

10.1 O ferro nos transformadores

Historicamente a força magnética não foi descoberta como força atuando sobre cargas elétricas em movimento. O que se observou inicialmente foram forças entre pedras magnéticas e pedaços de ferro. Embora mencionemos estas observações, nós deixamos os ímãs de lado e concentramos nossa atenção nos fenômenos magnéticos que envolvem cargas e correntes. Chegou a hora de estudarmos os ímãs e entendermos o papel do ferro neste contexto. Um bom ponto de partida para este estudo é a análise dos transformadores.

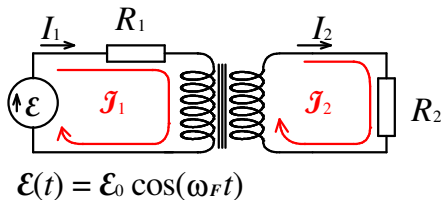


Fig. 10.1.1 Circuito simples com transformador.

Na seção 9.5 calculamos a versão complexa $I_k(t) = I_{k_o} e^{i\omega_F t}$ das correntes \mathcal{J}_1 e \mathcal{J}_2 do circuito da figura 9.5.6, a qual eu repito aqui com o número 10.1.1. O resultado do cálculo foi

$$I_{1_o} = \frac{\mathcal{E}_0 (R_2 + i\omega_F L_{22})}{R_1 R_2 + i\omega_F (R_1 L_{22} + R_2 L_{11})} \quad (10.1.1)$$

$$I_{2_o} = \frac{-\mathcal{E}_0 i\omega_F L_{21}}{R_1 R_2 + i\omega_F (R_1 L_{22} + R_2 L_{11})} \quad (10.1.2).$$

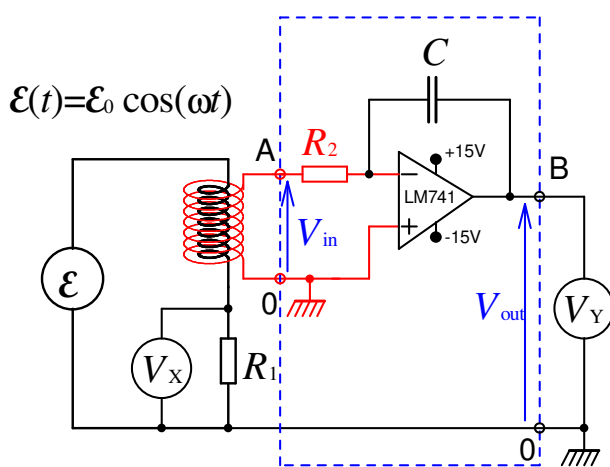
Naquela seção, concentramos nosso esforço na análise da corrente da segunda malha. Mas a corrente \mathcal{J}_1 também é sumamente importante. Ela flui mesmo que não usemos a voltagem gerada no circuito secundário. Vamos considerar este caso; um transformador na rua está ligado na fiação que vem da companhia elétrica. Mas no momento nenhuma casa está usando eletricidade. No nosso circuito da figura 10.1.1, podemos simular esta situação mandando R_2 para infinito. Neste limite, a corrente primária é

$$\lim_{R_2 \rightarrow \infty} I_{1_o} = \frac{\mathcal{E}_0}{R_1 + i\omega_F L_{11}} \quad (10.1.3).$$

A fonte tem alguma resistência interna, os fios entre fonte e transformador têm resistência diferente de zero e principalmente o fio enrolado na bobina primária tem um valor considerável de resistência. Então $R_1 \neq 0$, e a corrente da fórmula (10.1.3) dissipa energia. Esta energia é perdida, custa dinheiro e pode eventualmente aquecer o transformador a tal ponto de destruí-lo. Então temos que escolher os parâmetros do transformador de tal maneira que o módulo da corrente da fórmula (10.1.3) fique pequeno. Como podemos diminuir esta corrente? Aumentar R_1 ? Sim. Isto diminui a corrente primária, mas é justamente o resistor no circuito primário que causa a dissipação da energia. Então esta não é uma boa ideia. Temos que escolher o valor de $\omega_F L_{11}$ mais elevado possível. Num bom transformador, deve valer $R_1 \ll \omega_F L_{11}$. Uma maneira de aumentar o valor deste termo é, sem dúvida, uma escolha de frequência alta. Mas muitas vezes não podemos escolher a frequência. No caso do transformador na rua, a frequência é escolhida pela companhia de fornecimento de energia elétrica. Então temos que utilizar um elevado valor da autoindutância. Olhando a fórmula da autoindutância de uma bobina comprida,

