Movimento Circular e Uniforme

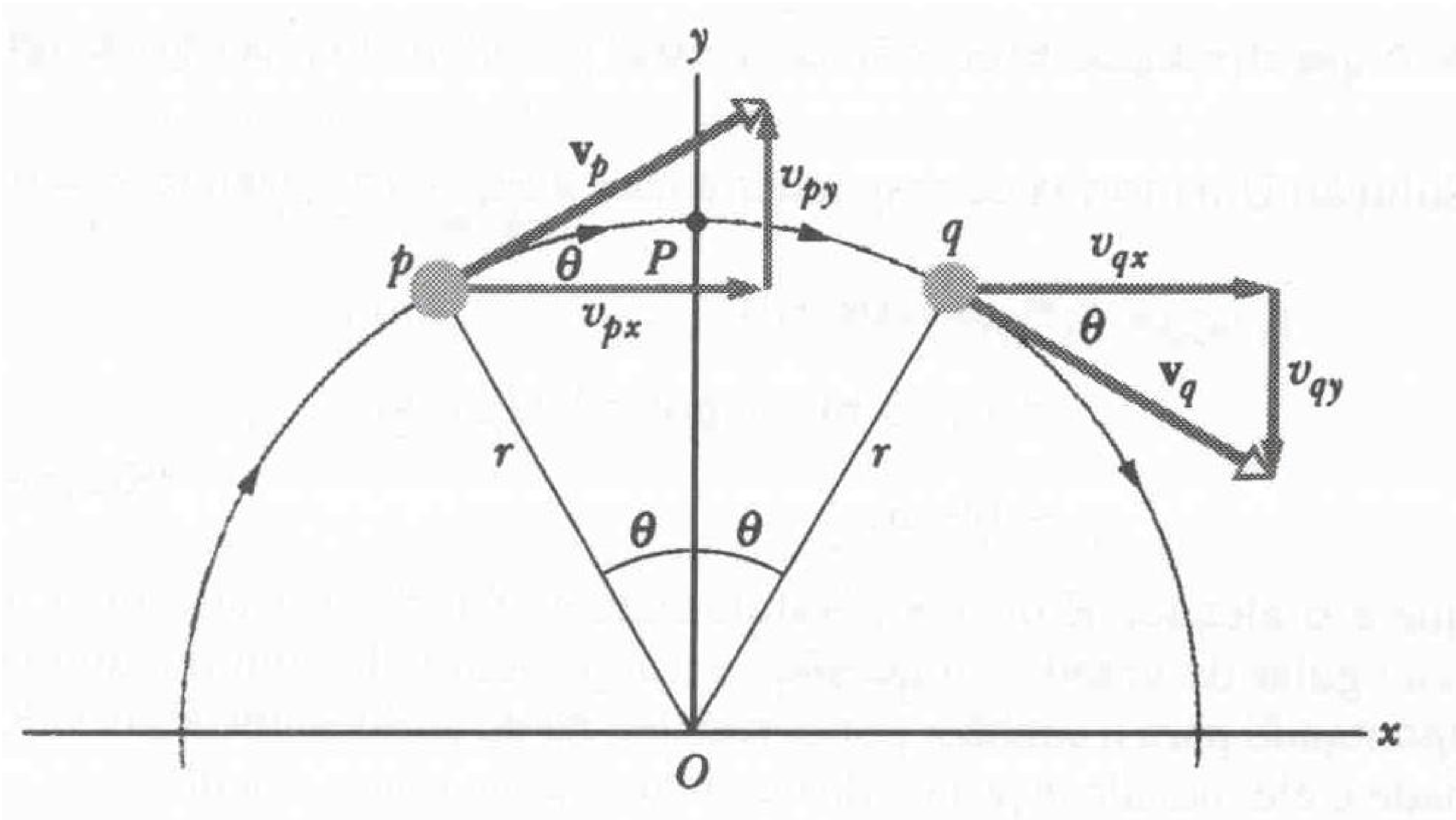
A principal característica desse tipo de movimento é que a partícula ou o corpo no qual estamos considerando tem o módulo da velocidade constante na sua trajetória circular.

