

Capítulo 31 - Corrente Alternada

RODRIGO ALVES DIAS

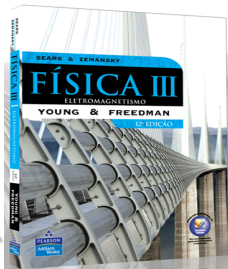
Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

Livro texto: Física 3 - Eletromagnetismo

Autores: Sears e Zemansky - Edição: 12^a

Editora: Pearson - Addison and Wesley

25 de julho de 2011



Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ Como os fasores facilitam a descrição senoidal das grandezas variantes.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ Como os fasores facilitam a descrição senoidal das grandezas variantes.
- ▶ Como usar a reatância para descrever a voltagem através de um elemento de circuito que transporta uma corrente alternada.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ Como os fasores facilitam a descrição senoidal das grandezas variantes.
- ▶ Como usar a reatância para descrever a voltagem através de um elemento de circuito que transporta uma corrente alternada.
- ▶ Como analisar um circuito R-L-C em série com uma fem senoidal.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ Como os fasores facilitam a descrição senoidal das grandezas variantes.
- ▶ Como usar a reatância para descrever a voltagem através de um elemento de circuito que transporta uma corrente alternada.
- ▶ Como analisar um circuito R-L-C em série com uma fem senoidal.
- ▶ O que determina a quantidade de potência que entra ou sai de um circuito de corrente alternada.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ Como os fasores facilitam a descrição senoidal das grandezas variantes.
- ▶ Como usar a reatância para descrever a voltagem através de um elemento de circuito que transporta uma corrente alternada.
- ▶ Como analisar um circuito R-L-C em série com uma fem senoidal.
- ▶ O que determina a quantidade de potência que entra ou sai de um circuito de corrente alternada.
- ▶ Como um circuito R-L-C em série responde a fems senoidais de frequências diferentes.

Objetivos de Aprendizagem

Ao estudar este capítulo você aprenderá:

- ▶ Como os fasores facilitam a descrição senoidal das grandezas variantes.
- ▶ Como usar a reatância para descrever a voltagem através de um elemento de circuito que transporta uma corrente alternada.
- ▶ Como analisar um circuito R-L-C em série com uma fem senoidal.
- ▶ O que determina a quantidade de potência que entra ou sai de um circuito de corrente alternada.
- ▶ Como um circuito R-L-C em série responde a fems senoidais de frequências diferentes.
- ▶ Por que os transformadores são úteis e como eles funcionam.

Introdução.

Números complexos e fasores.

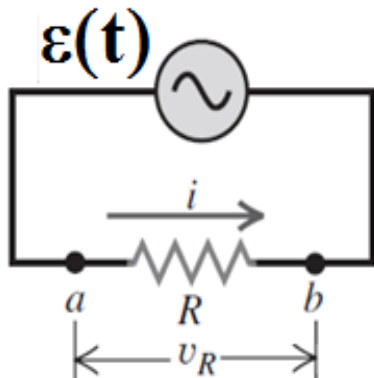
Fonte AC e Resistor.

- Seja uma fonte fem alternada,

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_R(t)$$



Fonte AC e Resistor.

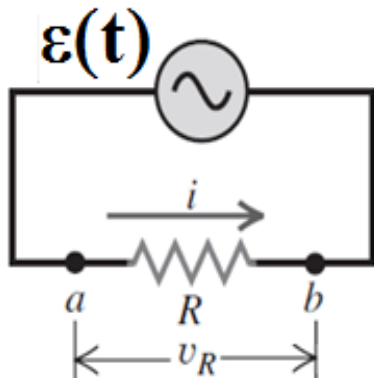
- Seja uma fonte fem alternada,

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_R(t)$$

$$\tilde{v}_R(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = R\tilde{I}(t)$$



Fonte AC e Resistor.

- Seja uma fonte fem alternada,

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\}$$

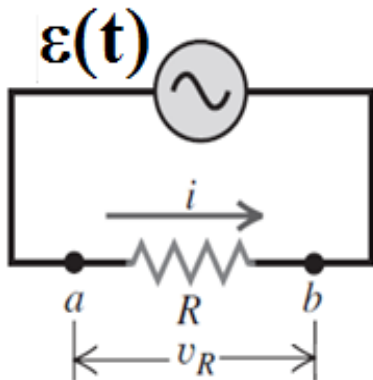
$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_R(t)$$

$$\tilde{v}_R(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = R\tilde{I}(t)$$

$$\tilde{I}(t) = \frac{\tilde{\varepsilon}(t)}{R} = \frac{\varepsilon_0}{R} e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}(t) = \bar{I} e^{i\omega t}$$



Fonte AC e Resistor.

- Seja uma fonte fem alternada,

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

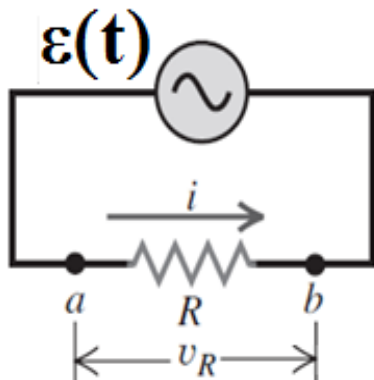
$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_R(t)$$

$$\tilde{v}_R(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = R\tilde{I}(t)$$

$$\tilde{I}(t) = \frac{\tilde{\varepsilon}(t)}{R} = \frac{\varepsilon_0}{R} e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}(t) = \bar{I} e^{i\omega t}$$

$$\bar{I} = \frac{\varepsilon_0}{R} = I_0 e^{i\phi}$$



Fonte AC e Resistor.

► Seja uma fonte fem alternada,

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_R(t)$$

$$\tilde{v}_R(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = R\tilde{I}(t)$$

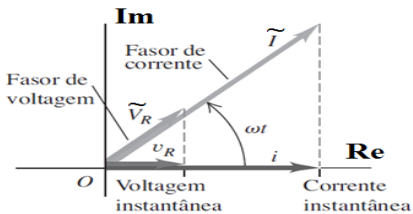
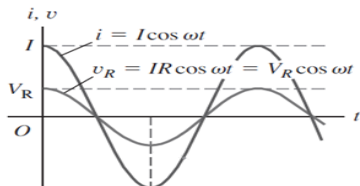
$$\tilde{I}(t) = \frac{\tilde{\varepsilon}(t)}{R} = \frac{\varepsilon_0}{R} e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}(t) = \bar{I} e^{i\omega t}$$

$$\bar{I} = \frac{\varepsilon_0}{R} = I_0 e^{i\phi}$$

$$X_R = R; \quad \phi = 0; \quad \varepsilon_0 = X_R I_0$$

$$I(t) = \Re\{\tilde{I}(t)\} = \frac{\varepsilon_0}{R} \cos(\omega t)$$



Fonte AC e Resistor.

- Seja uma fonte fem alternada,

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_R(t)$$

$$\tilde{v}_R(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = R\tilde{I}(t)$$

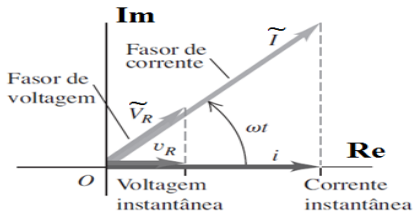
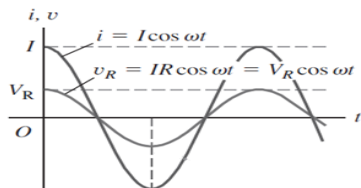
$$\tilde{I}(t) = \frac{\tilde{\varepsilon}(t)}{R} = \frac{\varepsilon_0}{R} e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}(t) = \bar{I} e^{i\omega t}$$

$$\bar{I} = \frac{\varepsilon_0}{R} = I_0 e^{i\phi}$$

$$X_R = R; \quad \phi = 0; \quad \varepsilon_0 = X_R I_0$$

$$I(t) = \Re\{\tilde{I}(t)\} = \frac{\varepsilon_0}{R} \cos(\omega t)$$



- A tensão AC e a corrente AC em um resistor estão em fase.