$$L_{11} = \mu_0 \frac{N_1^2}{\ell} A \quad (10.1.4),$$

percebemos poucas possibilidades de obtermos valores elevados de L_{11} . Aumentos da área A são muito limitados, pois não queremos um transformador que ocupe um campo de futebol. Aumentos da densidade de espiras N_1/ℓ são igualmente limitados. Aumentar o número de espiras N_1 resulta num aumento do comprimento do fio e um consequente aumento da resistência R_1 . Seria bom se tivéssemos um recurso parecido com o uso de dielétricos na tarefa de aumentar o valor de uma capacitância. Será que a fórmula (10.1.4) poderia ser modificada colocando alguma substância no interior da bobina? De fato isto é possível.



Montei uma experiência para demonstrar o efeito da presença de ferro numa bobina. A figura 10.1.2 mostra o esquema elétrico do circuito e a figura 10.1.3 mostra uma fotografia da experiência.

Fig. 10.1.2 Medida de fluxo magnético usando a lei de indução e um integrador de Miller. A bobina primária tem aproximadamente 1200 espiras enroladas em 5 camadas num tubo de 15 mm de diâmetro e 96 mm de comprimento; a bobina secundária (vermelha) tem 200 espiras. $R_1 = 5,6 \Omega$, $R_2 = 12 \text{ k}\Omega$, $C = 0,47 \mu\text{F}$.

Enrolei um solenoide comprido num tubo de papelão e em cima deste solenoide um segundo formando com estas bobinas um pequeno transformador. Um resistor $R_1 = 5,6 \Omega$ serve para medir a corrente no circuito primário com a ajuda de um dos canais de um osciloscópio. A voltagem medida V_x é proporcional à corrente no circuito primário. O circuito primário é alimentado com uma fonte AC de 60 Hz e voltagem eficaz de 24 V. Na figura 10.1.3, as bobinas aparecem com coloração dourada na frente de uma ventoinha que permite esfriar as bobinas no caso de uso prolongado da experiência.

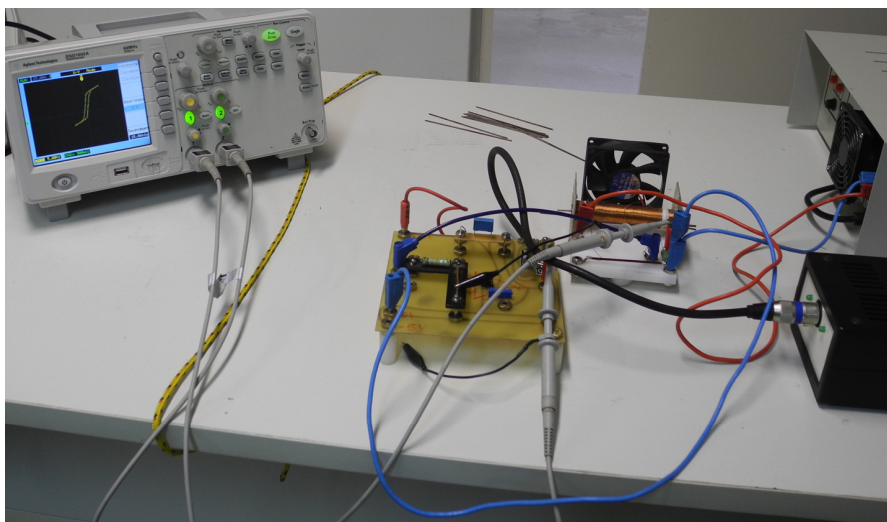


Fig. 10.1.3 Medida de fluxo magnético. No lado direito superior uma fonte de 24V AC, no lado direito inferior a fonte de alimentação de um integrador de Miller, no centro direito bobinas com ventoinha, no centro o integrador e na esquerda o osciloscópio.

