4.8 Associações de capacitores

Muitas vezes precisamos de um capacitor com um valor específico de capacitância e não encontramos este valor na coleção de componentes. Neste caso pode-se constituir um capacitor com o valor exigido combinando vários capacitores de outros valores. A combinação mais simples é uma associação em paralelo, cuja representação esquemática é mostrada na figura 4.8.1.

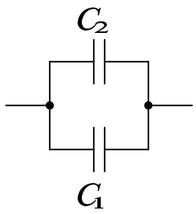

Fig. 4.8.1 Capacitores em paralelo representados com a simbologia de esquemas elétricos.

Percebemos que esta associação consiste novamente de dois condutores, um isolado do outro. Então temos um novo capacitor. Qual é a capacitância desta associação? Na figura 4.8.2 destacamos os dois condutores e colocamos rótulos nos condutores. Imagine que colocamos uma quantidade de carga Q no condutor A e retiramos a mesma quantidade de carga do condutor B.

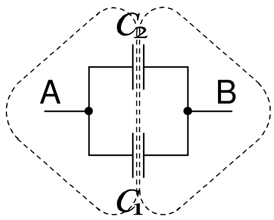

Fig. 4.8.2 Capacitores em paralelo com os dois condutores do capacitor novo destacados.

A carga Q não se distribuirá uniformemente em toda a superfície do condutor A. Com as considerações da seção anterior podemos argumentar que a distribuição da carga deve ser tal que o campo elétrico se limite a uma região de pouquíssimo volume de tal forma que a energia livre do sistema fique menor possível. Então a carga deve ficar essencialmente nas faces interiores dos dois capacitores da associação. Uma parcela Q_1 vai ficar na face interior da placa do capacitor 1 e uma parcela Q_2 na placa do capacitor 2. Por conservação de carga temos

$$Q = Q_1 + Q_2 \tag{4.8.1}$$

Por outro lado, as placas dos capacitores que contêm estas cargas fazem parte do condutor A e no equilíbrio eles terão o mesmo potencial elétrico. Também as placas do outro lado fazem parte de um único condutor B e eles têm também somente um valor de potencial. A diferença destes valores é a tensão no capacitor novo formado pela associação em paralelo. Com a definição de capacitância temos

$$Q_1 = C_1 V_C\,, \qquad Q_2 = C_2 V_C \tag{4.8.2}$$

Inserindo isto na (4.8.1), obtemos

$$Q = C_1 V_C + C_2 V_C \tag{4.8.3}$$

Então Q/V_C vale $C_1 + C_2$ e, com a definição de capacitância, esta soma é a capacitância da associação. Vamos escrever este valor como $C_{1\|2}$ (falando: C 1 paralelo 2).

$$\boxed{C_{1\|2} = C_1 + C_2} \tag{4.8.4}$$

Uma outra associação frequentemente usada é a junção de capacitores em série, como mostra a figura 4.8.3.

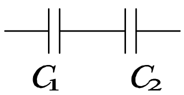

Fig. 4.8.3 Capacitores em série representados com a simbologia de esquemas elétricos.

Com a associação em série não temos simplesmente dois condutores e esta associação não se enquadra na nossa definição de capacitor. Mas se embrulharmos esta associação num invólucro não transparente deixando aparecer apenas as duas pernas, uma do capacitor 1 e a outra do 2, a pessoa que recebe este objeto e experimenta com ele terá a impressão de ter um capacitor. Tirando carga de uma das pernas e colocando a mesma quantidade na outra, aparecerá uma diferença de potencial entre as pernas que será proporcional à carga. Então temos algo como um "capacitor efetivo". Naturalmente vamos definir a capacitância deste capacitor efetivo como o quociente de Q e a diferença de potencial entre as pernas que saem da associação.