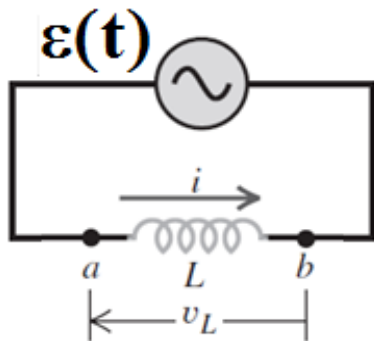
- X_R é chamada de reatância resistiva.

Fonte AC e Indutor.

- Seja uma fonte fem alternada,

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re(\tilde{\varepsilon}(t))$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$



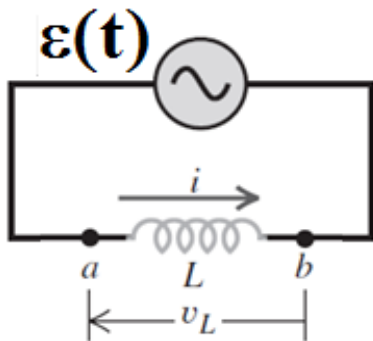
Fonte AC e Indutor.

- Seja uma fonte fem alternada,

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re(\tilde{\varepsilon}(t))$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_L(t)$$



Fonte AC e Indutor.

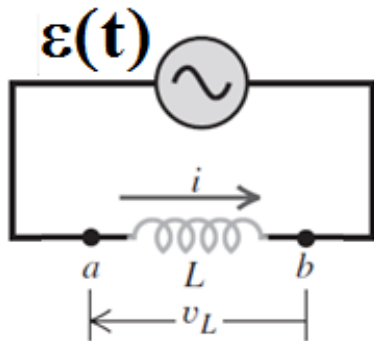
- Seja uma fonte fem alternada,

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re(\tilde{\varepsilon}(t))$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_L(t)$$

$$\tilde{v}_L(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = L \frac{d\tilde{I}(t)}{dt} = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$



Fonte AC e Indutor.

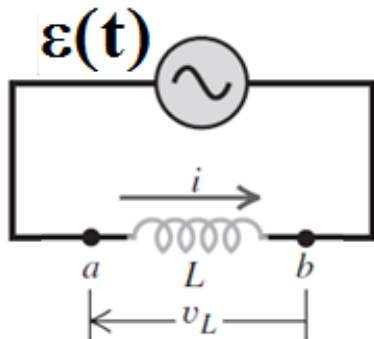
$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_L(t)$$

$$\tilde{v}_L(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = L \frac{d\tilde{I}(t)}{dt} = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

$$\int d\tilde{I}(t) = \frac{\varepsilon_0}{L} \int e^{i\omega t} dt = \frac{\varepsilon_0}{i\omega L} e^{i\omega t}$$



Fonte AC e Indutor.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\}$$

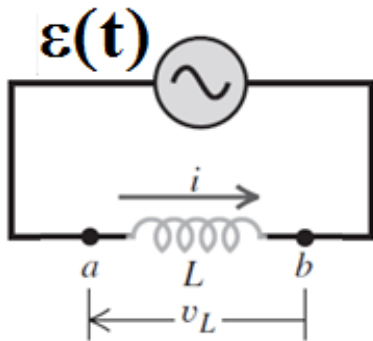
$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_L(t)$$

$$\tilde{v}_L(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = L \frac{d\tilde{I}(t)}{dt} = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

$$\int d\tilde{I}(t) = \frac{\varepsilon_0}{L} \int e^{i\omega t} dt = \frac{\varepsilon_0}{i\omega L} e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}(t) = \bar{I} e^{i\omega t}$$



Fonte AC e Indutor.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{e^{\tilde{\varepsilon}(t)}\}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

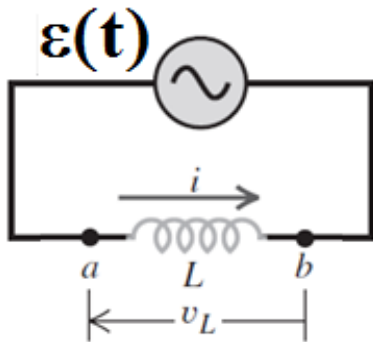
$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_L(t)$$

$$\tilde{v}_L(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = L \frac{d\tilde{I}(t)}{dt} = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

$$\int d\tilde{I}(t) = \frac{\varepsilon_0}{L} \int e^{i\omega t} dt = \frac{\varepsilon_0}{i\omega L} e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}(t) = \bar{I} e^{i\omega t}$$

$$\bar{I} = \frac{\varepsilon_0}{i\omega L} = \frac{\varepsilon_0}{X_L} e^{-i\frac{\pi}{2}} = I_0 e^{i\phi}$$



Fonte AC e Indutor.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_L(t)$$

$$\tilde{v}_L(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = L \frac{d\tilde{I}(t)}{dt} = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

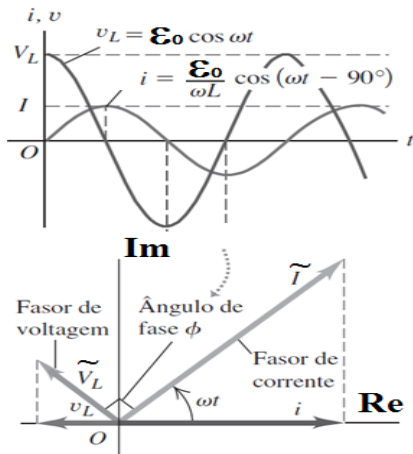
$$\int d\tilde{I}(t) = \frac{\varepsilon_0}{L} \int e^{i\omega t} dt = \frac{\varepsilon_0}{i\omega L} e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}(t) = \bar{I} e^{i\omega t}$$

$$\bar{I} = \frac{\varepsilon_0}{i\omega L} = \frac{\varepsilon_0}{X_L} e^{-i\pi/2} = I_0 e^{i\phi}$$

$$X_L = \omega L; \quad \phi = -\frac{\pi}{2}; \quad \varepsilon_0 = X_L I_0$$

$$I(t) = \Re\{\tilde{I}(t)\} = \frac{\varepsilon_0}{X_L} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$



Fonte AC e Indutor.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_L(t)$$

$$\tilde{v}_L(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = L \frac{d\tilde{I}(t)}{dt} = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

$$\int d\tilde{I}(t) = \frac{\varepsilon_0}{L} \int e^{i\omega t} dt = \frac{\varepsilon_0}{i\omega L} e^{i\omega t}$$