Exemplos:
- Satélites na órbita terrestre;
- Um ponto no disco rígido do computador;
- Nós, como partículas, girando com o movimento da Terra;

Apesar do movimento na trajetória circular ser considerado com velocidade constante a partícula está acelerada como será visto a seguir.

Apresentação disponível em: http://fisica.ufjf.br/~sjfsato/fisica1

Movimento Circular e Uniforme



Apresentação disponível em: http://fisica.ufjf.br/~sjfsato/fisica1

Movimento Circular e Uniforme

No ponto p

Em x:

$$v_{px} = v\cos\theta$$

Em y:

$$v_{py} = v\,sen\,\theta$$

No ponto q

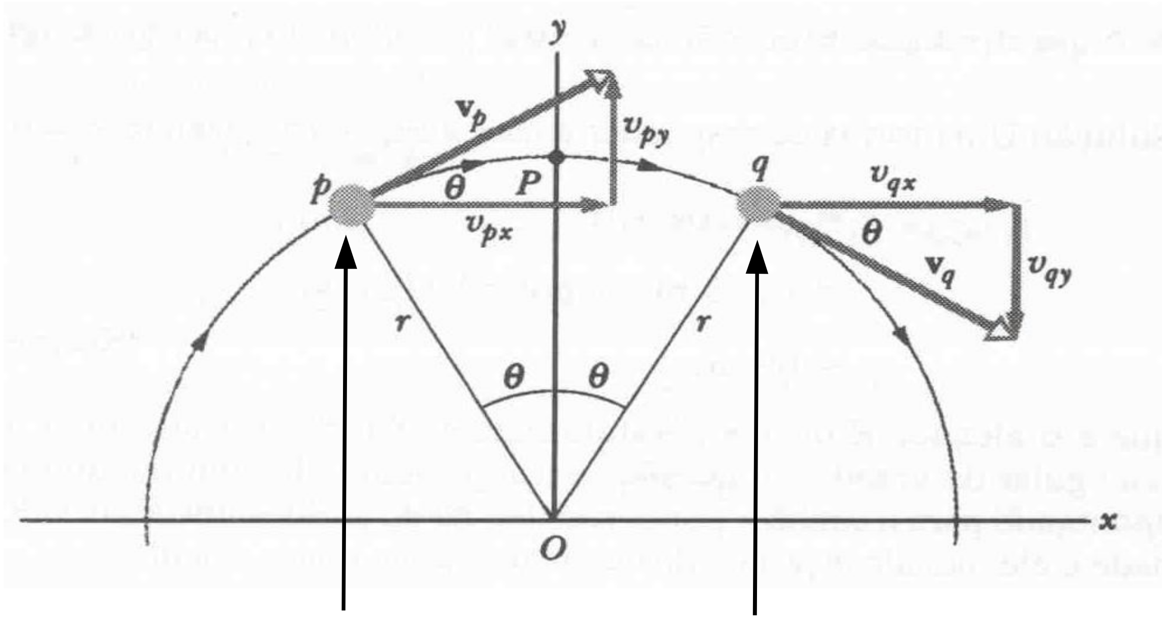
Em x:

$$v_{qx} = v\cos\theta$$

Em y:

$$v_{qy} = -v\,sen\,\theta$$

Movimento Circular e Uniforme



O tempo necessário para a partícula se mover do ponto p para o ponto q será:

$$\Delta t = \frac{arc(pq)}{v} = \frac{r(2\theta)}{v}$$

Apresentação disponível em: http://fisica.ufjf.br/~sjfsato/fisica1

Movimento Circular e Uniforme

Com a variação da velocidade e o tempo podemos obter a aceleração média nessa trajetória:

Em x:

$$\bar{a}_x = \frac{v_{qx} - v_{px}}{\Delta t} = \frac{v\cos\theta - v\cos\theta}{\Delta t} = 0$$

Em y:

$$\bar{a}_y = \frac{v_{qy} - v_{py}}{\Delta t} = \frac{-v\,sen\,\theta - v\,sen\,\theta}{\Delta t} = \frac{-2\mathrm{v}\,sen\,\theta}{2\mathrm{r}\,\theta / v} = \frac{-v^2}{r}\,\frac{sen\,\theta}{\theta}$$