Para podermos determinar a capacitância efetiva desta associação, analisaremos a distribuição de cargas nos condutores desta associação. A figura 4.8.4 mostra a associação com um destaque dos condutores presentes. A retirada de uma quantidade Q de carga do condutor B e o depósito desta carga no condutor A não altera a carga total no condutor do meio que marquei com a letra C. Então este continua neutro. No entanto, haverá uma redistribuição de carga neste condutor. Sem esta redistribuição os capacitores 1 e 2 ficariam com um excesso líquido de carga. Isso provocaria campo elétrico num volume grande. De novo o princípio de energia livre mínima proíbe este estado como equilíbrio. Para minimizar a energia livre haverá uma redistribuição da carga no condutor C de tal forma que na face interna da placa direita do capacitor 1 apareça a carga $-Q$ e na face interna da placa esquerda do capacitor 2 apareça a carga Q.

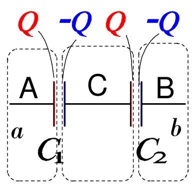

Fig. 4.8.4 Capacitores em série com marcação dos condutores e uma distribuição de carga em estado de equilíbrio.

A integral de caminho do campo elétrico do ponto a até o ponto b é a soma das voltagens dos dois capacitores, pois podemos usar um caminho que atravessa estes capacitores sucessivamente. Com a definição de capacitância temos $V_{C_1} = Q / C_1$ e $V_{C_2} = Q / C_2$. Então a voltagem da associação é

$$V_{\dashv\vdash\dashv\vdash} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \qquad (4.8.5)$$

Vamos definir a capacitância efetiva da associação como

$$C_{\dashv\vdash\dashv\vdash} \underset{def.}{=} \frac{Q}{V_{\dashv\vdash\dashv\vdash}} \qquad (4.8.6)$$

Então segue que

$$\boxed{C_{\dashv\vdash\dashv\vdash} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} \qquad (4.8.7)$$

Vendo os dois resultados, (4.8.4) e (4.8.7), percebemos que as capacitâncias se comportam nas associações em paralelo e em série da mesma maneira como as constantes de mola nas correspondentes associações de molas.

Um detalhe é importante; na associação em série a voltagem total é dividida entre os capacitores, como expresso na fórmula (4.8.5). Isto permite criar capacitores capazes de aguentar uma tensão alta a partir de capacitores com uma limitação de voltagem menor. Mas nesta associação o valor da capacitância diminui.

Geralmente tiramos os capacitores do armário e soldamos um no outro para formar a associação. Neste caso começamos com capacitores descarregados e somente a associação pronta será carregada. Mas ocasionalmente pode também ocorrer que juntemos um capacitor carregado com um descarregado. Neste caso se estabelece uma nova distribuição de carga após a junção. No processo de redistribuição de carga a carga elétrica em cada condutor da associação é conservada, e isto permite calcular as voltagens finais. Para calcular estas tensões não pode ser usada conservação de energia elétrica! Geralmente ocorre alguma transformação de energia que retira energia do estoque presente nos capacitores.

Exercícios:

E 4.8.1: Na seção 4.5 discutimos um capacitor esférico com duas camadas concêntricas de dielétricos. A interface destes dielétricos é uma superfície equipotencial. Então nada muda na configuração dos campos se imaginarmos uma fina camada condutora nesta superfície. Com esta manobra transformamos o problema numa associação em série de dois capacitores esféricos. Confira se o resultado (4.5.29) é compatível com a fórmula (4.8.7).

E 4.8.2: Um capacitor de capacitância C_1 está com uma voltagem de V_1. Quando ligamos este capacitor em paralelo com um capacitor descarregado de capacitância C_2, ocorre uma redistribuição de carga. Calcule a voltagem final da associação. Calcule a energia armazenada inicial e final.

E 4.8.3: Você tem três capacitores iguais, cada um com capacitância C. Pense em associações destes capacitores que tenham as capacitâncias $C_1 = 3C$, $C_2 = C/3$, $C_3 = \frac{3}{2}C$, $C_4 = \frac{2}{3}C$.

E 4.8.4: Escreva os pontos de destaque desta seção.