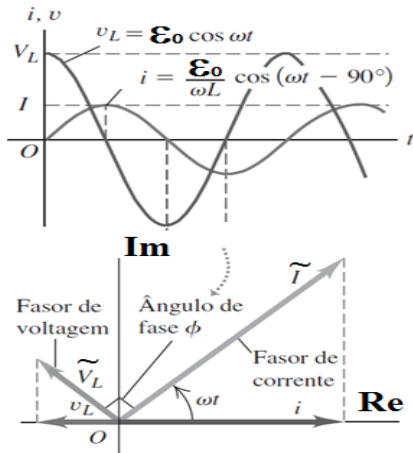
$$\tilde{I}(t) = \bar{I} e^{i\omega t}$$

$$\bar{I} = \frac{\varepsilon_0}{i\omega L} = \frac{\varepsilon_0}{X_L} e^{-i\pi/2} = I_0 e^{i\phi}$$

$$X_L = \omega L; \quad \phi = -\frac{\pi}{2}; \quad \varepsilon_0 = X_L I_0$$

$$I(t) = \Re\{\tilde{I}(t)\} = \frac{\varepsilon_0}{X_L} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

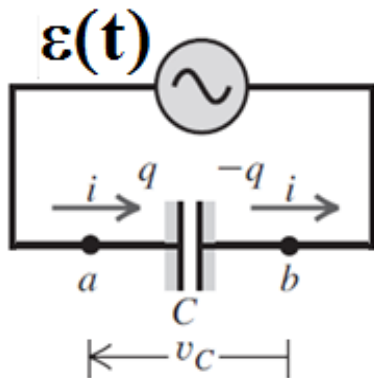
- A corrente AC em um indutor está com atraso de fase de $\frac{\pi}{2}$ em relação à voltagem AC.



- X_L é chamada de reatância indutiva.

Fonte AC e Capacitor.

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\} \\ \tilde{\varepsilon}(t) &= \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0 \\ 0 &= \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_c(t) \\ \tilde{v}_c(t) &= \tilde{\varepsilon}(t) = \frac{\tilde{q}(t)}{C} \\ \frac{d\tilde{\varepsilon}(t)}{dt} &= \frac{1}{C} \frac{d\tilde{q}(t)}{dt} = \frac{\tilde{I}(t)}{C} \\ \tilde{I}(t) &= \varepsilon_0 i \omega C e^{i\omega t} = \bar{I} e^{i\omega t} \end{aligned}$$



Fonte AC e Capacitor.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

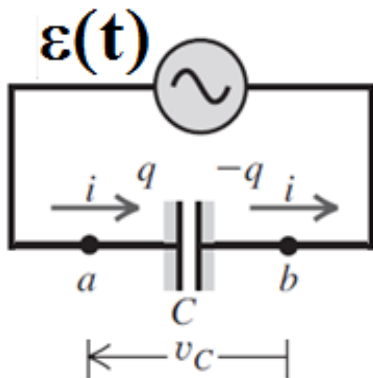
$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_c(t)$$

$$\tilde{v}_c(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = \frac{\tilde{q}(t)}{C}$$

$$\frac{d\tilde{\varepsilon}(t)}{dt} = \frac{1}{C} \frac{d\tilde{q}(t)}{dt} = \frac{\tilde{I}(t)}{C}$$

$$\tilde{I}(t) = \varepsilon_0 i \omega C e^{i\omega t} = \bar{I} e^{i\omega t}$$

$$\bar{I} = \frac{\varepsilon_0}{X_c} e^{i\frac{\pi}{2}} = I_0 e^{i\phi}$$



Fonte AC e Capacitor.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_c(t)$$

$$\tilde{v}_c(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = \frac{\tilde{q}(t)}{C}$$

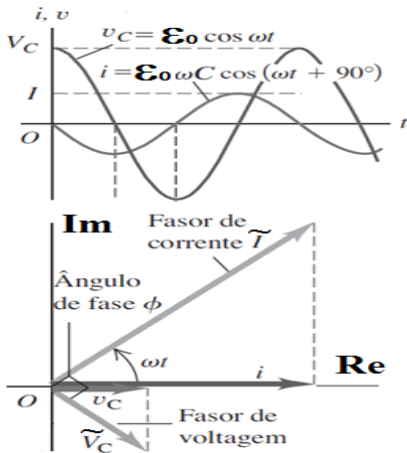
$$\frac{d\tilde{\varepsilon}(t)}{dt} = \frac{1}{C} \frac{d\tilde{q}(t)}{dt} = \frac{\tilde{I}(t)}{C}$$

$$\tilde{I}(t) = \varepsilon_0 i\omega C e^{i\omega t} = \bar{I} e^{i\omega t}$$

$$\bar{I} = \frac{\varepsilon_0}{X_c} e^{i\frac{\pi}{2}} = I_0 e^{i\phi}$$

$$X_c = \frac{1}{\omega C}; \quad \phi = \frac{\pi}{2}; \quad \varepsilon_0 = X_c I_0$$

$$I(t) = \Re\{\tilde{I}(t)\} = \frac{\varepsilon_0}{X_c} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$



Fonte AC e Capacitor.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t) = \Re\{\tilde{\varepsilon}(t)\}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \bar{\varepsilon} e^{i\omega t}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$$

$$0 = \tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{v}_c(t)$$

$$\tilde{v}_c(t) = \tilde{\varepsilon}(t) = \frac{\tilde{q}(t)}{C}$$

$$\frac{d\tilde{\varepsilon}(t)}{dt} = \frac{1}{C} \frac{d\tilde{q}(t)}{dt} = \frac{\tilde{I}(t)}{C}$$

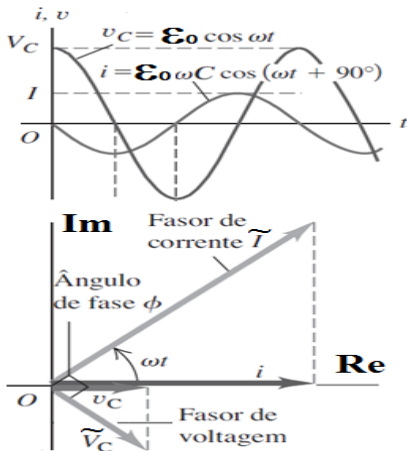
$$\tilde{I}(t) = \varepsilon_0 i\omega C e^{i\omega t} = \bar{I} e^{i\omega t}$$

$$\bar{I} = \frac{\varepsilon_0}{X_c} e^{i\frac{\pi}{2}} = I_0 e^{i\phi}$$

$$X_c = \frac{1}{\omega C}; \quad \phi = \frac{\pi}{2}; \quad \varepsilon_0 = X_c I_0$$

$$I(t) = \Re\{\tilde{I}(t)\} = \frac{\varepsilon_0}{X_c} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

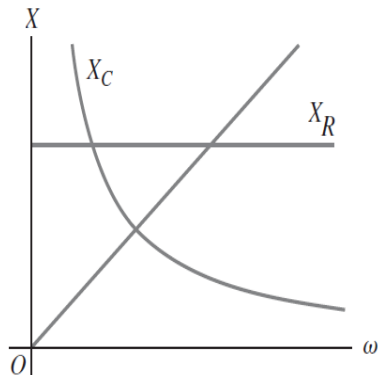
- ▶ A corrente AC em um capacitor está com avanço de fase de $\frac{\pi}{2}$ em relação à voltagem AC.



- ▶ X_c é chamada de reatância capacitiva.

Reatância capacitiva, Indutiva e Resistiva.

- ▶ **Vimos que,**
- ▶ $X_R = R.$
- ▶ $X_C = \frac{1}{\omega C}.$
- ▶ $X_L = \omega L.$



Reatância capacitiva, Indutiva e Resistiva.

