Lista de Exercícios para TVC3 – Física 4 - 2018-01
Departamento de Física ICE – UFJF
Prof. Rodrigo Alves Dias

Algumas constantes úteis :

$e=1,6\times10^{-19}C$, $m_e=9,1\times10^{-31}Kg$, $1\,eV=1,6\times10^{-19}J$, $h=6,63\times10^{-34}J\times s=4,14\times10^{-15}eV\times s$
$\sigma=5,67\times10^{-8}W/m^2K^4$, $k_B=1,38\times10^{-23}J/K$, $c=3,0\times10^{8}m/s$ $\epsilon_0=8,85\times10^{-12}C^2/Nm^2$
$m_p=1,67\times10^{-27}kg$

$\mu_b=\frac{e\hbar}{2m_e}$ $p=\frac{E}{c}=\frac{hf}{c}=\frac{h}{\lambda}$ $c=\lambda f$ $eV_0=hf-\phi$ $hf=\frac{hc}{\lambda}=E_i-E_f$ $E_n=-\left(\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2h^2}\right)\frac{Z^2}{n^2}=\frac{-13,6\,eV}{n^2}$

$\vec{\mu}=-\frac{e}{2m_e}\vec{L}$ $U=-\vec{\mu}\circ\vec{B}$ $L_z=\hbar m_l$ $L=\hbar\sqrt{l(l+1)}$ $\vec{p}=\gamma m_0\vec{v}$ $E=\gamma m_0c^2$ $E=K+m_0c^2$

$E^2=(m_0c^2)^2+(pc)^2$ $\sin^2(x)=\frac{1-\cos(2x)}{2}$ $\cos^2(x)=\frac{1+\cos(2x)}{2}$ $\int x\sin(ax)dx=\frac{-x\cos(ax)}{a}+\frac{\sin(ax)}{a^2}$

$\int x\sin(ax)dx=\frac{-x\cos(ax)}{a}+\frac{\sin(ax)}{a^2}$

[1](a) Dada a equação de Schrodinger dependente do tempo, $-i\hbar\frac{d\Psi(x,t)}{dt}=\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi(x,t)}{dx^2}+U(x)\Psi(x,t)$

encontre as equações diferenciais para as coordenadas x e t, usando o método da separação de variáveis, considerando que $\Psi(x,t)=\phi(x)f(t)$ e que a constante que difere uma solução da outra é E=constante.
b) Encontre as soluções para f(t) .
c) Considere um potencial do poço quadrado infinito de largura L definido por,
$U(x)=\infty$ para $x\leqslant 0\,e\,x\geqslant L$ e
$U(x)=0$ para $x>0\,e\,x<L$,
encontre as funções $\phi(x)$ lembrando que $\Psi(x,t)^2=\Psi(x,t)^*\Psi(x,t)$.
d) Encontre uma expressão para a constante E(energia).
e) Calcule o valor de $\langle x\rangle=\int\Psi_n(x,t)^*x\Psi_n(x,t)dx$, $\langle x^2\rangle=\int\Psi_n(x,t)^*x^2\Psi_n(x,t)dx$ e $\Delta x=\sqrt{\langle x^2\rangle-\langle x\rangle^2}$ e de de um elétron no estado n=1.
f) Calcule, $\langle p_x\rangle=\int\Psi_n(x,t)^*\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)\Psi_n(x,t)dx$, $\langle p_x^2\rangle=\int\Psi_n(x,t)^*\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)\Psi_n(x,t)dx$ e $\Delta p_x=\sqrt{\langle p_x^2\rangle-\langle p_x\rangle^2}$ de um elétron no estado n=1.
g) Calcule o produto $\Delta x\Delta p_x$.

[2] Um elétron está ligado em um poço quadrado infinito de largura L(Questão [1]). O elétron faz uma transição do nível com energia E_2 para o nível com energia E_1 emitindo um fóton de comprimento de onda igual a 455nm.
a) Calcule a diferença de energia entre os níveis.
b) Calcule a largura L do poço.