Estamos interessados no fluxo magnético na área transversal do solenoide. O segundo solenoide, que está mostrado em vermelho na figura 10.1.2, serve para esta medida. A voltagem V_{in} , que indiquei na figura 10.1.2 entre os terminais 0 e A deste solenoide, é definida como integral de caminho do campo elétrico com um caminho de integração que não segue as espiras da bobina, mas que atravessa o circuito indicado na figura 10.1.2 com uma caixa pontilhada. Esta voltagem não é proporcional ao fluxo magnético, mas é proporcional à derivada temporal deste fluxo:

$$V_{in} = -N_2 \frac{d\Phi_m}{dt} \quad (10.1.5).$$

Nesta fórmula, N_2 é o número de espiras na bobina secundária e Φ_m é o fluxo através da secção transversal do tubo com as espiras. Para medir este fluxo, devemos integrar a voltagem V_{in} sobre o tempo. Esta tarefa é feita pelo circuito na caixa pontilhada na figura 10.1.2. No capítulo 11, vamos entender como este circuito funciona. Ele é conhecido como *integrador de Miller*. Aqui, por enquanto, basta saber que a voltagem de saída V_{out} se relaciona com a de entrada V_{in} da seguinte forma:

$$V_{out}(t) = - \left(const. + \frac{1}{R_2 C} \int_0^t V_{in}(t') dt' \right) \quad (10.1.6)$$

A constante depende do estado inicial de carregamento do capacitor. Esta voltagem de saída é medida com o segundo canal de um osciloscópio. Neste caso, o osciloscópio é usado numa modalidade diferente daquelas que representam gráficos de voltagem em função do tempo. A modalidade que usamos aqui mostra a relação entre as voltagens dos canais. No caso, colocamos a voltagem que mede a corrente no circuito primário no eixo horizontal e a voltagem V_{out} , no eixo vertical.

Combinando as fórmulas (10.1.5) e (10.1.6), obtemos para o fluxo através de uma espira

$$\Phi_m(t) = CONST. + \frac{R_2 C}{N_2} V_{out}(t) \quad (10.1.7).$$

Então, fora de uma constante aditiva e do fator $R_2 C / N_2$, a voltagem mostrada no eixo vertical informa o fluxo magnético.

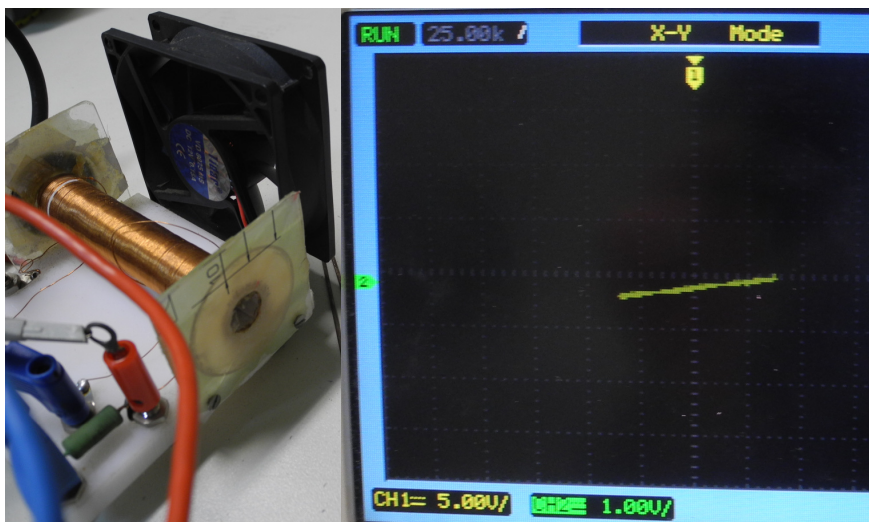


Fig. 10.1.4
Medida de fluxo em função da corrente primária num solenoide sem enchimento com ferro.