▶ **Vimos que,**

▶ $X_R = R.$

▶ $X_C = \frac{1}{\omega C}.$

▶ $X_L = \omega L.$

▶ Se, $\omega \rightarrow 0$ (Corrente Continua),

▶ $X_R = R$

▶ $X_C \Rightarrow \infty$

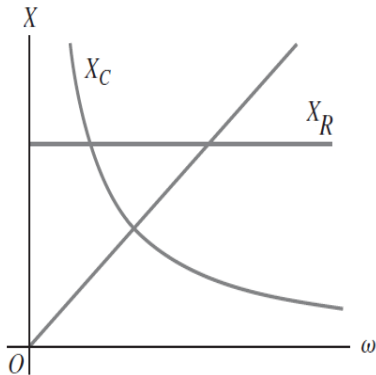
▶ $X_L \Rightarrow 0$

▶ Se, $\omega \rightarrow \infty,$

▶ $X_R = R$

▶ $X_C \Rightarrow 0$

▶ $X_L \Rightarrow \infty$



Reatância capacitiva, Indutiva e Resistiva.

▶ **Vimos que,**

▶ $X_R = R.$

▶ $X_C = \frac{1}{\omega C}.$

▶ $X_L = \omega L.$

▶ Se, $\omega \rightarrow 0$ (Corrente Continua),

▶ $X_R = R$

▶ $X_C \Rightarrow \infty$

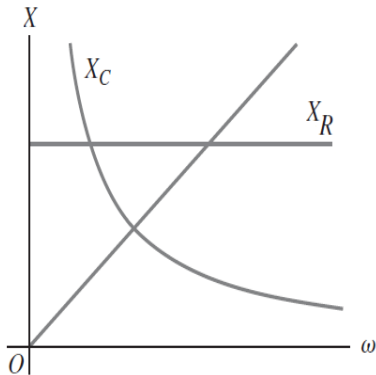
▶ $X_L \Rightarrow 0$

▶ Se, $\omega \rightarrow \infty,$

▶ $X_R = R$

▶ $X_C \Rightarrow 0$

▶ $X_L \Rightarrow \infty$



Reatância capacitiva, Indutiva e Resistiva.

▶ **Vimos que,**

▶ $X_R = R.$

▶ $X_C = \frac{1}{\omega C}.$

▶ $X_L = \omega L.$

▶ Se, $\omega \rightarrow 0$ (Corrente Continua),

▶ $X_R = R$

▶ $X_C \Rightarrow \infty$

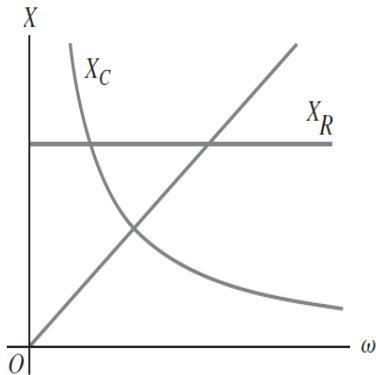
▶ $X_L \Rightarrow 0$

▶ Se, $\omega \rightarrow \infty,$

▶ $X_R = R$

▶ $X_C \Rightarrow 0$

▶ $X_L \Rightarrow \infty$



Fonte AC e circuito R-L.

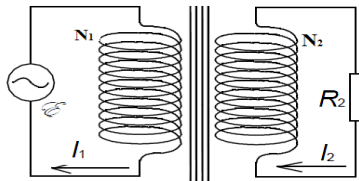
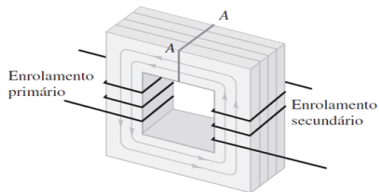
Fonte AC e circuito R-C.

Fonte AC e circuito R-L-C.

Ressonância.

Transformadores

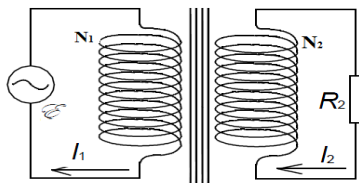
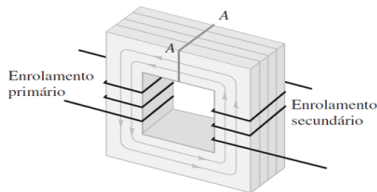
- ▶ R_2 é a resistência do fio do secundário + resistência extra.



Transformadores

- ▶ R_2 é a resistência do fio do secundário + resistência extra.
- ▶ Teremos duas malhas dadas por,

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}(t) &= L_{11} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} + L_{12} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt} \\ -R_2 \tilde{I}_2(t) &= L_{21} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} + L_{22} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt} \end{aligned}$$



Transformadores

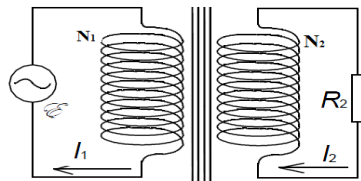
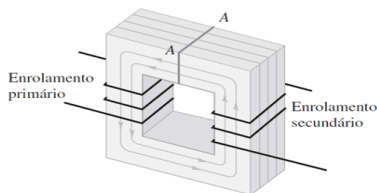
- ▶ R_2 é a resistência do fio do secundário + resistência extra.
- ▶ Teremos duas malhas dadas por,

$$\tilde{\varepsilon}(t) = L_{11} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} + L_{12} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$-R_2 \tilde{I}_2(t) = L_{21} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} + L_{22} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}_1(t) = \bar{I}_1 e^{i\omega t} ; \tilde{I}_2(t) = \bar{I}_2 e^{i\omega t}$$



Transformadores

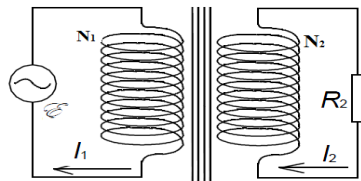
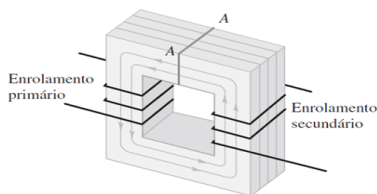
- ▶ R_2 é a resistência do fio do secundário + resistência extra.
- ▶ Teremos duas malhas dadas por,

$$\tilde{\varepsilon}(t) = L_{11} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} + L_{12} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$-R_2\tilde{I}_2(t) = L_{21} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} + L_{22} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}_1(t) = \bar{I}_1 e^{i\omega t} ; \tilde{I}_2(t) = \bar{I}_2 e^{i\omega t}$$



Transformadores

$$\tilde{\varepsilon}(t) = L_{11} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} + L_{12} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

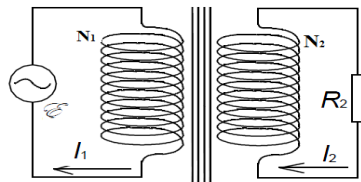
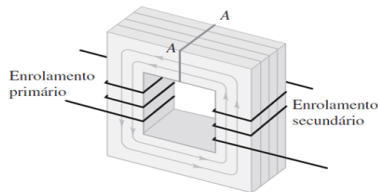
$$-R_2 \tilde{I}_2(t) = L_{21} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} + L_{22} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}_1(t) = \bar{I}_1 e^{i\omega t} ; \quad \tilde{I}_2(t) = \bar{I}_2 e^{i\omega t}$$

$$\varepsilon_0 e^{i\omega t} = i\omega(L_{11}\bar{I}_1 + L_{12}\bar{I}_2)e^{i\omega t}$$

$$-\bar{V}_2 = -R_2 \bar{I}_2 e^{i\omega t} = i\omega(L_{21}\bar{I}_1 + L_{22}\bar{I}_2)e^{i\omega t}$$