Apresentação disponível em: http://fisica.ufjf.br/~sjfsato/fisica1

Movimento Circular e Uniforme

Como em x a aceleração é zero só nos resta a aceleração em y cujo sinal negativo indica que a aceleração aponta verticalmente para baixo. Como nos interessa nos limites infinitesimais de tempo, em que na equação para y correponde ao ângulo theta, quando tomamos variações infinitesimais de theta teremos:

$$\theta \to 0 \longrightarrow \frac{sen\,\theta}{\theta} = 1$$

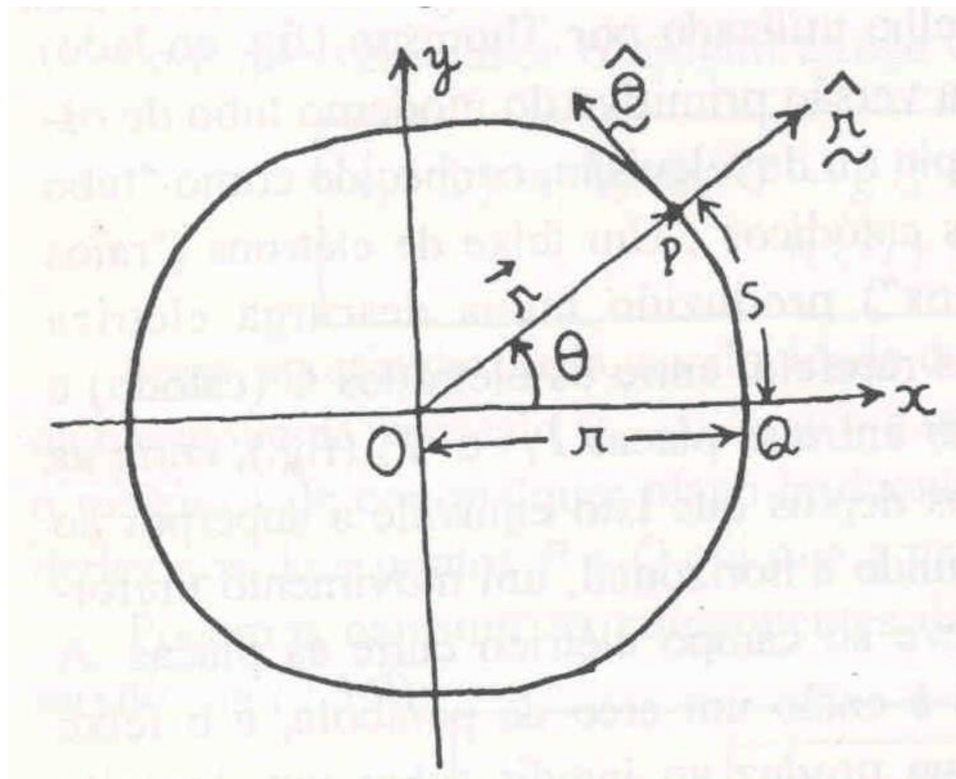
$$\bar{a}_y = \frac{-v^2}{r}\frac{sen\,\theta}{\theta} \longrightarrow a = \frac{v^2}{r}$$

Essa aproximação nos dá o módulo da aceleração, que é a aceleração centrípeta e aponta sempre para o centro da trajetória circular.