A figura 10.1.4 mostra uma primeira experiência sem preenchimento das bobinas com ferro. Como era de se esperar, o fluxo parece depender linearmente da corrente primária. A reta inclinada que aparece na tela do osciloscópio mostra uma amplitude da voltagem V_X de $V_{X_0} = 7,3 \text{ V}$, o que corresponde a uma amplitude da corrente de $I_{1_0} = 7,3 \text{ V} / 5,6 \Omega = 1,3 \text{ A}$. A amplitude da voltagem vertical é aproximadamente $V_{Y_0} = 0,2 \text{ V}$, o que corresponde a uma amplitude do fluxo magnético de $\Phi_0 = 5,6 \times 10^{-6} \text{ Vs}$. A inclinação da reta é

$$\text{sem ferro : } \frac{\Delta V_Y}{\Delta V_X} = 0,027 \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta \Phi_m}{\Delta I_1} = 4,3 \times 10^{-6} \text{ H} \quad (10.1.8)$$

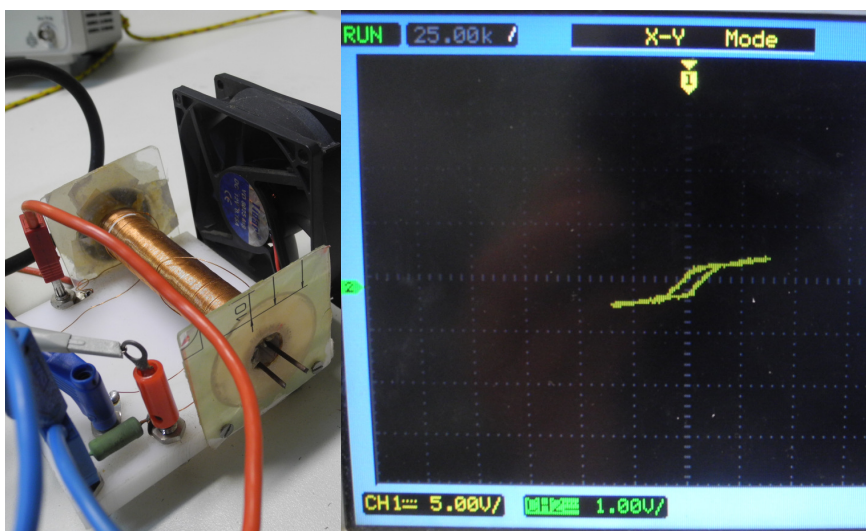


Fig. 10.1.5
Relação entre fluxo e corrente primária num solenoide que contém duas varas de ferro. As varas têm um diâmetro de 1,55 mm.

Numa segunda experiência, mostrada na figura 10.1.5, coloquei duas varas de ferro no interior das bobinas. Percebemos que o fluxo magnético aumenta mais rapidamente com o aumento da corrente primária. A inclinação inicial (isto é para pequenos valores da corrente) é aproximadamente:

$$\text{com 2 palitos de ferro : } \frac{\Delta V_Y}{\Delta V_X} = 0,24 \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta \Phi_m}{\Delta I_1} = 38 \times 10^{-6} \text{ H} \quad (10.1.9)$$

Esta inclinação é quase 9 vezes maior que a inclinação sem ferro. Mas aparece um fenômeno estranho. Logo com uma corrente de aproximadamente $2,5 \text{ V} / 5,6 \Omega \approx 0,45 \text{ A}$, esta inclinação enorme volta ao pequeno valor que encontramos sem ferro. Percebemos um comportamento mais estranho ainda: depois de a corrente ter passado pelo valor máximo e de ter voltado para o valor no qual a inclinação da curva tinha diminuído, o trajeto não segue mais pelo caminho da ida. A inclinação pequena permanece, e somente com uma corrente de $1 \text{ V} / 5,6 \Omega \approx 0,18 \text{ A}$ a inclinação íngreme aparece de novo. O fato de que ida e volta não coincidem significa que a relação entre fluxo magnético e corrente deixa de ser uma função. Para um dado valor da corrente,

podemos ter vários valores do fluxo, e a prevalência de qual valor depende da história pela qual o sistema passou. Este tipo de curva é chamado de histerese¹.

As figuras 10.1.6 e 10.1.7 mostram experiências com 6 e 16 varas de ferro nas bobinas. Com o aumento do número de palitos, valor do fluxo que separa as duas inclinações da curva cresce. A inclinação inicial fica ainda maior. No caso de 16 varas, percebemos que a amplitude da corrente primária foi sensivelmente reduzida. Era esta redução da corrente primária que buscamos para os transformadores.