Transformadores

$$\tilde{\varepsilon}(t) = L_{11} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} + L_{12} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$-R_2 \tilde{I}_2(t) = L_{21} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} + L_{22} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

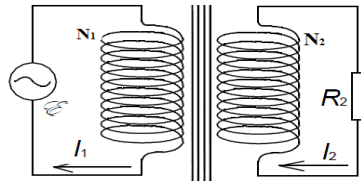
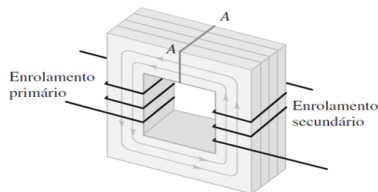
$$\tilde{I}_1(t) = \bar{I}_1 e^{i\omega t} ; \tilde{I}_2(t) = \bar{I}_2 e^{i\omega t}$$

$$\varepsilon_0 e^{i\omega t} = i\omega(L_{11}\bar{I}_1 + L_{12}\bar{I}_2)e^{i\omega t}$$

$$-\bar{V}_2 = -R_2 \bar{I}_2 e^{i\omega t} = i\omega(L_{21}\bar{I}_1 + L_{22}\bar{I}_2)e^{i\omega t}$$

$$\frac{\bar{V}_2}{\varepsilon_0} = -\frac{(L_{11}\bar{I}_1 + L_{12}\bar{I}_2)}{(L_{21}\bar{I}_1 + L_{22}\bar{I}_2)}$$

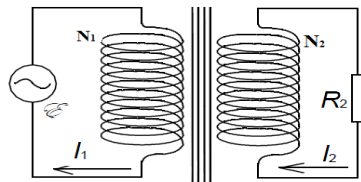
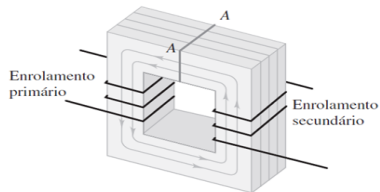
$$L_{12} = L_{21} = k\sqrt{L_{11}L_{22}}$$



Transformadores

$$L_{12} = L_{21} = k\sqrt{L_{11}L_{22}}$$

$$\frac{\bar{V}_2}{\varepsilon_0} = -\sqrt{\frac{L_{22}}{L_{11}}} \left(\frac{k\sqrt{L_{11}} \bar{I}_1 + \sqrt{L_{22}} \bar{I}_2}{\sqrt{L_{11}} \bar{I}_1 + k\sqrt{L_{22}} \bar{I}_2} \right)$$



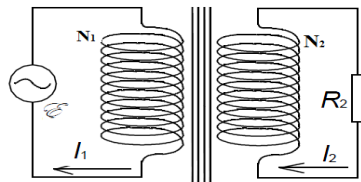
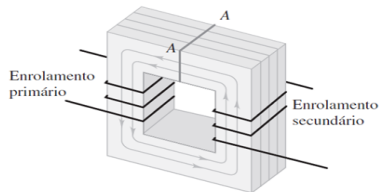
Transformadores

$$L_{12} = L_{21} = k\sqrt{L_{11}L_{22}}$$

$$\frac{\bar{V}_2}{\varepsilon_0} = -\sqrt{\frac{L_{22}}{L_{11}}} \left(\frac{k\sqrt{L_{11}}}{\sqrt{L_{11}}} \bar{I}_1 + \sqrt{L_{22}} \bar{I}_2 \right)$$

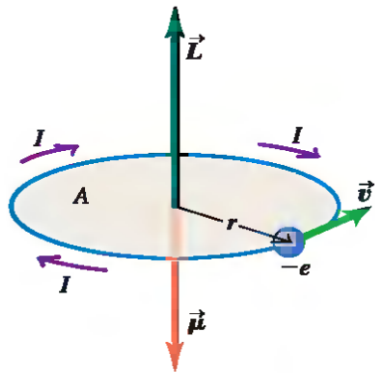
Se, $k = 1$

$$\frac{\bar{V}_2}{\varepsilon_0} = -\sqrt{\frac{L_{22}}{L_{11}}} = -\frac{N_2}{N_1}$$



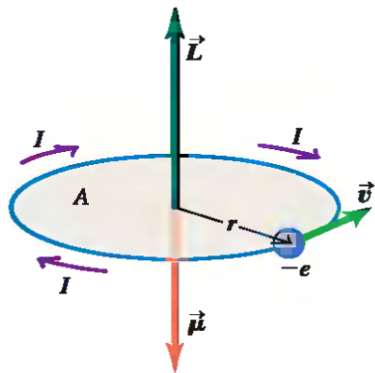
O magneton de Bohr

$$I = \frac{e}{T}$$



O magneton de Bohr

$$I = \frac{e}{T}$$
$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

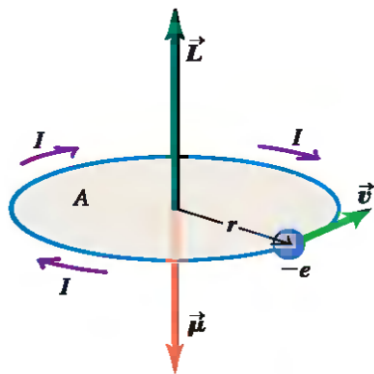


O magneton de Bohr

$$I = \frac{e}{T}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$I = \frac{ev}{2\pi r}$$



O magneton de Bohr

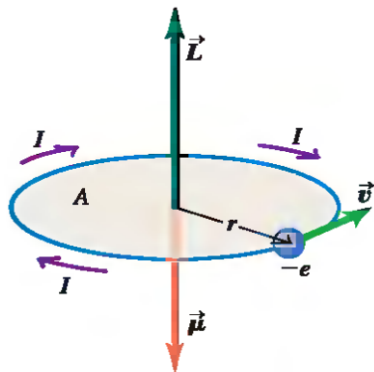
$$I = \frac{e}{T}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$I = \frac{ev}{2\pi r}$$

$$\mu = IA$$

$$\mu = \frac{ev}{2\pi r} (\pi r^2) = \frac{evr}{2}$$



O magneton de Bohr

$$I = \frac{e}{T}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

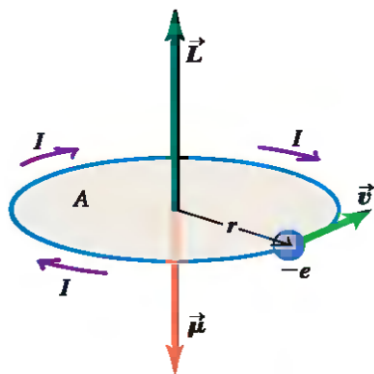
$$I = \frac{ev}{2\pi r}$$

$$\mu = IA$$

$$\mu = \frac{ev}{2\pi r} (\pi r^2) = \frac{evr}{2}$$

$$L = mvr = \frac{h}{2\pi}$$

$$h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ Js}$$



Magnetismo Microscópico

- ▶ **Vimos que efeitos magnéticos são gerados por correntes elétricas.**

Magnetismo Microscópico

- ▶ **Vimos que efeitos magnéticos são gerados por correntes elétricas.**
- ▶ Ampère propôs que a magnetização espontânea dos meios magnéticos deveriam ser geradas por correntes microscópicas.

