi(x,y,z) \quad = \quad E\psi(x,y,z)$$

- Em estruturas atômicas é comum a função energia potencial ser esfericamente simétrica, $U=U(r)$.
- Depende somente de $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ a partir da origem das coordenadas.
- Usamos dessa simetria, utilizando coordenadas esféricas (r,θ,ϕ).

$$\begin{aligned}\nabla^2\psi &= \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\\ \nabla^2\psi &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial^2\psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}\end{aligned}$$

- Para o átomo de Hidrogênio,

$$\begin{aligned}U(r) &= -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}\\ \psi(r,\theta,\phi) &= R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)\end{aligned}$$