[3] Um elétron em um átomo de hidrogênio tem $n=4$.
a) Quais são os possíveis valores de l , m_l , m_s e quantos estados existem neste nível de energia.
b) Se um campo magnético B_z constante for aplicado indique em um diagrama os desdobramentos Zeeman dos níveis de energia associados a $l=3$.
c) Calcule a variação de energia em elétron-volts para um campo magnético de $B_z=30000,0\,mT$ em relação à energia do mesmo nível, E_4 sem campo.

[4] Considere um elétron de massa m e confinada em um poço de potencial unidimensional infinito de tamanho L.
a) Obtenha uma expressão para a densidade de estados $g(E)=\frac{dn}{dE}$ para um gás de elétrons unidimensional esboçando um gráfico de g(E) como função de E.
b) Obtenha uma expressão para a energia de Fermi para o gás de elétrons unidimensional.

[5] Num cristal de sulfeto de chumbo, o comprimento de onda dos primeiros fótons que são absorvidos é $3{,}35\mu m$.
a) Calcule a energia da lagura do gap entre a banda de valéncia e a banda de condução deste cristal.
b) Considerando que a energia de fermi deste cristal está localizada no meio entre a banda de valéncia e a banda de condução deste cristal calcule a probabilidade de um elétron ser encontrado com energia igual à da banda de condução em T=500K.

[6] Os químicos usam espectros de absorção infravermelho para identificar os elementos químicos em uma amostra. Em certa amostra um químico verifica que uma luz de comprimento de onda $6{,}8\mu m$ é absolvida.
a) Calcule a energia da transição.
b) Se a massa da molécula é $5{,}6\times10^{-26}kg$, calcule a constante de mola do oscilador harmônico, considerando que a transição é entre dois níveis consecutivos.

[7] (a) Calcule, para o estado fundamental do átomo de hidrogênio, $\Psi_{1,0,0}=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2}e^{-r/a_0}$, o valor de r para o qual a densidade de probabilidade radial é máxima, a_0 é o raio de Bohr.
(b) Calcule em seguida o valor médio, $\langle r\rangle=\int r|\Psi|^2 dV$ da coordenada radial nesse estado.

[8] Considere um elétron de massa m e confinada em um poço de potencial unidimensional e infinito de tamanho L.
a) Obtenha as energias E_n e as autofunções $\Psi_n(x)$.
b) Considerando que temos agora um poço infinito bidimensional de lados $L_x=L_y=L$ escreva as energias $E_{nx,ny}$ e as novas possíveis funções de $\Psi_{nx,ny}(x,y)$ onda.
c) Enumere até o quarto nível e em ordem crescente as energias dos níveis mostrando o número de estados em cada nível de energia e o valor da energia.
d) Considerando que elétrons tem spin com $m_s=\pm1/2$, e levando em conta o princípio de exclusão de Pauli faça um diagrama de energias do item anterior agora preenchendo com elétrons, indicando os spins com setas, até um numero $N=7$ elétrons.
e) Calcule a energia densidade de estados $g(E)=\frac{dn}{dE}$ para um gás de elétrons bidimensional. Dica: Use os mesmos argumentos para o caso 3D porém lembre-se que no caso bidimensional NÃO temos um volume e sim uma superfície.

[9] O Lítio metálico tem uma estrutura cristalina BCC. Cada unidade é um cubo de comprimento a = 0,35 nm.
a) Em uma rede BCC, qual é o número de átomos por unidade de volume? Forneça a resposta em termos de a. (Sugestão: quantos átomos existem por unidade?)
b) Use o resultado da parte (a) para calcular a energia de Fermi E_F do Lítio metálico a temperatura zero. Suponha que haja um elétron livre por átomo.

[10] 0 comprimento de onda máximo da luz que certa fotocélula de silício pode detectar é $1{,}11\mu m$.
a) Qual é a banda proibida (em e1étrons-volt) entre a banda de valência e a banda de condução dessa fotocélula?
b) Explique por que o silício puro é opaco.