Magnetismo Microscópico

- ▶ **Vimos que efeitos magnéticos são gerados por correntes elétricas.**
- ▶ **Ampère propôs que a magnetização espontânea dos meios magnéticos deveriam ser geradas por correntes microscópicas.**
- ▶ **A magnetização será definida pela soma dos momentos magnéticos por unidade de volume:** $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$

Magnetismo Microscópico

- ▶ **Vimos que efeitos magnéticos são gerados por correntes elétricas.**
- ▶ **Ampère propôs que a magnetização espontânea dos meios magnéticos deveriam ser geradas por correntes microscópicas.**
- ▶ **A magnetização será definida pela soma dos momentos magnéticos por unidade de volume: $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$**
- ▶ **Da lei de Ampère temos,**

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{liq} = \mu_0 (I_c + I_m)$$

Magnetismo Microscópico

- ▶ **Vimos que efeitos magnéticos são gerados por correntes elétricas.**
- ▶ Ampère propôs que a magnetização espontânea dos meios magnéticos deveriam ser geradas por correntes microscópicas.
- ▶ **A magnetização será definida pela soma dos momentos magnéticos por unidade de volume:** $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$
- ▶ **Da lei de Ampère temos,**

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{liq} = \mu_0 (I_c + I_m)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 I_m = \mu_0 I_c$$

Magnetismo Microscópico

- ▶ **Vimos que efeitos magnéticos são gerados por correntes elétricas.**
- ▶ Ampère propôs que a magnetização espontânea dos meios magnéticos deveriam ser geradas por correntes microscópicas.
- ▶ **A magnetização será definida pela soma dos momentos magnéticos por unidade de volume:** $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$
- ▶ **Da lei de Ampère temos,**

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{liq} = \mu_0 (I_c + I_m)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 I_m = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int \vec{J}_m \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c$$

Magnetismo Microscópico

- ▶ **Vimos que efeitos magnéticos são gerados por correntes elétricas.**
- ▶ Ampère propôs que a magnetização espontânea dos meios magnéticos deveriam ser geradas por correntes microscópicas.
- ▶ **A magnetização será definida pela soma dos momentos magnéticos por unidade de volume:** $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$
- ▶ **Da lei de Ampère temos,**

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{liq} = \mu_0 (I_c + I_m) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int (\nabla \times \vec{M}) \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 I_m = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int \vec{J}_m \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int (\nabla \times \vec{M}) \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c$$

Magnetismo Microscópico

- ▶ **Vimos que efeitos magnéticos são gerados por correntes elétricas.**
- ▶ Ampère propôs que a magnetização espontânea dos meios magnéticos deveriam ser geradas por correntes microscópicas.
- ▶ **A magnetização será definida pela soma dos momentos magnéticos por unidade de volume:** $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$
- ▶ **Da lei de Ampère temos,**

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{liq} = \mu_0 (I_c + I_m) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int (\nabla \times \vec{M}) \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 I_m = \mu_0 I_c \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \oint \vec{M} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int \vec{J}_m \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int (\nabla \times \vec{M}) \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c$$

Magnetismo Microscópico

- ▶ **Vimos que efeitos magnéticos são gerados por correntes elétricas.**
- ▶ Ampère propôs que a magnetização espontânea dos meios magnéticos deveriam ser geradas por correntes microscópicas.
- ▶ **A magnetização será definida pela soma dos momentos magnéticos por unidade de volume:** $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$
- ▶ **Da lei de Ampère temos,**

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{liq} = \mu_0 (I_c + I_m) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int (\nabla \times \vec{M}) \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 I_m = \mu_0 I_c \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \oint \vec{M} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int \vec{J}_m \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c \quad \oint (\vec{B} - \mu_0 \vec{M}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int (\nabla \times \vec{M}) \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c \quad \oint (\mu_0 \vec{H}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

Magnetismo Microscópico

- ▶ **Vimos que efeitos magnéticos são gerados por correntes elétricas.**
- ▶ **Ampère propôs que a magnetização espontânea dos meios magnéticos deveriam ser geradas por correntes microscópicas.**
- ▶ **A magnetização será definida pela soma dos momentos magnéticos por unidade de volume:** $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$
- ▶ **Da lei de Ampère temos,**

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{liq} = \mu_0 (I_c + I_m) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int (\nabla \times \vec{M}) \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 I_m = \mu_0 I_c \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \oint \vec{M} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int \vec{J}_m \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c \quad \oint (\vec{B} - \mu_0 \vec{M}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int (\nabla \times \vec{M}) \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c \quad \oint (\mu_0 \vec{H}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

Magnetismo Microscópico

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{liq} = \mu_0 (I_c + I_m) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int (\nabla \times \vec{M}) \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 I_m = \mu_0 I_c \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \oint \vec{M} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int \vec{J}_m \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c \quad \oint (\vec{B} - \mu_0 \vec{M}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} - \mu_0 \int (\nabla \times \vec{M}) \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_c \quad \oint (\mu_0 \vec{H}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

- O campo \vec{H} é o campo gerado por correntes de condução ou um campos externo.

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

Magnetismo Microscópico

- ▶ O campo \vec{H} é o campo gerado por correntes de condução ou um campos externo.
- ▶ O campo \vec{B} é o campo efetivo incluindo os campos gerados pelo próprio material magnético.

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

Magnetismo Microscópico

- ▶ O campo \vec{H} é o campo gerado por correntes de condução ou um campo externo.
- ▶ O campo \vec{B} é o campo efetivo incluindo os campos gerados pelo próprio material magnético.
- ▶ De forma geral temos que, $\vec{M} = \vec{M}(\vec{H})$, ou seja a magnetização é uma função do campo externo. $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

Magnetismo Microscópico

- ▶ O campo \vec{H} é o campo gerado por correntes de condução ou um campo externo.
- ▶ O campo \vec{B} é o campo efetivo incluindo os campos gerados pelo próprio material magnético.
- ▶ De forma geral temos que, $\vec{M} = \vec{M}(\vec{H})$, ou seja a magnetização é uma função do campo externo. $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$
- ▶ Quando o material magnético for linear, homogêneo e isotrópico teremos:
 $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$.
- ▶ χ_m é chamado de susceptibilidade magnética.
- ▶ $K_m = (1 + \chi_m)$ é chamado de permeabilidade magnética.

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

Magnetismo Microscópico

- ▶ O campo \vec{H} é o campo gerado por correntes de condução ou um campo externo.
- ▶ O campo \vec{B} é o campo efetivo incluindo os campos gerados pelo próprio material magnético.
- ▶ De forma geral temos que, $\vec{M} = \vec{M}(\vec{H})$, ou seja a magnetização é uma função do campo externo. $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$
- ▶ Quando o um material magnético for linear, homogêneo e isotrópico teremos:
 $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$.
- ▶ χ_m é chamado de susceptibilidade magnética.
- ▶ $K_m = (1 + \chi_m)$ é chamado de permeabilidade magnética.

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}$$

Magnetismo Microscópico

- ▶ O campo \vec{H} é o campo gerado por correntes de condução ou um campo externo.
- ▶ O campo \vec{B} é o campo efetivo incluindo os campos gerados pelo próprio material magnético.
- ▶ De forma geral temos que, $\vec{M} = \vec{M}(\vec{H})$, ou seja a magnetização é uma função do campo externo. $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$
- ▶ Quando o um material magnético for linear, homogêneo e isotrópico teremos:
 $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$.
- ▶ χ_m é chamado de susceptibilidade magnética.
- ▶ $K_m = (1 + \chi_m)$ é chamado de permeabilidade magnética.