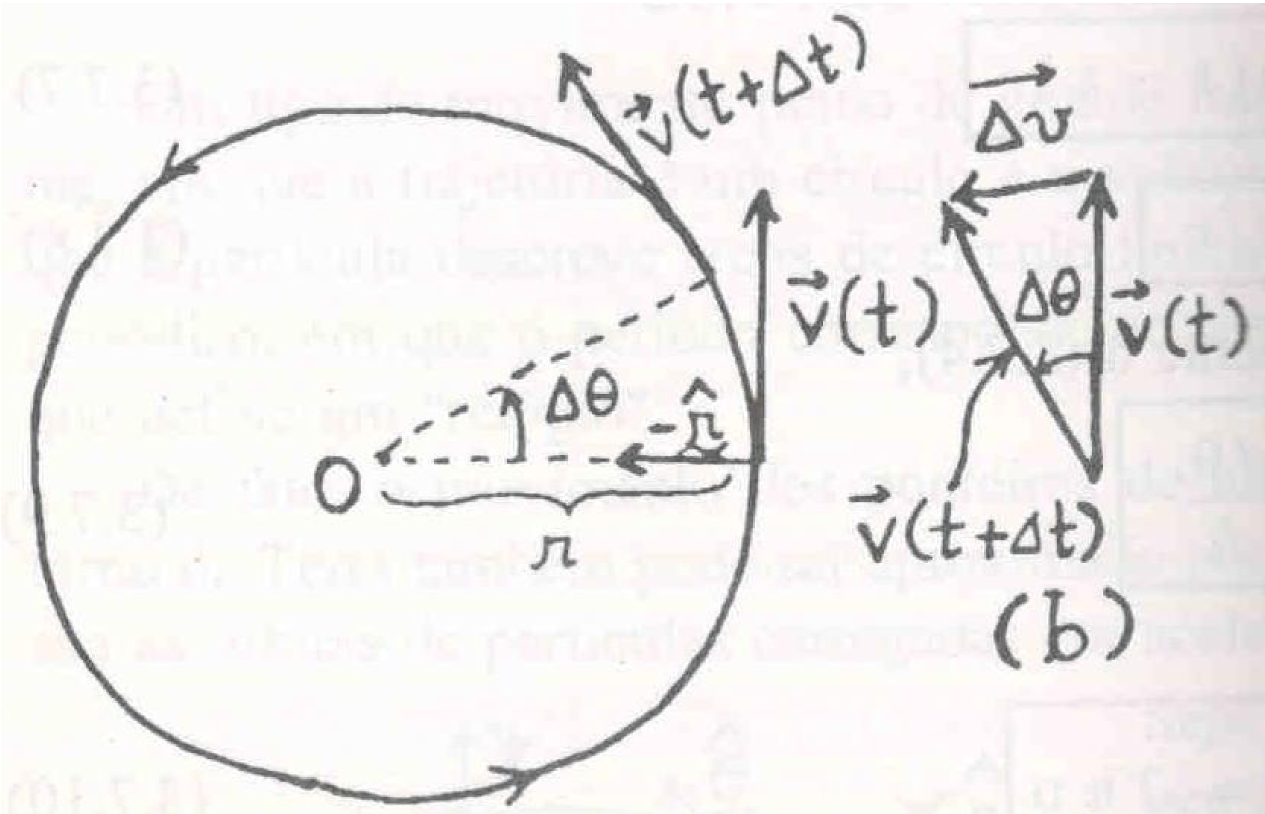
Movimento Circular e Uniforme

Outra forma de entender para onde a aceleração instantânea está apontando a partir da velocidade linear em um movimento circular uniforme, será considerando:

Vetores unitários no movimento circular uniforme ^θ e ^r, que estão posicionados na direção do deslocamento de theta e na direção radial apontando para fora, respectivamente.
Observar que agora os vetores unitários não estão mais fixos como no caso para os vetores ^i, ^j e ^k.



Movimento Circular e Uniforme



Partindo desse caso discreto para o contínuo, ou seja, tomando um infinitesimal de tempo, o que nos leva também a um infinitesimal do ângulo θ, observemos que o vetor Δv tende a apontar para o centro da circunferência. Assim o infinitesimal da velocidade pelo infinitesimal do tempo é um vetor dividido por um escalar, então o vetor aceleração tem a mesma direção que a variação infinitesimal da velocidade, inicialmente, no caso discreto, representado pelo vetor Δv