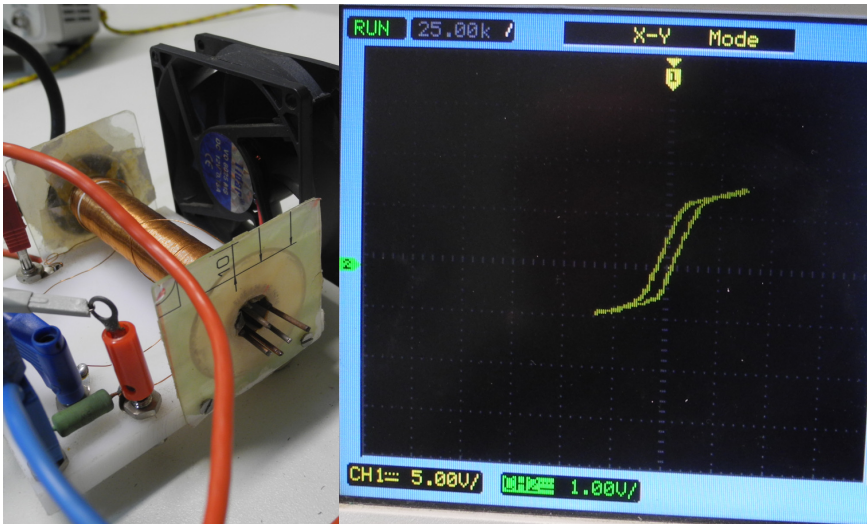


Fig. 10.1.6
Relação entre fluxo e corrente primária num solenoide que contém 6 varas de ferro.

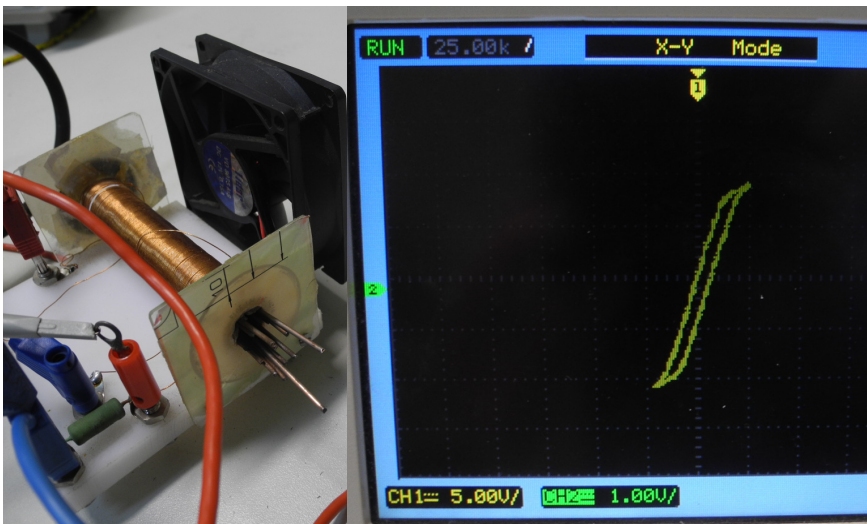


Fig. 10.1.7
Relação entre fluxo e corrente primária num solenoide que contém 16 varas de ferro.

Aparentemente o campo \vec{B} é mais forte dentro do ferro de tal forma que as varas de ferro aumentam o fluxo magnético. Mas esta ajuda que o ferro fornece parece ter

limites. A partir de um determinado valor do campo, o acréscimo de campo fornecido pelo ferro parece ficar constante. Neste estado, chamado de *estado de saturação*, o crescimento adicional do campo com aumento da corrente se deve somente à corrente na bobina e a curva volta a ter a pequena inclinação como se o ferro não estivesse aí.

Nas figuras 10.1.5 – 10.1.7, percebemos que o efeito benéfico do ferro de reduzir a corrente no circuito primário se nota plenamente apenas enquanto o ferro não entrar em saturação. Somente na figura 10.1.7, percebemos uma redução apreciável da amplitude

¹ Histerese vem do grego υστερεω' = atrasar-se. A volta para a inclinação menor se atrasa.