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}$$

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m) = \mu_0 K_m$$

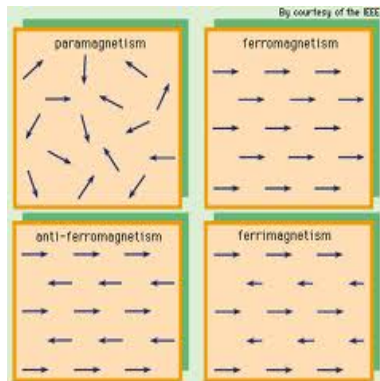
Magnetismo Microscópico

- ▶ O campo \vec{H} é o campo gerado por correntes de condução ou um campo externo.
- ▶ O campo \vec{B} é o campo efetivo incluindo os campos gerados pelo próprio material magnético.
- ▶ De forma geral temos que, $\vec{M} = \vec{M}(\vec{H})$, ou seja a magnetização é uma função do campo externo. $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$
- ▶ Quando o um material magnético for linear, homogêneo e isotrópico teremos: $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$.
- ▶ χ_m é chamado de susceptibilidade magnética.
- ▶ $K_m = (1 + \chi_m)$ é chamado de permeabilidade magnética.

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}$$

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m) = \mu_0 K_m$$



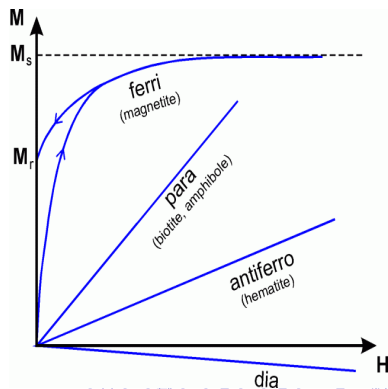
Magnetismo Microscópico

- ▶ O campo \vec{H} é o campo gerado por correntes de condução ou um campo externo.
- ▶ O campo \vec{B} é o campo efetivo incluindo os campos gerados pelo próprio material magnético.
- ▶ De forma geral temos que, $\vec{M} = \vec{M}(\vec{H})$, ou seja a magnetização é uma função do campo externo. $\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$
- ▶ Quando o um material magnético for linear, homogêneo e isotrópico teremos: $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$.
- ▶ χ_m é chamado de susceptibilidade magnética.
- ▶ $K_m = (1 + \chi_m)$ é chamado de permeabilidade magnética.

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}$$

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m) = \mu_0 K_m$$



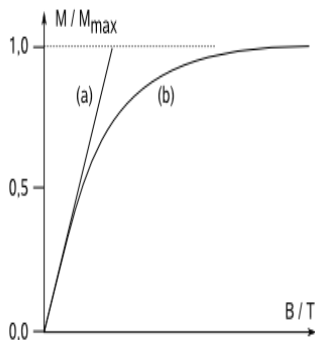
Paramagnetismo

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}$$

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m) = \mu_0 K_m$$

► $0 < \chi_m < 10^{+2}$



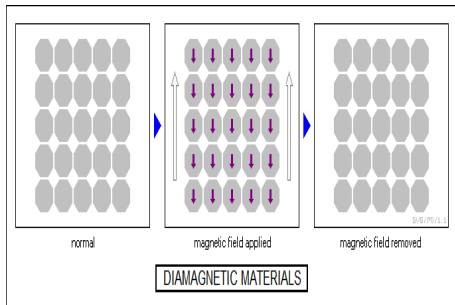
Diamagnetismo

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}$$

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m) = \mu_0 K_m$$

$$\blacktriangleright -10^{+2} < \chi_m < 0$$



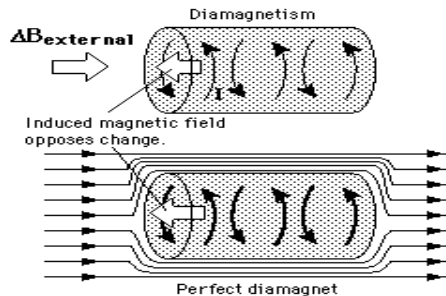
Diamagnetismo

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}$$

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m) = \mu_0 K_m$$

▶ $-10^{+2} < \chi_m < 0$



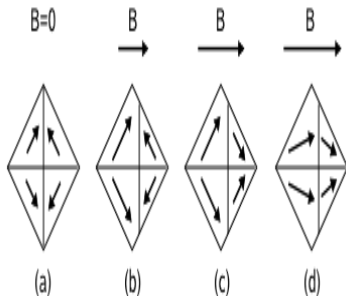
Ferromagnetismo

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}$$

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m) = \mu_0 K_m$$

▶ $\chi_m > 10^{+3}$



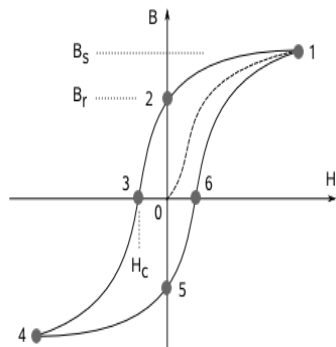
Ferromagnetismo

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}$$

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m) = \mu_0 K_m$$

► $\chi_m > 10^{+3}$



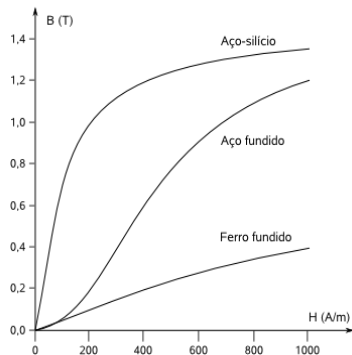
Ferromagnetismo

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}), \text{ ou, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}$$

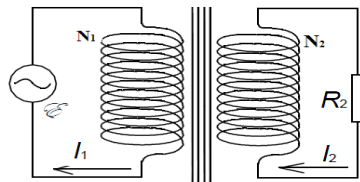
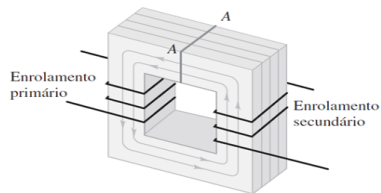
$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m) = \mu_0 K_m$$

► $\chi_m > 10^{+3}$



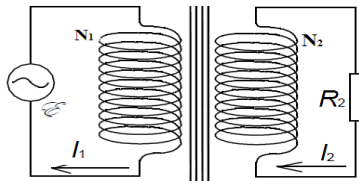
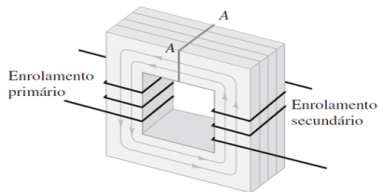
Transformadores

- ▶ R_1 é a resistência do fio do primário.



Transformadores

- ▶ R_1 é a resistência do fio do primário.
- ▶ R_2 é a resistência do fio do secundário + resistência extra.