Movimento Circular e Uniforme

Aceleração média

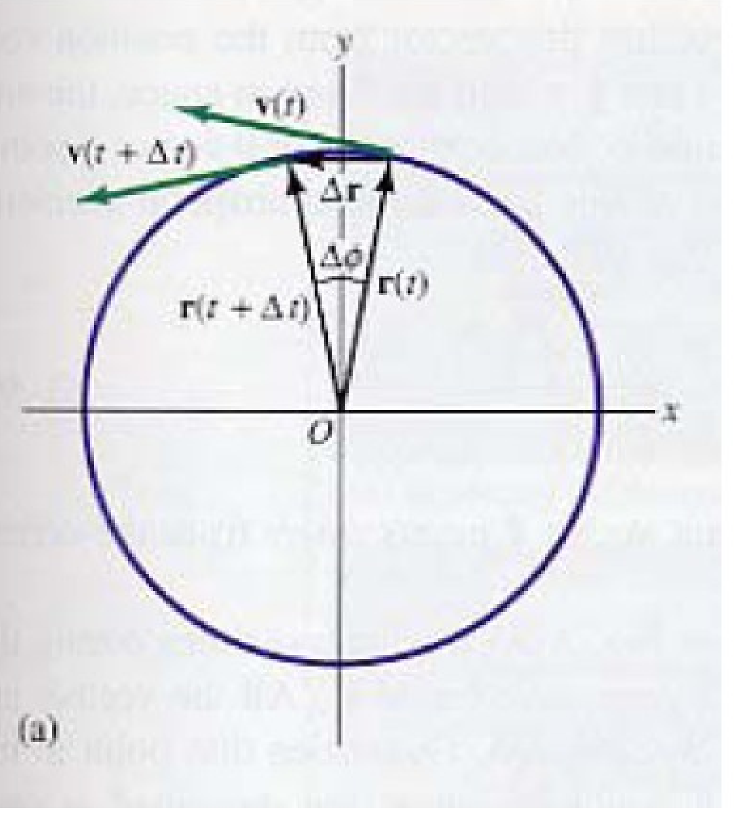
$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

Com a variação do tempo tendendo a zero, temos a aceleração instantânea (aceleração centrípeta).

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

Na notação de vetores unitários:

$$\vec{a}_c = \frac{v^2}{r}(-\hat{r})$$



Movimento Circular e Uniforme

Sobre a variação angular:

A variação angular deviado a variação da velocidade linear (o vetor velocidade linear varia, mas seu módulo permanece constante) é chamada de velocidade angular. Essa velocidade angular é representada pela letra ω, que é a variação do ângulo θ no tempo. Essa variação pode ser dada por:

$$\omega = \frac{v}{r} \qquad T = \frac{2\pi r}{v},\ F = \frac{1}{T}$$

O período é representado pela letra T e a freqüência (inverso do período) é representado pela letra F. A velocidade angular pode ser:

$$\omega = 2\pi F$$

Cuja unidade é dada por rad/s.

Movimento Circular e Uniforme

Exemplo:

Um satélite está em órbita circular em torno da Terra a uma altitude h = 200 km, acima da superfície. Nessa altitude, a aceleração de queda livre ***g*** é 9,20 m/s^2. Qual é a velocidade orbital ***v*** do satélite? Velocidade angular ? Período?

Resposta: Podemos aproximar o movimento do satélite em relação à Terra por um movimento circular uniforme em torno da Terra. Utilizando a equação da aceleração centrípeta encontramos a velocidade orbital (velocidade linear) ***v*** *do satélite.*

$$a=\frac{v^2}{r}$$

, a aceleração foi dada como sendo a=g=9,20 m/s^2 e o raio a ser considerado é o raio da Terra mais a distância do satélite em relação à superfície da Terra, $r=R_T+h=6{,}37x10^6+200{,}00x10^{3.}$

$$g=\frac{v^2}{R_T+h}$$

$$v=\sqrt{g(R_T+h)}=\sqrt{9{,}20(6{,}37\,x10^3+200\text{x}10^3)}=7{,}77\,km/s$$

Movimento Circular e Uniforme

A velocidade angular será dada por:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{7774,6}{6,57\,x10^{6}} = 0,001184\,rad/s$$

O período será dado por:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\, 6,57\,x10^{6}}{7774,6} = 5307\,s = 1\,hora\;e\;28\,minutos$$