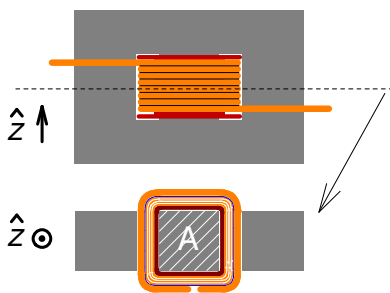
desta corrente. Então os parâmetros do transformador devem ser escolhidos de tal maneira que o ferro nunca entre em saturação. Esta condição vai fornecer a resposta para a seguinte pergunta: na seção 9.5 vimos que a razão das voltagens secundária/primária é igual à razão dos números de espiras das correspondentes bobinas; $\mathcal{E}_{ef}^{secundário} \approx \frac{N_2}{N_1} \mathcal{E}_{ef}$, mas quanto vale N_2 e quanto vale N_1 ? Por exemplo,

podemos realizar uma razão $\mathcal{E}_{ef}^{secundário} / \mathcal{E}_{ef} = 1/10$ com $N_2 = 1$, $N_1 = 10$ ou com $N_2 = 200$, $N_1 = 2000$ e de muitas outras maneiras. Quais valores devemos usar?

Estes números são determinados pela condição de nunca ultrapassar um valor máximo B_{sat} de campo magnético no ferro. Para valores maiores do campo, o ferro entraria em saturação. Eu escrevo “ferro”, mas nos transformadores os núcleos são feitos de ligas especiais de ferro e silício. Para a maioria destas ligas, este valor máximo de campo é aproximadamente $B_{sat} \approx 1,5T$. Agora resta saber como se relaciona a amplitude do campo \vec{B} dentro do núcleo de ferro do transformador com o número de espiras das bobinas.

O campo \vec{B} dentro do núcleo ferroso é ordem de grandeza maior do que fora dele. Para nossa estimativa do número de espiras, podemos tranquilamente desprezar a contribuição para o fluxo que provém das regiões fora do núcleo. Além disso, podemos supor um campo uniforme, $\vec{B}(t) = B(t)\hat{z}$, dentro da parte do núcleo que fica dentro das bobinas. Com estas aproximações podemos relacionar o fluxo magnético da malha primária com a função $B(t)$ da seguinte forma:

$$\Phi_1(t) = AN_1B(t) \quad (10.1.10)$$



Nesta fórmula, A é a área transversal da parte no núcleo ferroso que fica dentro das bobinas. Na figura 10.1.8, esta área é mostrada como retângulo hachurado num corte através de um transformador com núcleo do tipo EI, como aquele das figuras 9.5.3 e 9.5.4.

Fig. 10.1.8 A área A da fórmula (10.1.10) para o caso de um transformador com núcleo E-I.

Agora temos que relacionar este fluxo com a corrente $I_1 = \mathcal{J}_1$ que flui na bobina primária. Na seção 9.5 escrevemos a relação

$$\Phi_1(t) = L_{11}\mathcal{J}_1 + L_{12}\mathcal{J}_2 \quad (10.1.11).$$

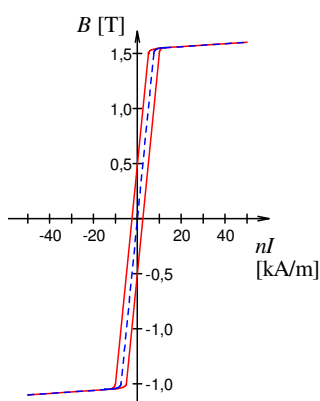


Fig. 10.1.9 Substituição aproximada da histerese (em vermelho) por uma função (em azul pontilhado).

Com o circuito secundário aberto, a corrente \mathcal{J}_2 é zero de tal forma que a relação (10.1.11) se simplifica: $\Phi_1(t) = L_{11}\mathcal{J}_1$. Mas infelizmente esta igualdade não vale no transformador com ferro! Na nossa experiência, vimos com as figuras 10.1.5 -10.1.7 que a relação entre fluxo e densidade de corrente não é nem sequer uma função e muito menos uma função linear. Mas, para nossa estimativa para a determinação dos números de espiras, não faremos um erro grande se substituirmos a

histerese por uma função como aquela indicada na figura 10.1.9. Nesta figura, mostrei uma histerese típica na cor vermelha e desenhei uma curva pontilhada em azul que seria uma aproximação. Para campos menores do valor de saturação, esta curva aproximada é linear, e vamos então usar a fórmula simples