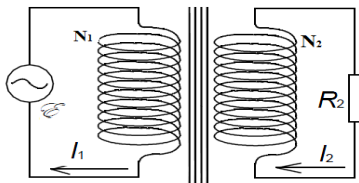
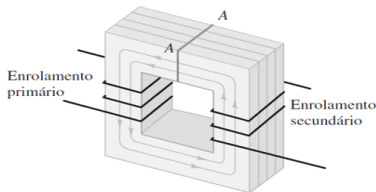


Transformadores

- ▶ R_1 é a resistência do fio do primário.
- ▶ R_2 é a resistência do fio do secundário + resistência extra.
- ▶ Teremos duas malhas dadas por,

$$R_1 \tilde{I}_1(t) = \tilde{\varepsilon}(t) - L_{11} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} - L_{12} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$R_2 \tilde{I}_2(t) = 0 - L_{21} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} - L_{22} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$



Transformadores

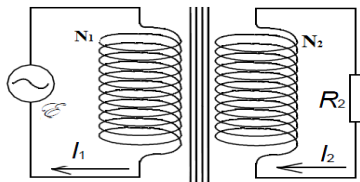
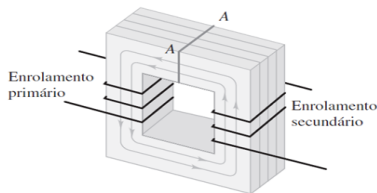
- ▶ R_1 é a resistência do fio do primário.
- ▶ R_2 é a resistência do fio do secundário + resistência extra.
- ▶ Teremos duas malhas dadas por,

$$R_1 \tilde{I}_1(t) = \tilde{\varepsilon}(t) - L_{11} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} - L_{12} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$R_2 \tilde{I}_2(t) = 0 - L_{21} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} - L_{22} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}_1(t) = \bar{I}_1 e^{i\omega t} ; \tilde{I}_2(t) = \bar{I}_2 e^{i\omega t}$$



Transformadores

$$R_1 \tilde{I}_1(t) = \tilde{\varepsilon}(t) - L_{11} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} - L_{12} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

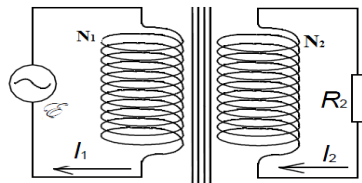
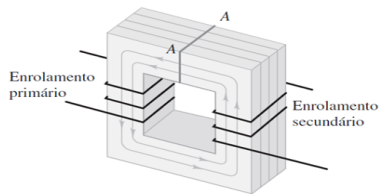
$$R_2 \tilde{I}_2(t) = 0 - L_{21} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} - L_{22} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}_1(t) = \bar{I}_1 e^{i\omega t} ; \tilde{I}_2(t) = \bar{I}_2 e^{i\omega t}$$

$$R_1 \bar{I}_1 e^{i\omega t} = \varepsilon_0 e^{i\omega t} - i\omega(L_{11}\bar{I}_1 + L_{12}\bar{I}_2)e^{i\omega t}$$

$$R_2 \bar{I}_2 e^{i\omega t} = 0 - i\omega(L_{21}\bar{I}_1 - L_{22}\bar{I}_2)e^{i\omega t}$$



Transformadores

$$R_1 \tilde{I}_1(t) = \tilde{\varepsilon}(t) - L_{11} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} - L_{12} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$R_2 \tilde{I}_2(t) = 0 - L_{21} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} - L_{22} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

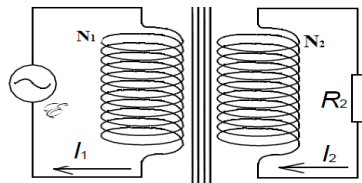
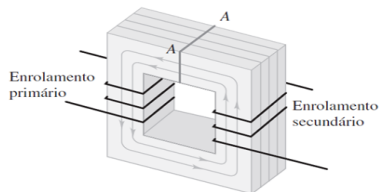
$$\tilde{I}_1(t) = \bar{I}_1 e^{i\omega t} ; \quad \tilde{I}_2(t) = \bar{I}_2 e^{i\omega t}$$

$$R_1 \bar{I}_1 e^{i\omega t} = \varepsilon_0 e^{i\omega t} - i\omega(L_{11}\bar{I}_1 + L_{12}\bar{I}_2)e^{i\omega t}$$

$$R_2 \bar{I}_2 e^{i\omega t} = 0 - i\omega(L_{21}\bar{I}_1 - L_{22}\bar{I}_2)e^{i\omega t}$$

$$\varepsilon_0 = (R_1 + i\omega L_{11})\bar{I}_1 + i\omega L_{12}\bar{I}_2$$

$$0 = i\omega L_{21}\bar{I}_1 + (R_2 + i\omega L_{22})\bar{I}_2$$



Transformadores

$$R_1 \tilde{I}_1(t) = \tilde{\varepsilon}(t) - L_{11} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} - L_{12} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$R_2 \tilde{I}_2(t) = 0 - L_{21} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} - L_{22} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}_1(t) = \bar{I}_1 e^{i\omega t} ; \quad \tilde{I}_2(t) = \bar{I}_2 e^{i\omega t}$$

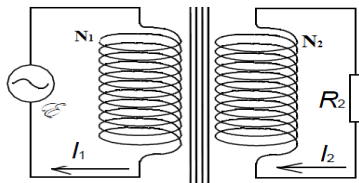
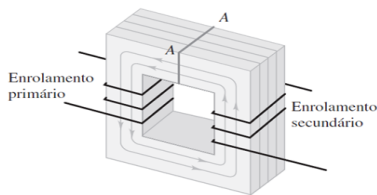
$$R_1 \bar{I}_1 e^{i\omega t} = \varepsilon_0 e^{i\omega t} - i\omega(L_{11}\bar{I}_1 + L_{12}\bar{I}_2) e^{i\omega t}$$

$$R_2 \bar{I}_2 e^{i\omega t} = 0 - i\omega(L_{21}\bar{I}_1 - L_{22}\bar{I}_2) e^{i\omega t}$$

$$\varepsilon_0 = (R_1 + i\omega L_{11})\bar{I}_1 + i\omega L_{12}\bar{I}_2$$

$$0 = i\omega L_{21}\bar{I}_1 + (R_2 + i\omega L_{22})\bar{I}_2$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + i\omega L_{11} & i\omega L_{12} \\ i\omega L_{21} & R_2 + i\omega L_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix}$$



Transformadores

$$R_1 \tilde{I}_1(t) = \tilde{\varepsilon}(t) - L_{11} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} - L_{12} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$R_2 \tilde{I}_2(t) = 0 - L_{21} \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} - L_{22} \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt}$$

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}_1(t) = \bar{I}_1 e^{i\omega t} ; \quad \tilde{I}_2(t) = \bar{I}_2 e^{i\omega t}$$

$$R_1 \bar{I}_1 e^{i\omega t} = \varepsilon_0 e^{i\omega t} - i\omega(L_{11}\bar{I}_1 + L_{12}\bar{I}_2) e^{i\omega t}$$

$$R_2 \bar{I}_2 e^{i\omega t} = 0 - i\omega(L_{21}\bar{I}_1 - L_{22}\bar{I}_2) e^{i\omega t}$$

$$\varepsilon_0 = (R_1 + i\omega L_{11})\bar{I}_1 + i\omega L_{12}\bar{I}_2$$

$$0 = i\omega L_{21}\bar{I}_1 + (R_2 + i\omega L_{22})\bar{I}_2$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + i\omega L_{11} & i\omega L_{12} \\ i\omega L_{21} & R_2 + i\omega L_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix}$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\varepsilon_0(R_2 + i\omega L_{22})}{(R_1 + i\omega L_{11})(R_2 + i\omega L_{22}) + \omega^2 L_{12}L_{21}}$$

$$\bar{I}_2 = -\frac{\varepsilon_0 i\omega L_{21}}{(R_1 + i\omega L_{11})(R_2 + i\omega L_{22}) + \omega^2 L_{12}L_{21}}$$