$$\Phi_1(t) = L_{11} \mathcal{J}_1 \quad (10.1.12).$$

Combinando isto com a (10.1.10), obtemos para a função $B(t)$ a seguinte relação:

$$B(t) = \frac{L_{11} I_1(t)}{A N_1} \quad (10.1.13).$$

O campo \vec{B} oscila, e com isto a função $B(t)$ é oscilatória. Para a amplitude B_o desta oscilação, segue

$$B_o = \frac{L_{11} I_{1o}}{A N_1} \quad (10.1.14).$$

Nesta fórmula, I_{1o} é a amplitude da corrente primária. Já que aceitamos uma aproximação linear, podemos usar os resultados da seção 9.5 para avaliar esta amplitude e podemos usar a fórmula (10.1.3):

$$I_{1o} = \left| \frac{\mathcal{E}_o}{R_1 + i\omega_F L_{11}} \right| \approx \frac{\mathcal{E}_o}{\omega_F L_{11}} \quad (10.1.15).$$

Inserindo esta expressão na (10.1.14), obtemos

$$B_o = \frac{L_{11}}{A N_1} \frac{\mathcal{E}_o}{\omega_F L_{11}} = \frac{\mathcal{E}_o}{A N_1 \omega_F} \quad (10.1.16).$$

Esta amplitude deve ser menor que o campo de saturação B_{sat} . Então temos que escolher o número de espiras tal que

$$\frac{\mathcal{E}_o}{A N_1 \omega_F} \leq B_{sat} \quad (10.1.17),$$

ou seja,

$$\frac{\mathcal{E}_o}{A B_{sat} \omega_F} \leq N_1 \quad (10.1.18).$$

Geralmente não se especificam as voltagens pelas amplitudes, mas se usam os valores eficazes. Em termos do valor eficaz da voltagem do circuito primário, esta condição tem a forma:

$$\frac{\sqrt{2} \mathcal{E}_{ef0}}{A B_{sat} \omega_F} \leq N_1 \quad (10.1.19).$$

Por enquanto isto é apenas uma desigualdade, e os críticos diriam que continuamos com uma indeterminação do número de espiras. Mas naturalmente vamos querer usar um número pequeno de espiras. Esta tendência se justifica não somente pela nossa preguiça, pois enrolar transformadores é um trabalho árduo, mas um aumento do número de espiras traz também um aumento da resistência do circuito e conseqüentemente, um

aumento das perdas ôhmicas. Então, na prática, vamos escolher o número de espiras não muito maior que $\sqrt{2}\mathcal{E}_{ef0} / A B_{\text{sat}} \omega_F$.

Resumindo, podemos dizer que o ferro nos transformadores serve para manter as correntes pequenas e com isto reduzir as perdas ôhmicas. Mas infelizmente o núcleo ferroso introduz também perdas. Com uma análise dimensional, o leitor descobre que a área num diagrama como aquele da figura 10.1.9 representa uma densidade de energia. Resulta que a área circunscrita pela histerese corresponde à densidade de energia perdida no ferro com cada ciclo da oscilação do campo. Então foram desenvolvidas ligas especiais que apresentam histereses muito estreitas com pouca área para manter este tipo de perdas pequenas.

Exercícios

E 10.1.1: Um núcleo tipo E-I com uma área central quadrada de 30mm×30mm deve ser usado para construir um transformador que transforme os 127 V da rede de 60 Hz para uma tensão de 6 V. Supondo que o campo de saturação do núcleo vale 1,0T, escolha os valores dos números de espiras das bobinas deste transformador.

E 10.1.2: Um garoto que gosta de inventar coisas pretende construir uma fonte de alta tensão. Ele tem na sua coleção de sucata um pequeno transformador que serve para transformar os 127 V da rede em 6 V. O garoto tem a “brilhante” ideia de inverter este transformador e ligar a bobina dos 6 V da rede de 127 V para obter uma tensão de 2688 V. Explique por que isto não é uma boa ideia! Descreva o desastre que acontecerá na hora de ligar o transformador na rede!

E 10.1.3: Escreva os pontos de destaque desta seção.